

Jærnbecon i teori og praksis. 1 ste del. s. 1-155

E. Suenson

Lærebøger

-

1924

Dette dokument udgør en del af et større dokument, der af hensyn til downloadstiden er opdelt i ét eller flere særskilte dokumenter. De(n) øvrige del(e) af dokumentet kan hentes i biblioteket på [danskbyggeskik.dk](http://danskbyggeskik.dk) og findes via søgefunktionen hertil.

# JÆRNBETON

I

TEORI OG PRAKSIS.

1<sup>STE</sup> DEL.

JÆRNBETONENS EGENSKABER.  
KONSTRUKTIONSELEMENTERNES BEREGNING,  
UDFORMNING OG FREMSTILLING.

AF

**E. SUENSON**

INGENIØR

PROFESSOR VED DEN POLYTEKNISKE LÆREANSTALT

TREDIE UDGAVE

FOTUZINKTRYKT HOS TUTEIN & KOCH

1924

KØBENHAVN

P. E. BLUHME'S BOGHANDEL

TRYKT HOS J. JØRGENSEN & CO. (IVAR JANTZEN)

1918



Den stærke Udvikling, der har fundet Sted paa Jærnbetonens Omraade, siden denne Bog første Gang blev udgivet, har medført, at 2. Udgave er svulmet betydeligt op, til Trods for, at Forhold, hvorover jeg ikke har været Herre, har tvunget mig til at udskyde Jærnbetonens specielle Anvendelser til Behandling i en senere udkommende 2. Del. Dog er Funderingspæle medtagne i Tilslutning til Søjler, ligesom i 1. Udgave, og i Indledningen er indskudt nogle Oplysninger om de nu saa aktuelle Jærnbetonfartøjer. De øvrige Anvendelser, som lejlighedsvis er nævnte, er sammenstillede i Sagregistret under »Anvendelser«.

Ved Formlernes Udledning er der gaaet ud fra den almindelig anerkendte Forudsætning, at Betonen ingen Trækspændinger optager, og at der er Proportionalitet mellem Spændinger og Formforandringer, men der er samtidig lagt Vægt paa at klarlægge de sande Spændingsforhold, saavel inden Betonen er revnet, som paa Brudstadiet, hvor den nævnte Proportionalitet ikke længere er til Stede. Uden Kendskab til disse Forhold konstruerer man i Blinde. Dette er Grunden til, at der ved Siden af den rette Arbejdslinie er indført en parabolisk Trykarbejdslinie for Betonen; den anskueliggør Brudfænomenerne og  $n$ 's Variation og muliggør en Beregning af de herhen hørende Forhold. Hvorvidt Parabolen passer mere eller mindre godt med de ved middelstore Spændinger udførte Deformationsmaalinger er i denne Forbindelse af underordnet Betydning. Hovedsagen er, at den paa den simplest mulige Maade danner et Bindeled mellem Forholdene, som de er ved smaa Spændinger, og som de er paa Brudstadiet.

Bogen er skrevet under Forudsætning af, at Læseren har Kendskab til den tekniske Elasticitetslære og Statik, idet saadanne Formler, som ogsaa bruges ved homogent Materiale, ikke er udledede paany, men kun bragt i Erindring. Bestemmelse af Snitkræfter og bøjende Momenter er der saaledes som Regel ikke gaaet ind paa, dog er der af Hensyn til Bogens Brug som Haandbog medtaget nogle simple Formler for Momenter i Søjler, der er sammenstøbt med Dragere, og en Samling Formler for Momenter og Transversalkræfter i kontinuerlige Bjælker og Bjælker over 1 Aabning med forskellig Last og Understøtningsmaade.

Afsnittet om strakte Bygningsdele er mere omfattende end vanligt i slige Lærebøger, idet jeg der har behandlet Svindspændinger og Revnedannelse. De herhen hørende Forhold er nogenlunde simple i Konstruktioner, der er

paavirkede til rent Træk, og er man først bleven fortrolig med dem der, overføres Resultaterne ret let til Konstruktioner med Bøjningsspændinger.

Ved Udledelsen af Spændingsforholdene i Bjælker og Plader er der ikke gjort Brug af Modstandsmomentet, men Momentet er opløst i en Trækkraft og en Trykkraft, der er behandlet hver for sig, en Fremgangsmaade, som sjældent bruges ved homogene Tværsnit, men som er paa sin Plads ved Jærnbeton-tværsnit, fordi den giver et bedre Overblik over Forholdene, der her er mindre simple. Indenfor Jærnbetonkonstruktionerne er der ofte ingen skarp Adskillelse mellem de bærende og de bærte Dele; alle mulige Bjælkeformer forekommer, og den Konstruktor, der blot arbejder med det matematiske Begreb Modstandsmomentet uden at gøre sig nærmere Rede for de optrædende Kræfter, kan let komme galt afsted. Ved Behandling af simple rektangulære Tværsnit kan man dog ofte i Praxis med Fordel gøre Brug af Modstandsmomentet, naar man har Tabeller over dette, og saadanne Tabeller er medtagne dels gældende for Plader med de mest brugte Tykkelser og Jærnindlæg, dels gældende i al Almindelighed for rektangulære Tværsnit med kendt Jærnprocent.

Udledelsen af Spændingerne i Plader og Bjælker kunde have været forenklet i en vis Forstand ved straks at behandle det mest omfattende Tilfælde, nemlig Tværsnit med Trykarmring og med Betonen medvirkende til Træk, og saa blot omforme de fundne Ligninger ved at sætte henholdsvis Betonens Trækspænding og Arealet af det trykkede Jærn lig Nul, eftersom det ene eller det andet Tilfælde foreligger. En saadan Fremgangsmaade tiltaler den, der forud er fortrolig med Stoffet, men jeg har dog anset det for rigtigst ogsaa paa dette Punkt at begynde med det enkle Tilfælde og derefter gaa over til det sammensatte, et Princip, der er anvendt overalt i Bogen, og som jeg tror er til Fordel for Tilægsen.

Alle de udviklede Formler er saavidt muligt søgt bekræftede eller korrigerede ved Hjælp af de foreliggende Forsøgsresultater, kun gennem disse opnaas en dybere Indsigt i Forholdet mellem Teori og Virkelighed. Navnlig maa det tyske Jærnbetonudvalgs omfangsrige og overordentlig grundige Forsøgsrækker nævnes. Det er dette Udvalg, der har opstillet de Bestemmelser for Udførelse af Jærnbetonbygværker, der her i Bogen er citerede som *De tyske Bestemmelser* (1915), og som under 13. Januar 1916 er vedtagne af det preussiske Ministerium for offentlige Arbejder. Der er ogsaa medtaget mange Fotografier og Tegninger, visende hvorledes de forskellige Bygningsdele gaar i Stykker. Gennem Studiet af Brudfænomenerne lærer man at imødegaa dem paa rationel Maade, og man bliver fortrolig med Materialet og i Stand til at udfinde Aarsagen til de Revner, der fremkommer i mangelfuldt udførte Konstruktioner.

Bogstavsymbolerne er i alt væsentligt de samme som i første Udgave, kun er Afstanden mellem et Tværsnits Tryk- og Trækcentrum betegnet med  $m$ , mens den tidligere Betegnelse  $\mu$  har faaet en anden Anvendelse; iøvrigt henvises til Listen paa Side 293. Jeg har fastholdt det Princip saavidt muligt at undgaa Indekser ved de Betegnelser, der stadig gaar igen i Beregningerne, og som derfor helst maa være simple, ogsaa af Hensyn til deres Afskrivning paa Maskine; jeg har derfor ikke helt kunnet slutte mig til den i Dansk Ingeniørforenings Jærnbetonnormer optagne Bogstavliste, men har bibeholdt Betegnelserne  $h$  for Nyttehøjden og  $f$  for et Jærnareal; Indeksen  $j$  (for Jærn), som nu ogsaa bruges i Norge og Sverrig, har jeg heller ikke fundet Anledning til at ændre.

I første Udgave var Momenter overalt udtrykt i kgm og Spændvidder i m, hvilket var til Fordel for Bogens Brug i Praxis, men besværliggjorde de teoretiske Udviklinger, og da den ny Udgave medtager betydeligt mere Teori end den gamle, er jeg de fleste Steder gaaet over til at regne med kgcm og cm. Listen Side 293 giver iøvrigt de fornødne Oplysninger om Enhederne.

Afsnittet om Arbejdets Udførelse er for en meget stor Del udarbejdet paa Grundlag af mine egne Erfaringer, og jeg maa stærkt understrege dets Betydning. Altfor ofte er der et skrigende Misforhold mellem den Vægt, der lægges paa Dimensioneringen, og den, der lægges paa Udførelsen; der vaages med pinlig Nøiagtighed over, at Betonspændingen ikke overstiger den tilladte Værdi med en eneste Atmosfære, men om Betonen ved Udførelsen kun opnaar Halvdelen eller Trediedelen af den forudsatte Styrke, det tager man sig let. Ved Jærnbetonkonstruktioner kan man ikke, som ved Træ- og ofte ved Jærnkonstruktioner, skille Projektering og Udførelse fuldstændig ad; saasart man kommer ind paa Konstruktioner, der afviger fra det mest almindelige maa man ved Detailtegningernes Fremstilling gennemtænke Udførelsen fra først til sidst, Led for Led, kun derved sikrer man sig en god Konstruktion. Navnlig i dette Afsnit er en Del Fotografier af veludført Jærnarbejde medtaget.

Overhovedet har jeg bestræbt mig for, belært af egen Erfaring, at fremhæve de tekniske Krav, ogsaa i Bogens teoretiske Afsnit. Teoretiske Forsyndelser og Regnefejl kan man undertiden slippe godt fra i Ly af den almindelige Sikkerhedskoefficient, men de tekniske Forsyndelser har man sædvanligvis ingen Sikkerhedskoefficient til at dække over.

Ligesom i *Byggematerialer* er tættrykt Petit anvendt i et betydeligt Omfang, dels for at spare paa det for Tiden saa dyre Papir, dels for at udskille de Afsnit, der er af mindre almen Betydning, enten fordi de behandler specielle Konstruktionsformer og uddyber specielle Æmner, eller fordi der deri udledes Formler, der vel har almindelig praktisk Betydning, men hvis Udledning sker rent uekanisk, efter forud kendte Principer, og derfor er en ret ufrugtbar Læsning. Ved Eksamen paa den polytekniske Læreanstalt vil der ikke blive eksamineret i disse Afsnit.

Det udførlige Register i Forbindelse med Sagregistret bag i Bogen vil forhaabentlig gøre det let for den, der kun søger Oplysning om et enkelt Spørgsmaal, at finde sig tilrette.

København i Januar 1918.

E. SUENSON.

## INDHOLD.

	Side		Side
<b>I. Indledning</b> . . . . .	1	$\beta$ . Brug af Profiljærn . . . . .	20
<b>II. Historisk Oversigt</b> . . . . .	7	$\gamma$ . Rundjærns Minimalafstand fra Overfladen og indbyrdes . . . . .	21
<b>III. Jærnbetonens Egenskaber</b> . . . . .	8	b. Considères Kroge . . . . .	22
A. Betonens Evne til at hindre Rustdannelse . . . . .	8	$\alpha$ . Form og Virkemaade . . . . .	22
B. Elektricitets Indvirkning paa Jærnbeton . . . . .	10	$\beta$ . Nødvendig Forankringslængde . . . . .	26
C. Adhæsionen mellem Jærn og Beton . . . . .	10	c. Ankerplader . . . . .	28
1. Jærnets Indflydelse paa Glidespændingen . . . . .	11	d. Øjestænger . . . . .	33
a. Udtrækningsdiagrammer . . . . .	12	4. Specialjærn . . . . .	33
b. Indstøbningslængdens Indflydelse . . . . .	12	<b>D. Jærnbetons Forhold i Varme og Ild</b> . . . . .	35
c. Flydegrænsens Betydning . . . . .	14	1. Varmeledningsevne . . . . .	35
d. Jærndiameterens Indflydelse . . . . .	15	2. Varmedvidelse . . . . .	36
e. Jærnoverfladens Beskaffenhed . . . . .	15	3. Varmes Indflydelse paa Trykstyrken . . . . .	37
f. Sammenfatning . . . . .	16	4. Brandsikkerhed . . . . .	38
2. Betonens Indflydelse paa Glidespændingen . . . . .	16	5. Isolering af Jærnkonstruktioner . . . . .	40
a. Vandmængdens Indflydelse . . . . .	16	<b>IV. Jærnet og dets Egenskaber</b> . . . . .	42
b. Cementmængdens, Mørtelmængdens og Hærdningsmaadens Indflydelse . . . . .	17	A. Blødt Staal . . . . .	42
c. Stampningens Indflydelse . . . . .	19	B. Haardt Staal . . . . .	43
d. Alderens Indflydelse . . . . .	19	C. Specialjærn . . . . .	44
e. Olies Indflydelse . . . . .	19	<b>V. Betonens Raastoffer og Blandingsforhold</b> . . . . .	45
3. Jærnenes Forankring og Stødning i Praksis . . . . .	20	A. Cementen . . . . .	45
a. Sempel Overdækning . . . . .	20	B. Sandet . . . . .	46
$\alpha$ . Nødvendig Forankringslængde . . . . .	20	C. Stenene . . . . .	46
		D. Vandet . . . . .	47
		E. Betonens Blandingsforhold . . . . .	47
		<b>VI. Konstruktionselementernes Beregning og Udformning</b> . . . . .	49
A. Tilladelige Spændinger . . . . .	49	b. Søjler paavirkede af et ekcentrisk Tryk . . . . .	71
B. Trykkede Bygningsdele . . . . .	50	$\alpha$ . Dimensionering . . . . .	71
1. Uarmeret Betons Forhold overfor Tryk . . . . .	50	$\beta$ . Bestemmelse af de fra Bjælke til Søjle overførte bøjende Momenter . . . . .	73
a. Betonens Trykstyrke . . . . .	50	Mellensøjler . . . . .	75
b. — Trykelasticitet . . . . .	52	Ydersøjler . . . . .	75
2. Søjler . . . . .	54	3. Funderingspæle . . . . .	76
a. Centralt paavirkede Søjler . . . . .	54	a. Egenskaber . . . . .	76
$\alpha$ . Søjlers Form og Armering . . . . .	54	b. Form og Armering . . . . .	76
Søjlekroppen . . . . .	54	c. Støbning . . . . .	77
Søjlefoden . . . . .	55	d. Ramning . . . . .	78
Fundamentet . . . . .	57	e. Bæreevne . . . . .	79
$\beta$ . Spændingsbestemmelse . . . . .	57	f. Huses Fundering paa Pæle . . . . .	81
$\gamma$ . Armeringens Virkning . . . . .	58	g. Andre Funderingsmaader . . . . .	83
Tværuvidelse . . . . .	58	<b>C. Strakte Bygningsdele</b> . . . . .	83
Armeringens Indflydelse paa Styrke og Seighed . . . . .	58	1. Uarmeret Betons Forhold overfor Træk . . . . .	83
Længdearmeringens Virkning . . . . .	59	a. Betonens Trækstyrke . . . . .	83
Tværarmeringens Virkning . . . . .	60	b. — Trækelasticitet . . . . .	84
$\delta$ . Faren for Udbøjning . . . . .	61	c. — Rumfangsændringer under Hærdningen . . . . .	84
Almindelige Bemærkninger . . . . .	61	d. Indre Kræfter fremkaldte af Svindet . . . . .	85
Eulers Formel . . . . .	62	e. Svindrevner i uarmerede Betonkonstruktioner . . . . .	86
Ritters — . . . . .	63	2. Armeret Betons Forhold overfor Træk . . . . .	87
Dimensioneringsformler for kvadratiske Søjler . . . . .	67	a. Spændingsbestemmelse . . . . .	87
Udenlandske Dimensioneringsregler . . . . .	67	b. Revnedannelse . . . . .	87
e. Dimensionering af almindelige Søjler . . . . .	68	c. Spændingsforhold i et revnet Prisme . . . . .	89
$\zeta$ . Beviklede Betonsøjler . . . . .	68	d. Jærnbetons Trækstyrke . . . . .	90
$\eta$ . — Støbejærnsøjler . . . . .	71		



### Literatur-Forkortelser:

- B. u. E. = Beton und Eisen  
 D. A. f. E. = Deutscher Ausschuss für Eisenbeton  
 H. f. E. = Handbuch für Eisenbetonbau  
 I. M. = Internationalt Materialprøvningsforbund  
 Ing. = Ingenieuren  
 Mitt. ü. F. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens  
 T. F. T. A. f. J. = Teknisk Forenings Tidsskrift (Afdeling for Jernbeton)

## I. INDLEDNING.

1. Ved **Jærnbeton** eller **armeret Beton** forstås Beton, hvis Sammenhæng er forøget ved indstøbte Jærnstænger og Jærnbånd, den saakaldte Armering<sup>1)</sup>. Uarmeret Beton har kun ringe Styrke overfor Træk og Bøjning, og det er Armeringens Hovedopgave at raade Bod paa denne Mangel, men ogsaa Trykstyrken kan forøges ved hensigtsmæssig Jærnindlæg i Betonen, og for alle Arter af Paavirkninger gælder, at Armeringen forøger Betonens Sejghed, saa at en Overbelastning ikke fremkalder et pludseligt Brud, men først medfører Deformationer, der varsler om Faren, saa denne kan forebygges.

2. Brugen af Jærnbeton har været i rivende Udvikling siden Slutningen af forrige Aarhundrede; paa mangfoldige Omraader har den fortrængt Brugen af Sten, Jærn og Træ<sup>2)</sup>.

Til de Egenskaber, der har baaret Jærnbetonen frem, hører for det første dens store **Varighed** baade i Vand og Luft. Den angribes ikke som Træ af Svamp, eller som Jærn af Rust, og dens Brandsikkerhed overgaar alle andre Byggematerialers.

Dernæst dens **Billighed** i Forhold til Jærn; ved Licitationer herhjemme af større Brokonstruktioner har Maskinfabrikernes Tilbud været c. 50 % dyrere end Jærnbetonfirmaernes. Dertil kommer, at den ingen Vedligeholdelse kræver, saaledes som Jærnet; dette spiller en saa stor Rolle, at en Jærnbro maa være c. 13 % billigere i Anlæg for at kunne konkurrere pekuniært med Jærnbetonen<sup>3)</sup>. En stor Del af Prisen falder paa Forskallingen, og da denne er omtrent ens for lette og svære Konstruktioner, er det navnlig de svære Konstruktioner, der er billige i Forhold til Jærn<sup>4)</sup>.

I **Maskinbygningen** bruges Materialet i Stedet for Støbejærn til store Maskinstativer og Svinghjul<sup>5)</sup>.

I Forbindelse med Billigheden maa nævnes den **Pladsbesparelse**, man opnaar ved at bruge Jærnbeton i Stedet for Murværk til en Bygningens bærende Dele.

<sup>1)</sup> Om Beton armeret med Træ se *Tonindustrie-Zeitung* 1912, S. 351.

<sup>2)</sup> Jærnbeton bruges nu til saa forskellige Ting som Statuer (*B. u. E.* 1911, S. 329), Orgelpiber og kunstige Bjerge i zoologiske Haver (*T. F. T. A. f. J.* 1912, S. 40). Om Panserplader se *B. u. E.* 1908, S. 77, 107 og 283. Om Automobilkarosserier af Asbestcement se *Motor* 1917, S. 964.

<sup>3)</sup> *Ingeniøren* 1906, S. 360.

<sup>4)</sup> Større Husbygningsarbejder vil under normale Forhold koste 80—90 Kr. pr. m<sup>2</sup> Beton, Etageadskillelser 10—15 Kr. pr. m<sup>2</sup>.

<sup>5)</sup> *T. F. T. A. f. J.* 1908, S. 128 og 180; *B. u. E.* 1908, S. 156. Om Statsbanernes flyttelige Kranfodder se *Ing.* 1915, S. 549.

For Fabriker er det endvidere af Betydning, at man kan faa **store Lysaabninger**, idet Vinduesaabningerne kan føres helt op til Loftspladens Under-side, et Forhold, der iøvrigt ogsaa er af Interesse for Kældere i almindelige Huse.

**3,0.** Meget omfattende er den Brug, der gøres af Jærnbeton til **Beholdere** for saavel faste som flydende Varer. Undertiden, f. Eks. ved Fremstilling af Bryggerkar o. lgn., spiller det en Rolle, at man kan forme Karret efter Omgivelserne og derved undgaa Pladsspild. Ved Vandbygningsarbejder støbes hule Kasser, der bugseres paa Plads, og som, fyldte med Sten eller Beton, danner urokkelige Blokke.

Til **Pontoner** er Materialet saa godt egnet, at det formentlig ganske vil fortrænge Træ og Jærn paa dette Omraade.

**Fartøjer** af Jærnbeton er billigere end **Fartøjer** af Jærn<sup>1)</sup> og kræver ingen eller kun ringe Vedligeholdelse, og de bruges i stigende Grad, til Trods for at de er tunge at drive frem.

Materialet har længe været brugt til **Pontoner** og **Pramme**<sup>2)</sup>, og under den af Krigen skabte Skibsmangel vil der sikkert ske en betydelig Udvikling paa dette Omraade, idet **Fartøjer** af Jærnbeton kan fremstilles hurtigere end **Fartøjer** af Jærn.

**3,1.** Allerede i 1854 fremstillede Franskmanden *Lambot* en Robaad, men Brugen af Materialet i større Stil skriver sig fra 1896 og skyldes Italieneren *Gabellini*, hvis Værft stadig hører til de største paa dette Omraade.

I den sidste Tid er der fremkommet forskellige danske Smaaværfter. I Norge findes Ingeniør *Fougners* store Værft i *Moss* og et Værft i *Porsgrund*. I Sverrig bygger *Skånska Cementgjuleriet* *Pramme*, med hvilke Leret fra *Lommabugten* transporteres til Cementfabriken i *Limhamn*.

Det danske *Orlogsværft* har siden 1909 haft en Jærnbeton-Pontoon i Brug, og der er intet at udsætte paa den. En i 1910 fremstillet Bro-Pontoon sank derimod under en natlig Storm; den laa og gned op ad Brohovedet, og et løst, flydende Træestykke, der havde lejt sig mellem dette og Pontonen, skamfilede da et ret stort Hul i dens Side. Slige lokale Paavirkninger maa holdes borte ved Hjælp af Fendere (vandrette Trælister) paa de udsatte Steder. Det danske Ingeniørkorps har siden 1912 haft en Stenpram i Brug, og den fejler intet.

**3,2.** **Fartøjets Tværnsnit** har Form af et lavt Trapez, der ofte nærmer sig stærkt til et Rektangel. Tværbjælkerne i Bund og Dæk ligger i samme lodrette Plan og danner i Forbindelse med Sidespanterne lodrette Rammer, der giver Stivhed mod Sidetryk. Bund og Dæk virker som vandrette Bjælker til at fordele et lokalt Tryk over Spanterne, og ofte forbindes disse yderligere i halv Højde med en vandret Længdebjælke, der støbes sammen med Siden.

I **Længderetningen** faar **Fartøjet** de værste Paavirkninger, naar dets Midte befinder sig i en Bølgetop eller en Bølgedal<sup>3)</sup>, og Bølgebredden er lig **Fartøjets** Længde. Overfor disse Paavirkninger virker hele Skroget som en kasseformet Bjælke, idet Siderne optager de forskydende Kræfter, mens Trækkræfterne optages af langsgaaende Jærn i Bund og Dæk. Dette Jærn lægges fortrinsvis i Kassens Hjørner, men desuden i een eller flere Længderibber.

**Pladetykkelsen** i Bund og Sider varierer paa de forskellige Værfter lige fra 3 til 12,5 cm, men er hyppigst 7—8 cm. Ribberne danner ofte mer eller mindre kvadratiske Felter med 1—2,2 m Sidelinie, og Pladerne beregnes da som krydsarmede, men der er ogsaa Konstruktorer, der sparer paa Længderibberne og til Gengæld bruger mindre Spanteafstand end 1 m, og Pladerne beregnes da som bærende fra Spant til Spant. Hvis Ribberne ogsaa indvendig forbindes med en Plade, bliver Skroget sammensat af lutter vandtætte Celler, men paa Grund af Vægten bruges det som Regel kun for Bundens Vedkommende og kun undtagelsesvis; oftest udføres Inderbunden af Træ som en vandtæt Plankebund.

Da Stævnene er mest udsatte for Kollision, er der gerne et vandtæt Rum for og agter, adskilt fra Lasterummet ved en Væg af Jærnbeton.

<sup>1)</sup> Jærnbetonpramme skal endog kunne fremstilles for godt og vel Halvdelen af, hvad en Jærnpram koster (*B. u. E.* 1914, S. 80). En Oversigt over de hidtidige Præstationer paa Skibsbbygningens Omraade findes i *B. u. E.* 1917, S. 101 (*Boon*).

<sup>2)</sup> Gennemrustede Jærnpontoner har man repareret ved at udføre Bunden med et tyndt Lag Jærnbeton (*T. F. T. A. f. J.* 1913, S. 16). Gamle udtjente Træpramme har man omstøbt med Jærnbeton (*B. u. E.* 1917, S. 140). Man har ogsaa bygget Motorbaade (*Schiffbau* 1910—11, S. 101, 424; 1911—12, S. 66, 331; *Ingeniøren* 1912, S. 244). Om Konstruktionen af *Pramme* se *Walter Stross: Schwimmkörper aus Eisenbeton (Forschearbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft XVI), Schiffbau* 1912, S. 69, 184; 1913—14, S. 740.

<sup>3)</sup> I første Tilfælde er det bøjende Moment langt større end i sidste; f. Eks. dobbelt saa stort.

Forholdet mellem Skrogets Egenvægt og den Nyttelast, det kan bære, laa ved de første Udførelser omkring 1, men i den senere Tid er man naaet længere ned, endog til  $\frac{1}{2}$ . Det er dog tvivlsomt, om saa lette **Fartøjer** i Længden vil vise sig holdbare.

**Fartøjernes** store Vægt og dermed følgende Dybtgaaende gør dem tunge at trække; Længden bør derfor gøres stor i Forhold til Tværnsnittet.

**Fremstillingen** sker paa to forskellige Maader. Enten støbes **Fartøjet** i Form i dets naturlige Stilling af en fed, vandtæt Beton, og denne Fremgangsmaade giver utvivlsomt størst Tæthed og Styrke, men paa mange Værfter, f. Eks. de italienske og norske, nøjes man med at støbe Ribberne i Form, mens Pladerne fremstilles i Analogi med Råbælg ved Paaklaskning eller Paasprøjtning<sup>1)</sup> af Mørtelen, til hvis Fastholdelse der paa Jærnstængerne er bundet smaamasket Jærntraad:æv, Sildebensjærn el. lgn. Da en saadan Mørtel ikke er vandtæt, tilsættes der for det yderste Lags Vedkommende Ceresit eller andre Tætningsmidler<sup>2)</sup>. Det er dog lidet tiltalende at lade Vandtætheden være afhængig af et Pudslag, der let kan stødes af, og paa Forhaand synes det ogsaa tvivlsomt, om man ad denne Vej kan opnaa den Styrke, som man med Rimelighed kan forlange, at et **Fartøj** skal have, men hidtil har man, saavidt vides, kun gjort gode Erfaringer. I *Porsgrund* fremstilles **Fartøjerne** med opadvendende Bund, hvorved man sikrer sig en omhyggelig Udførelse af Yderfladen, og de løber af Stabelen i denne Stilling og vendes først i Vandet (*Ing. Alfsens Patent*).

**Fartøjet** maa helst sættes sideværts i Vandet; løber det ud paa langs, vil det under Afloebningen kunne blive paavirket af bøjende Momenter, der er større end de Momenter, der opstaar i det under Brugen.

Om **Fartøjernes** Forhold ved **Kollision** er kun lidet bekendt. Paa Grund af Stivheden maa et Stød fordele sig over langt flere Spanter end ved et Jærn- eller Træskib, og skulde en Plade blive deformet saa stærkt, at Jærnet flyder, og Betonen knuses, vil denne dog formentlig for en stor Del blive hængende ved Jærnnettet, saaledes at der ikke bliver et stort Hul for Vandet at strømme ind igennem, men kun Revner og Smaahuller, hvorved Lækken bliver lettere at stoppe<sup>3)</sup>.

Af Hensyn til Vandets, navnlig Havvandets, opløsende Virkning paa Cementen maa det anbefales at tjære **Fartøjerne** udvendig. Man har indvendt herimod, at Sødyrene sætter sig paa Tjæren og ikke paa en glattet Cementflade, hvilket er rigtigt; men Cementen i Overfladen vil for eller senere udvadskes, og den blottede, ru Betonflade vil da utvivlsomt blive begroet.

**3,3.** Et af det danske Handelsministerium nedsat Udvalg, der har haft nogle til Ministeriets Godkendelse indsendte Projekter til Bedømmelse, har udarbejdet følgende Dimensioneringsregler gældende for den almindeligste **Fartøjstypen**, i hvilken Dækkets Tværbjælker og Bundens Tværbjælker (Bundstokkene) kun er forbundne indbyrdes ved Sidespanterne og sammen med disse danner stive Rammer, af hvilke dog nogle er gennemskaarne for at give Plads til Lugerne.

## Regler

for Bygning af et fladbundet Jærnbeton-Fartøj med ca. 100 t Bæreevne.

### 1. Grundlag for Beregningen.

Dimensioneringen udføres paa Grundlag af Dansk Ingeniørenings Normer for Jærnbeton-Konstruktioner, for saa vidt som de ikke er ændrede ved nedenstaaende Bestemmelser.

Alle Plader i Bund og Sider skal være mindst 7 cm tykke. Plader, der er under 8 cm tykke, skal regnes simpelt understøttede, saafremt de ikke har to gennemgaaende Jærnet, eet i hver Side. Krydsarmede Plader kan dimensioneres efter den i «Ingeniøren» 1916, Side 632 angivne Formel (Formel (202) i § 305).

Jærnets Trækspænding maa ikke overstige 1200 at; Betonens Trykspænding maa ikke overstige  $\frac{1}{7}$  af Kontrolbjælkenes Brudspænding og heller ikke 60 at; Betonens Forskydningsspænding maa ikke overstige  $\frac{3}{10}$  af den tilladelige Trykspænding, og hvis den overstiger  $\frac{1}{10}$  af denne, skal hele den forskydende Kraft optages af Jærn.

### 2. Dimensionering af **Fartøjets** langskibs Forbindelser.

**Fartøjet** forudsættes ridende paa en Bølge af Form som en Trochoide, hvis Længde, *L*, er lig Skibets Længde mellem Perpendikulærerne, og hvis Højde er  $\frac{1}{30}$  af Længden. **Fartøjets** Lasterum forudsættes fuldt lastet med homogen Ladning. De langskibs Forbindelser dimensioneres for den Belastningstilstand, der fremkommer, dels naar **Fartøjets** Midte befinder sig over en Bølgetop, dels naar den befinder sig over en Bølgedal.

### 3. Dimensionering af **Fartøjets** tværskibs Forbindelser.

**Fartøjet** forudsættes fuldt lastet, men saaledes, at Lasten er jævnt fordelt over Halvdelen af Lastrummets Længde, mens den anden Halvdel er fri. Der regnes med et ydre Vandtryk svarende til største dybtgaaende  $+\frac{3}{10}L$ . Der ses bort fra Længdebjælkenes fordelende Virkning.

Ved **Bundstokkens** Dimensionering forudsættes den sammen med Sidespanterne at danne en tohængslet Ramme med Hængsler i de Punkter, hvor Spanternes Midtlinie skærer Dæksbjælkenes

<sup>1)</sup> Mørtelen haves i en lodret Tragte af Form som et Kohorn med fremadvendende vandret Spids, 2,5 cm i Diameter; Trykluftledningen er 13 mm i Diameter og er bagfra ført ind i Spidsen, hvor den ender noget bag Mundingen, saa Tryklufften (6 at) river Mørtelen med sig.

<sup>2)</sup> eller ogsaa fluateres Overfladen (*Schiffbau* 1910—11, S. 101).

<sup>3)</sup> angaaende Reparationen se *B. u. E.* 1917, S. 103.



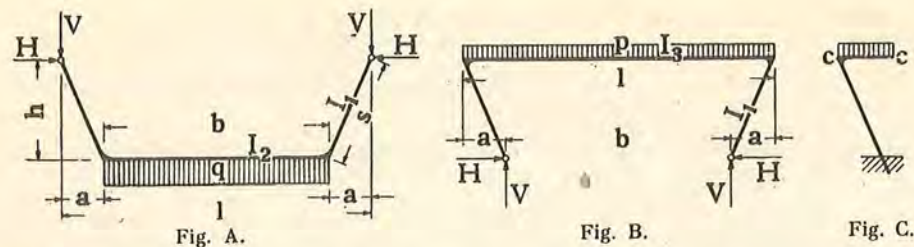


Fig. A.

Fig. B.

Fig. C.

Midtlinie. Der tages ikke Hensyn til Vandets Sidetryk paa Fartøjet, men regnes med dera i Fig. A viste Belastningstilstand, for hvilken man har:

$$H = \frac{q}{4} \cdot \frac{b}{h} \cdot \left( \frac{b}{3 + 2 \cdot \frac{I_2 \cdot s}{I_1 \cdot b}} + 2a \right)$$

$q$  er den resulterende Belastning pr. Længdeenhed af Bundstokken; virker den nedad i Stedet for opad, skal den indføres med negativt Fortegn.  $I_2$  og  $I_1$  er Inertimomenterne af henholdsvis Bundstokkens og Sidespantets Tværsnit; det er tilladt at regne  $I_2 = I_1$ .

Bundstokken undersøges for to Belastningstilstande, nemlig:

$$q = \text{største opadgaaende Vandtryk} \div \text{Bundens Egenvægt,}$$

$$q = \text{mindste} \quad \quad \quad \div \text{Bundens Last og Egenvægt.}$$

Det er tilladt at se bort fra Normalkraften i Bundstokken.

Sidespanterne undersøges for samme to Belastningstilfælde som Bundstokken, samt for det i Fig. B eller C viste. Det er tilladt at se bort fra Normalkraften i Sidespantet.

Dækket dimensioneres for Egenvægt og en bevægelig Last af mindst 700 kg/m<sup>2</sup>.

De gennemgaaende Dæksbjælker forudsættes sammen med Sidespanterne at danne en to-hængslet Ramme med Hængsler i de Punkter, hvor Sidespanternes Midtlinier skærer Bundstokkens Midtlinie (Fig. B). Formelen for  $H$  bliver i dette Tilfælde:

$$H = \frac{p}{4} \cdot \frac{l}{h} \cdot \left( \frac{l}{3 + 2 \cdot \frac{I_2 \cdot s}{I_1 \cdot l}} + 2a \right)$$

Det er tilladt at regne  $I_2 = I_1$  og at se bort fra Normalkræfterne i Dæksbjælke og Sidespant.

Udfor Lugerne regnes Sidespantet indspændt i Bunden (Fig. C).

Dækstrimmelen  $c-c$  (Fig. C) skal som vandret Bjælke kunne overføre Horizontalkræfterne  $H$  (Fig. A) til de gennemgaaende Dæksbjælker ved Lugerens Ender. Disse Dæksbjælker dimensioneres for den paagældende Horizontalkraft i Forbindelse med Momenterne fra den i Fig. B viste Belastningstilstand.

#### 4. Fendere og vandtætte Skodder.

Sikkerhed mod lokale Paavirkninger ved Paasejling eller lignende skal opnaas ved, at der gives Skibet en saadan Form, at det under normale Forhold kun kan træffes over Vandlinjen f. Eks. ved stærkt udfaldende Sider i Forbindelse med en Fender ved Hoveddækket, eller ved Anvendelse af flere Fendere.

Vandtætte Skodder anbringes for og agter og skal dimensioneres for Vandtryk fra begge Sider. Ved Beregningen forudsættes Vandoverfladen sammenfaldende med Dækspladens Underside.

#### 5. Overfladebehandling.

Bunden skal udvendig og til Lastevandlinjen være bestrøget med Asfalt, Kultjære eller Blackvarnish.

4. Jærnbetonens Massivitet og dens monolitiske Karakter er ofte en Fordele, navnlig i Tekstilfabrikker, hvor Konstruktionens Stivhed i høj Grad begunstiger Væverstolens gode Arbejde, og i Trykkerier, hvor Fremstillingen af Farvetryk kræver urokkelige Maskiner, da Farverne ellers ikke træffer, hvor de skal; men ogsaa i Beboelsehuse er det en stor Behagelighed at være fri for de med Træbjælkelag følgende Rystelser; paa en Jærnbeton-Etageadskillelse gaar man som paa den faste Jord<sup>1)</sup>.

Monoliteten betinger ogsaa, at man i mange Tilfælde kan lade Aabninger staa, f. Eks. i en Etageadskillelses Plader, uden derfor at behøve de besværlige Udvekslinger, som er nødvendige ved Jærn- og Trækonstruktioner.

<sup>1)</sup> Jeg mindes fra Ballerne i min Barndom, hvorledes vi maatte tøjre Kakkellovnen og indbyde Familien underneden, for at den ikke skulde gaa i Angst for at faa Loftet ned over sig. Og

5. Jærnbetonens Lydforplantningsevne nævnes ofte som en for Materialets Brug i Boliger uheldig Egenskab, men det er kun til Dels rigtigt.

Den Lyd, der forplanter sig gennem Luften, vil kun i ringe Grad gaa gennem Jærnbeton, fordi her ingen Revner og Sprækker er. Mangen københavnsk Lejer maatte ønske, at han havde en Jærnbetonvæg mellem sig og Naboen i Stedet for den dobbelte Bræddewæg<sup>1)</sup>.

Derimod er Lydfrembringelsesevnen stor. Lægger man et Slidlag af Cementmørtel eller Terrazzo paa en tynd Jærnbetonplade, klinger Fodslagene igennem. Men bruger man blot et blødt Slidlag som Linoleum, bliver Lydisoleringsevnen saa stor, som man med Rimelighed kan forlange af en c. 10 cm tyk Konstruktion. Og ved at støbe en hul Etageadskillelse med Plade baade ved Bjælkerens Over- og Underside og med lyddæmpende Stoffer imellem, bliver Isoleringsevnen bedre end Træbjælkelags, skønt Konstruktionshøjden er ringere. Endelig kan Isoleringsevnen forøges uden Grænser ved Isoleringslag ovenpaa Konstruktionen, hvilket vanskeligt lader sig gøre med Træbjælkelag<sup>2)</sup>.

6. Jærnbeton kræver i højere Grad end andre Materialer Forudseenhed hos Konstruktøren, idet der allerede ved Støbningen bør afsættes Huller eller indsættes Bolte til Bæring af Rørledninger, Transmissioner o. dsl. Naar først Betonen er hærdnet, er det baade besværligt og utiltalende at hugge Huller i den. Paa Steder, hvor der senere skal føres Rørledninger op eller anbringes Rækværksceptre, kan man indstøbe koniske Gipspropper, der let lader sig slaa ud.

En værdifuld Egenskab er den Lethed, hvormed man under Arbejdets Udførelse kan foretage Ændringer i Projektet. Faar man Lyst til at undvære en Søjle, saa lægger man blot noget mere Jærn i vedkommende Drager eller gør den noget højere. En saadan Forandring lader sig langt vanskeligere foretage med valsede Jærndrager, der som Regel er bestilte lang Tid forud.

man behøver ikke at danse for at blive generet af Rystelserne; i min nuværende Bolig kan jeg, hvad enten jeg ligger i min Seng eller sidder paa en Stol, mærke Sitringerne, naar de samme Bjælker paa den modsatte Side af Hovedskillerummet betrædes.

Mange Arkitekter har den Anskuelse, at Jærnbeton ikke hører hjemme i almindelige Boliger, men jeg tror, Fremtiden vil vise det modsatte; Stivheden, Brandsikkerheden og Sikkerheden mod Revner og mod Svamp vil veje for tungt, og endelig synes jeg, de reulige Jærnbetonkonstruktioner maa tiltale enhver, fremfor det Griseri, hvoraf almindelige Etageadskillelser bestaar. Hvad Brandsikkerheden angaar, er det ikke blot behageligt at vide sig boende i et brandsikkert Hus, men det forekommer mig, at Indførelsen af brandsikre Etageadskillelser maa være af saa stor Betydning for Landets Økonomi, at man før eller senere vil paabyde deres Indførelse. Ligesom det nu er forbudt i Byerne at bruge Træ til Husenes Yderflader, vil det ogsaa blive forbudt til Etageadskillelserne. Hver Gang jeg læser om en stor Ildebrand og den udbetalte Assurancesum, tænker jeg paa, at hvis man blot ved Bygningens Opførelse havde anvendt en Brøddel af dette Beløb til at gøre Etageadskillelserne brandsikre, vilde Ilden være bleven lokaliseret og store Værdier reddet.

<sup>1)</sup> Kun hvis Væggen selv kommer i Svingninger, kan det blive generende, og navnlig hvis Væggen tilfældigvis svinger i Takt med Lydgiveren f. Eks. en Maskine. Slige Ulemper undgaas bedst ved at adskille Maskinfundamentet helt fra Bygningen og indlægge et vandret Lag Korkplader i det saa langt nede, at Ankerboltene ikke gennembyder Laget. Korke vil da hindre Svingningerne i at forplante sig gennem Jorden til Bygningens Fundamenter. Ofte indskrænker man sig til at stille selve Maskinen paa en Korkplade (der kan være i eet Stykke eller sammenat af Korkklodser indspændt i en Jærnramme, der forringer Sammentrykningen), men Virkningen er ikke saa stor; formentlig kan den forøges ved at lægge Kork paa Ankerboltens Anlægsflader nede i Betonen. Rilt egner sig ikke til Isolering af tunge Maskiner, da det i Tidens Løb bliver haardt.

<sup>2)</sup> Til Isolering af Etageadskillelser er et 5-15 cm tykt Lag af fine Slagger eller Sand fortræffeligt. Ærtesten og Nøddesten er ikke godt, da Lyden gaar igennem de vide Luftkanaler. Lyden svækkes ved at gaa fra eet Materiale over i et andet, derfor er flere Lag af forskellige Stoffer godt. Ovenpaa Slaggerne kan der lægges et 4-5 cm tykt Betonlag, der ikke bør berøre Vægge og Søjler. Lodrette Rørledninger bør, hvor de passerer Gulvet, isoleres med Filt eller lign. Jærnbetonens Lydforplantningsevne synes større hos belastede end hos ubelastede Konstruktioner (B. u. E. 1911, S. 341). Gennemgaaende Jærnbeton søjler bidrager meget til at forplante Lyden fra den ene Etage til den anden.

7. I arkitektonisk Henseende frembyder Jærnbetonen store Fordele, idet den kan fremstilles i smukke Former uden Brug af forløren Pynt.

Naar der lyses efter en særlig Jærnbetonstil, synes det mig ikke helt med Urette, forsaavidt som Jærnbetonen adskiller sig fra de ældre Byggematerialer ved flere Ejendommeligheder, som vist maa kunne udnyttes kunstnerisk. Til disse hører det intime Sammenhæng mellem de enkelte Konstruktionsdele; i de ældre Konstruktioner blev Bjælkerne lagt ovenpaa Søjlerne, her vokser de ud af dem, omfrent som Grenene paa et Træ. Ogsaa den støbte Karakter maa kunne fremhæves ved bløde, afrundede Former, som de kendes fra Gips-, Jærn- og Broncestøbning; Tekniken er jo for en Del den samme.

Men paa den anden Side kan man næppe sige, at Jærnbetonen er traditionsløs; de almindelige Husbygningkonstruktioner former sig i alt væsentligt som Trækonstruktioner; Højden af en Bjælke og Tykkelsen af en Søjle bliver nogenlunde den samme, hvad enten man bruger Træ eller Jærnbeton. Den kunstneriske Gennemarbejdelse, som Træbjælkeløfterne har været Genstand for, synes mig derfor at maatte komme Jærnbetonen til gode. Paa mange Punkter kan Ligheden forfølges; Kopbaandene mellem Træbjælken og dens Søjle gaar igen i Konsollen under Betonbjælken; Sprængværker til Bæring af vidtspændte Lofter udføres paa samme Maade af Jærnbeton som af Træ, kun langt bedre, idet de slet ikke sætter sig, mens ophængte Trælofter synker mange Tommer ned i Aarenes Løb.

Saa er der Jærnbetonbindingsværket, som det fremtræder i moderne Forretnings- og Fabriksbygningers Ydervægge, hvor Søjler og Bjælker er støbte, og Felterne mellem dem udmurede. Konstruktionen er nær beslægtet med Træbindingsværket, men indeholder dog saa meget nyt og karakteristisk, at jeg synes, den maa være en ren Lækkerbidsken for en Arkitekt.

Mens jeg er ved Bindingsværket, maa jeg ogsaa nævne de gamle Huse, hvis øvre Etager er bygget ud over Stueetagen. Det er en Konstruktion, til hvilken det forgængelige Træ egnede sig meget lidt, mens Jærnbetonen er som skabt til den, og selv om den næppe vil blive genoptaget i større Udstrækning, kunde den dog maaske friste een og anden Arkitekt.

Man skulde tro, at Jærnbetonen netop maatte være efter Arkitekternes Smag, thi intet andet Materiale taler saa tydeligt til Beskueren om de Kræfter, der virker i det; mindst af alle Jærnet, hvis fligede Profilers Bæreevne ingen Lægmand kan bedømme. Betonsøjlen og Betonbjælkens Tværnit viser umiddelbart Bæreevnen, derfor bliver der ganske af sig selv Stil over en rationelt dimensioneret Jærnbeton-Konstruktion. Eller vil nogen benægte Stilfuldheden af et moderne Pakhus' Indre med de svære Søjler og Bjælker, der synes at kunne bære Alverden og danner et Hele, i hvilket Øjet ikke finder en eneste Forbindelse, der leder Tanken hen paa, at noget kunde svigte.

Ofte er Overfladen hæselig at se paa, men det er vist som Regel Pudsens Skyld; den raa Overflade er ikke grim, den virker alvorligt og kræver en smuk Form for ikke at virke kedeligt, men paa den anden Side synes jeg, at den i høj Grad fremhæver Liniernes Skønhed, fordi der ikke er andet at se paa. Det kan gøre een helt ondt, naar en saadan nøgen Skønhed skal dækkes, selv om Klædningen er pragtfuld.

8. Dekorativ Led, der tidligere udførtes af Rørpuds eller Rabitzpuds, bliver nu ofte støbt af Jærnbeton, hvorved man bliver fri for Revner og de dermed følgende Reparationer.

Kunstnerisk profilerede Led, der ikke bagefter skal pudses, kan enten støbes vaadt eller tørt. I første Tilfælde undgaar man ikke Smaahuller i Overfladen fra Luftblærer, der ikke er slupne tilvejs, og Overfladen maa derfor bagefter slæmmes ind med sandfri eller dog sandfattig Cementmørtel, der med en Sæk gvides ind i Hullerne, medens der kun lades det mindst mulige tilbage paa selve Overfladen. I andet Tilfælde bruges en meget tør Mørtel, der ikke giver Slamdannelse; ved omhyggelig Stampning faar man da en uhullet, sandstensagtig Overflade, idet Luften let slipper ud gennem Mørtelens Porer, da disse ikke er vandfyldte. Den tørre Mørtel behøver man kun at bruge i Yderfladen, bagved kan der støbes vaadt. Undertiden, f. Eks. til Altanpladers profilerede Underside, udlægges det underste, tynde Lag, som er af fin Mørtel, vaadt, og derpaa trykkes tørre Mursten ned i det, hvorved Vandet suges fra, og Luften kan slippe op.

9. Nedbrydning af Jærnbeton-Etageadskillelser volder ikke større Vanskelighed. Pladerne slaas i Stykker med en Muickert, hvorved Betonen let adskiller sig fra Jærnet, som derpaa overklippes. Hvor Forholdene tillader det, kan man bruge en Ramklods. Bjælkerne mejsles igennem ved Enderne, saa de kun hænger i Jærnene, der derpaa gennemskæres med en Stikflamme. Arbejdet sker særlig let med pneumatisk Mejsler, der udarbejder et Snit af kun ca. 2½ cm Tykkelse. Prisen for Nedbrydning af Jærnbetonbygninger angives til 10—15 Kr. pr. m<sup>3</sup> Beton. Se ogsaa B. u. E. 1911, S. 356. Flammeskæring skal ogsaa kunne anvendes paa selve Betonen. Ved et Forsøg i Chicago tog det 2¼ Minut at skære et 7 cm vidt Hul i en 20 cm tyk Betonplade (T. F. T. 1913, S. 262).

## II. HISTORISK OVERSIGT.

10. Jærnbetonens Oprindelse maa henføres til Midten af forrige Aarhundrede. Omkring 1850, da Portlandcementens Fabrikation fra at være Englændernes Hemmelighed gik over til at blive Fælleseje, og Kunststenindustrien samtidig begyndte at tage Fart, var Anvendelsen af et Jærnskelet inden i Stenene almindelig kendt.

I 1835 gjorde Englænderen Brunel Forsøg med fritbærende Mure armerede med Baandjærn<sup>1)</sup>. Den engelske Arkitekt Tyerman fik i 1854 Patent paa en Jærnbetonkonstruktion<sup>2)</sup>.

I 1855 udtog Franskmanden Lambot Patent paa at erstatte Træ i Skibe og Beholdere med Jærnbeton, og en lille Robaad, han samme Aar lod støbe til Udstillingen i Paris, eksisterer endnu. Men dette Patent førte ikke til noget.

Den første, der for Alvor kastede sig over Sagen, var Handelsgartneren Monier, der muligvis har kendt Lambots Patent og set hans Baad. Han støbte sine Plantebaljer af Jærnbeton, og i 1867 tog han Patent paa Forfærdigelsen af alle Slags transportable Beholdere af dette Materiale. Senere udvidedes Patentet til at gælde Rør og Reservoarer, Broer, Trapper og Jærnbanesveller (1875).

Monier udførte en Del Beholdere af indtil 200 m<sup>3</sup> Rumfang og nogle Broer; men megen Fortjeneste har han næppe haft af det, thi i 1876 undlod han at betale sin Patentafgift, saa at Patentet forfaldt og blev Almenejendom. I de følgende Aar 1877—80 fornyede han det atter og kompletterede det, og han synes at være kommen i Forbindelse med en Tekniker, thi de nye Patenttegninger viser betydelig mere Forstaaelse af Jærnets Virkemaade end de ældre. Disse Patenter, der altsaa var juridisk værdiløse, lykkedes det ham at slaa til Lyd for og faa solgt i de omgivende Lande.

Hans Udbytte blev dog ikke stort, og han havde ikke Held med selv at skabe sig en Forretning i Frankrig. Efter Jordskælvet ved Revieraen i 80erne agiterede han for Jærnbetonhuse paa Grund af deres Soliditet og fik bygget nogle Villaer i Nizza; han paabegyndte ogsaa en Fabrikation af Jærnbeton-Ligkister; men det lykkedes ham aldrig at skabe sig den Formue, han havde drømt om. I 1906 døde han. Moniers Betydning er da navnlig den, at han forstod Jærnbetonens Værdi og opreklamerede den uden at bidrage væsentligt til dens tekniske Udvikling.

At Jærnbetonen trængte igennem skyldes navnlig to Mænd, Ingeniør Wayss i Tyskland og Entreprenør Hennebique i Frankrig.

Wayss havde paa en Udstilling i Antwerpen set Moniers Beholdere og Rør. De var for spinkle til at være af Beton, og for svære til at Materialet kunde være Støbjærn (de var asfalterede, derfor sorte); han søgte da nærmere Oplysninger og fik saa stor Tillid til Opfindelsen, at han afkøbte Monier hans Patent og opgav sin Forretning for fuldstændig at vie sig til Indførelsen af det nye Materiale i Tyskland. Sammen med Bauschinger paabegyndte han videnskabelige Forsøg med det, lærte dets Styrke at kende og lærte at lægge Jærnet paa dets rette Plads, nemlig der, hvor Trækspændingerne findes.

Da Monier besøgte Wayss i Berlin, og der paa Arbejdspladsen blev vist ham en Plade med Jærnet liggende i Undersiden, rystede han paa Hovedet og indprentede Arbejderne, at Jærnet altid skulde lægges i Midten. Wayss søgte at forklare ham Fordelen ved den ny Ordning, men den anden blev ved sit og udbrød tilsidst ærgerlig: »Hvem er Opfinderen, De eller jeg?« hvortil Wayss svarede: »De er den første, der har forbundet Beton med Jærn, og derfor opkalder jeg ogsaa Systemet efter dem; men jeg er den første, der har anbragt Jærnet rigtig; desværre har jeg ikke taget Patent paa det.«

Wayss undersøgte ogsaa Adhæsionen mellem Jærn og Beton og paaviste Betonens rustbeskyttende Evne; det skyldes hans Energi, at »Moniersystemet«, hvorved forstaaes plane eller hvælvede Jærnbetonkonstruktioner uden Ribber, vandt saa hurtig Indpas i Tyskland.

I Frankrig hvilede Bevægelsen indtil 1892, da Hennebique og Coignet omtrent samtidig tog Patent paa Bjælker af Jærnbeton.

Idéen var ikke ny; Jærnbetonbjælker var allerede anvendt i andre Lande<sup>3)</sup>, ganske vist kun undtagelsesvis, men en stærkere Anvendelse laa i Luften. Alligevel er det Franskmandene og først og fremmest Hennebique, hvem vi kan takke for den rivende Udvikling, Jærnbetonen har faaet. Det skyldes hans Forretningstalent og praktiske Sans, at Jærnbetonen nu paa næsten alle Omraader staar som en farlig Medbejler til baade Murværk, Jærn og Træ.

Blandt konstruktive Forbedringer, der skyldes Hennebique, maa særlig nævnes Jærnets Opadbøjning ved Lejerne samt Indlæg af Bøjler.

Ingen af de nævnte Foregangsmænd var Teoretiker. Det første Forsøg paa at opstille Dimensioneringsformler blev gjort af Koenen i Berlin paa Opfordring af Wayss; den første videnskabelige Behandling foretog Neumann i Brünn 1890. I 1894 fremsatte Coignet og Tedesco en Beregningsmaade, der paa det nærmeste svarer til den nu hyppigst anvendte, hvor man ser bort fra Betonens Trækstyrke.

I Danmark blev Jærnbetonen første Gang anvendt 1891, nemlig til Etageadskillelser i Statens Museum for Kunst (Hvælvinger med indtil 9½ m Spændvidde), til det hvælvede Tag paa Hellerup Glasfabrik (12½ m Spændvidde) samt til Blokke i en Bølgebryder udenfor Frihavnen.

I 1892 brugtes Materialet til Etageadskillelser i Landbohøjskolens Stalde og i Geværfabrikken. 1892—93 blev der anvendt Jærnbetonplader til Beskyttelse af Frihavens Bolværker mod Pæleorm. 1893 paabegyndtes Fremstillingen af Monierør.

1894 blev Fodgængerbroen ved Langelinie udført (ca. 19 m Spændvidde).

1895—97 blev der bygget 6 Vejbroer og en Gangbro over Kystbanen.

I 1896 blev der støbt en Monierbro (Spændvidde 12,5 m, Bredde 8 m) over en Arm af Odense Aa; Broen blev nedbrudt 1910.

<sup>1)</sup> B. u. E. 1913, S. 169. <sup>2)</sup> Hager: *Theorie des Eisenbetons* 1916, S. 1.

<sup>3)</sup> 1ste Gang, 1886, til Biblioteket i Amsterdam.

### III. JÆRNBETONENS EGENSKABER.

#### A. Betonens Evne til at hindre Rustdannelse.

11. Det er en praktisk Erfaring, at Betonen <sup>1)</sup>, naar den er tilstrækkelig tæt, i en lang Aarrække beskytter Jærnet mod Rust <sup>2)</sup>. Om Beskyttelsen varer evigt lader sig naturligvis ikke afgøre, men foreløbigt har man ikke gjort foruroligende Erfaringer <sup>3)</sup>.

12. Naar Betonen er i Stand til at beskytte Jærnet, skyldes det dels dens **alkaliske Karakter** og dels dens **Tæthed**. Det Vand, der findes i Betonen, er mættet med Kalk og beskytter derfor Jærnet mod Rust, og vandrer der Vand ind udefra, vil dette ligeledes mætte sig med Kalk. Cementens Størkning og Hærdning beroer nemlig hovedsagelig paa Udskillelse af smaa Krystaller af Kalciumhydroxyd  $\text{Ca(OH)}_2$ : Kalk af samme kemiske Sammensætning som læsket Kalk, af hvilken der derfor altid vil være store Mængder i Betonen <sup>4)</sup>.

Kalciumhydroxyd er ganske vist meget tilbøjeligt til at optage Kulsyreanhydrid fra Luften og omdanne sig til Kalciumkarbonat, og en saadan Omdannelse sker der ogsaa i Betonen, overalt hvor denne er i Berøring med Luften, men god Beton er for tæt til, at Kulsyren kan trænge ind, og Karbonatdannelsen bliver derfor rent overfladisk.

Er der Revner i Betonen, gennem hvilke Luften kan trænge ind til Jærnet, er Muligheden for et lokalt Rustangreb tilstede, men er Revnerne fine, vil Luftcirkulationen i dem være saa ringe, at Angrebet ingen Betydning faar under normale Forhold <sup>5)</sup>.

<sup>1)</sup> Talen er her udelukkende om Beton af Portlandcement. Ved Vandbygningsarbejder i Tyskland bruges undertiden Kalk-Trass-Beton med Jærnindlæg, men om Jærnets Varighed under disse Forhold vides intet nærmere; den er dog sikkert stor, hvis Betonen er tæt.

<sup>2)</sup> Nogle mener endog at have konstateret, at rustne Stænger bliver rustfri efter nogen Tids Indstøbning, men det beroer dog sikkert paa en Fejltagelse. Man har villet forklare Rustens formentlige Forsvinden ved at den opløses af Mørtlen, mens denne endnu er flydende, idet der da i Mørtlen skulde findes surt Kalciumkarbonat,  $\text{CaH}_2(\text{CO}_3)_2$ , som er i Stand til at opløse Jærnoxid (se *Den Tekniske Forenings Tidsskrift* 1909, S. 201 og *B. u. E.* 1912, S. 48). Men da Luftens Kulsyre ikke kan trænge ind i den vandfyldte Mørtel, vil der næppe kunne danne sig nævneværdige Mængder af det paagældende Karbonat. Iøvrigt har jeg selv konstateret, at Jærnstænger, der var rustne ved Indstøbningen, ogsaa var rustne, da de 6 Maaneder senere blev trukne ud (*Ingeniøren* 1908, S. 130).

<sup>3)</sup> En i Grenoble 1886 bygget Vandledning med 25 m Trykhøjde blev 15 Aar efter (1901) undersøgt, og man fandt Mørtlen uforandret, og alt Jærnet, selv de 1 mm tykke Bindetraade, sammenhængende med Mørtlen og ubeskadiget (*Ingeniøren* 1901, S. 208). Af en i München 1892 nedlagt Rørledning blev et Rør taget op 1902, og Traadene var ganske rustfri. I begge disse Tilfælde har Mørtlen dog formentlig været meget fed. I Østrig har man undersøgt nogle 13-aarige Buebroer, hvis Underside havde været stærkt udsat for Lokomotivvæg. Jærnet, der var dækket af 1—3 cm Beton af Blanding 1:3, var uforandret, kun paa eet Sted, hvor Betonen var synlig porøs, var Jærnet ret stærkt rustent (*B. u. E.* 1908, S. 375).

Senere Undersøgelser af en Mængde tyske Jærnbetonbroer (*Ing.* 1916, S. 237) har vist, at ingen er helt fri for Rustangreb, og at dette udgaar fra Revnerne i Betonen. Rustdannelsen var stærkest, naar det dækkende Mørtellag var tyndt, og voksede med Broens Alder og navnlig med Luftens Forurening.

Skulde det mod Forventning vise sig, at Jærnets Varighed i en vel udført Konstruktion kun er midlertidig, vil man kunne forøge den ved at bruge forzinket Jærn og ved at behandle Betonens Overflade med Tætningsmidler.

<sup>4)</sup> Andre vædte Metaller som Zink, Bly, Tin, Kobber og Aluminium, der i Modsætning til Jærnet angribes af Alkalier, iltes i Berøring med Beton.

<sup>5)</sup> Ved Belastning af en Jærnbetonbjælke vil Betonen revne, naar dens Trækspænding har naaet Brudværdien, men er der meget Jærn i Bjælken, vil Revnerne være yderst fine. *Probst* udsatte i flere Døgn saadanne Bjælkens Underside for en Blanding af Ilt, Kulsyreanhydrid og Vanddamp, uden at det paavirkede Jærnet. Først naar Bjælkerne overbelastedes saa stærkt, at

13. En Betingelse for Jærnets Bevarelse er naturligvis, at det er helt indhyllet i Mørtel; træder det frem i Betonens Overflade, vil det ruste, saafremt de øvrige Betingelser (Ilt og Fugtighed) er tilstede. Ved Betonkonstruktioner, der er udsatte for fugtig Luft, maa man derfor i særlig Grad drage Omsorg for, at Jærnet overalt bliver fuldkommen dækket. Under almindelige Forhold kan Tykkelsen af det **dækkende Betonlag** sættes til 1 cm for indendørs og 2 cm for udendørs Konstruktioner, men hvor Luften er rig paa Syredampe, gaar man undertiden op indtil 5 cm <sup>1)</sup>.

Jærnbeton-Konstruktioner maa selvfølgelig ligesom almindelige Betonkonstruktioner beskyttes mod **gennemsvivende Vand**, der lidt efter lidt vil opløse Kalken. Vandbeholdere, Tunnellofter o. lgn. maa derfor enten støbes af en vandtæt Beton eller forsynes med et vandtæt Isolationslag.

14. Tætheden spiller en særlig stor Rolle for Jærnbeton, der skal modstaa **Havets Paavirkninger**. Angaaende almindelig Betons Forhold i Havvand henvises til *Byggematerialer* 1911, § 1164—70, for Jærnbetonens Vedkommende kommer yderligere Faren for Jærnets Rusten til. Erfaringerne paa dette Omraade gaar ikke langt tilbage, men alt tyder dog paa, at Jærnbeton-Konstruktionerne har en lignende Varighed som de uarmerede Beton-Konstruktioner.

Af Beretningerne fra den 11. internationale Skibsfartskongres i Petrograd 1908 <sup>2)</sup> fremgaar, at man de fleste Steder har gjort gode Erfaringer med Jærnbeton i Havvand, naar blot Blandingen har været fed (c. 500 kg Cement pr. m<sup>3</sup> Grus), og Jærnet har ligget 2—3 cm fra Overfladen. Endvidere fremhæves Betydningen af at stryge med Kultjære eller ren Cement. Ved den 12. Kongres 1912 var alle enige om Jærnbetonens Ypperlighed <sup>3)</sup>.

Revnerne gavede som Følge af Jærnets Flyden, først da begyndte Jærnet at ruste (*E. Probst: Einfluss der Armatur und der Risse im Beton auf die Tragsicherheit*).

Ved lignende Forsøg i Dresden (*D. A. f. E.* Heft 31, S. 70) gjordes følgende interessante Iagttagelse. En Bjælke (Nr. 16) belastedes saa stærkt, at den formelle Jærnspejnding ( $\sigma_j = 2620$ ) laa ved 69 % af Flydegrænsen. Ved denne Last var der 10 tydelige Revner, af hvilke 1 gik tværs over Undersiden, mens de øvrige kun var synlige i Hjørnerne. Bjælken blev derpaa i Løbet af 3 Aar belastet 591 500 Gange. I de første 2 Aar var Lasten saa stor, at den gav  $\sigma_j = \frac{1}{8} \cdot 2620$  at, i det sidste Aar gik man op til  $\sigma_j = 1000$  at. Bjælken opbevarede indendørs, men 10 Gange om Aaret blev den lagt i Vand i tre Døgn, uden at Belastningsvekslingerne afbrødes. Ved den paatølgende Undersøgelse viste det sig, at Flertallet af de gamle Revner havde forlænget sig, og at nye var komne til, men det, som navnlig har Interesse, er, at da man blottede Bjælkens Jærn ud for en af de gamle Revner, der stadig kun var synlig i Bjælkens ene Hjørne (Forsøgsberetningen er ikke helt klar paa dette Punkt, men jeg gaar ud fra, at Bjælken blev undersøgt i belastet Tilstand), saa viste alle 4 Jærn sig rustangrebne i Revnens Forlængelseslinie. Revnen maa altsaa faktisk have strakt sig tværs over hele Bjælkens Underside, men den har været for fin til at kunne ses, og dog har den givet Anledning til Rustangreb.

De fine Revner er altsaa ikke absolut ufarlige, og da de i Tidens Løb kan udvides af Temperaturvariationer, bør man i særlige Tilfælde, f. Eks. naar Luften er meget syreholdig, ved Bygverkets Projektering have sin Opmærksomhed henvendt paa dette Punkt.

<sup>1)</sup> Man bør dog formentlig lægge mere Vægt paa, at det dækkende Betonlag er tæt, end paa at det er tykt. Tykkelsens Virkning har man ikke kunnet paavise ved Forsøg (*D. A. f. E.* Heft 31, S. 83).

<sup>2)</sup> Se Havneingeniør *Vedels* Referat i *T. F. T.* 1908, S. 254.

<sup>3)</sup> Se Docent *Munch-Petersens* Referat i *Ingeniøren* 1912, S. 555. Af Varighedsforsøg skal nævnes: Prof. *Möller* har anbragt Plader af 1 C:2 $\frac{1}{2}$ , S:2 Si ved Nordseens Kyst saaledes, at de ved Flod var under Vand, ved Ebbe over Vand. Efter 13 Aars Forløb var Jærnene rustfri, overalt hvor deres Afstand fra Betonens Overflade var over 5 mm (Referat af *I. M.'s* Kongresforhandlinger i København 1909, tysk Udgave Side 132).

Ingeniør *H. Wortmann* har i Ymuidens Havn ophængt 4 smaa Bjælker saaledes, at de skiftevis var vaade og tørre, og med en Belastning svarende til  $\sigma_j = 1225$  at. Efter 3 Aars Forløb var Betonen fri for Revner og Jærnet blankt (*B. u. E.* 1908, S. 404), bortset fra nogle enkelte overfladiske Rustpletter. 1 m<sup>3</sup> Beton indeholdt 400 kg Cement (*I. M.* 1909, IX, 1 d, S. 7). Se dog *Ingeniøren* 1914, S. 144.

I Ravenna ved det adriatiske Hav findes Jærnbetonpæle, der har holdt sig fortrinligt i 12 Aar, og i Limfjorden findes Pæle, der fra 1906 til 1913 intet har lidt. I det nordlige Norge har man derimod gjort daarlige Erfaringer ved Anvendelsen i Vandbygning paa Grund af Frostens Virkning (*I. M.* 1912, Kongresforhandlinger, Sektion B, S. 92).

Groft Sand er langt at foretrække for fint, navnlig naar der spares paa Cementen. Bruges fint Sand, bør Blandingsforholdet ikke være magrere end  $1 : 1\frac{1}{2}$  <sup>1)</sup>.

Muligvis har den af Ingeniør A. Poulsen fremstillede Moler-Cement (Portlandcement sammenmalet med Moler) en Fremtid for sig som Havvands-Cement. Den svinder imidlertid meget stærkt under Hærdningen, og naar dette Svind hæmmes af en Armering, faar Betonen Revner, en Mangel, som det volder Vanskelighed at komme ud over.

## B. Elektricitets Indvirkning paa Jærnbeton.

15. Over dette Emne har *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton* gjort en Del Forsøg, der er refererede i Heft 15. Sendes en elektrisk Strøm gennem en i Beton indstøbt Jærns spiral, følger den Jærnet uden at paavirke Betonen paa nogen skadelig Maade; er Jærnet derimod afbrudt, saa at Strømmen tvinges igennem Betonen, vil der, saafremt Betonen er vaad, og saafremt Strømmen er ensrettet, udvikles Ilt ved Anoden, som derfor rustet og sprænger Betonen; er Betonen tør, som i Husbygningskonstruktioner, eller er det Vekselsstrøm, rustet Jærnet ikke. En direkte skadelig Virkning af Strømmen paa Betonen (se de nedenfor omtalte amerikanske Forsøg) kunde man ikke paavise, skønt man prøvede forskellige Betonsorter. Ledningsmodstanden er meget ringe i vaad Beton, men stiger overordentlig stærkt, efterhaanden som Betonen tørrer.

I Amerika har man ogsaa gjort Forsøg, der viser, at uarmeret Beton ikke beskadiges af elektriske Strømme <sup>2)</sup>, og at armeret Beton kun beskadiges, naar den er vaad, og naar Strømmen har direkte Adgang til Jærnet, ved at dette rager ud eller er dækket af et ganske tyndt og mangelfuldt Betonlag. I slige Tilfælde sker Ødelæggelsen kun i Nærheden af Jærnet; er dette Anode, vil det ruste, som ovenfor beskrevet, er det Katode, vil den omgivende Beton blive mør og løsne sig fra Jærnet, og dette Tilfælde er det farligste, da det ikke giver Anledning til Sprængninger og overhovedet ikke kan ses udvendig. Tilsætning af Chlorider befordrer i høj Grad Elektrolysen,  $1\frac{1}{2}\%$  Kogsalt eller Kalciumchlorid, hundreddobbler Ødelæggelsen. Vil man sikre sig mod Elektrolyse, bruges en fed, vandtæt Beton (Vandtæthedsmidler er uvirksomme). Ubeskyttet Jærn bør ikke forekomme i Fundamenter, hvor der er Fare for, at det kan optage Returstrømme (B. u. E. 1913, S. 132).

16. Et Lynnedslag i en Jærnbeton-Konstruktion vil ingen Skade forvalde i Henhold til de Forsøg, man har gjort med at lade stærke Udladninger foregaa gennem Beton. Udladningerne følger Jærnet, og, hvor dette er afbrudt, gaar de gennem Betonen uden at gøre væsentlig Skade. Er Betonen vaad, ser man slet ingen Virkning af Gennemslaget, der antagelig fordeler sig over et stort Areal; er Betonen tør, danner der sig et »Lynrør« fra det ene Jærn til det andet; dette Rør er, efter at den første Udladning har fundet Sted, ganske fint, men ved gentagne Udladninger smelter Væggene sammen til en sort, glasagtig Masse, saa at Rørviddens kan vokse til 2,5 mm. Selv Lynrør af 4 cm Længde fremkalder ingen Sprængning af den omgivende Beton. Trods alt plejer man dog ikke at behandle Jærnbeton-Bygninger anderledes end andre Bygninger, hvad Lynafledning angaar <sup>3)</sup>. Til direkte Iagttagelse af Lynets Virkning er der i Tyskland bygget et 12 m højt Jærnbeton-Stillads, men der foreligger endnu ingen Resultater <sup>4)</sup>.

## C. Adhæsionen mellem Jærn og Beton.

17. Cementmørtel hefter mere eller mindre stærkt til Omgivelserne og de Genstande, der er indstøbt i den. Naar Beton revner, gaar Brudfladen ofte tværs gennem Stenene i Stedet for at følge disses Overflade. Man skelner mellem normal og tangential Adhæsion.

<sup>1)</sup> Se T. F. T. 1913, S. 212—13.

<sup>2)</sup> Se f. Ex. *Ingeniøren* 1915, S. 156.

<sup>3)</sup> Se B. u. E. 1913, S. 290. Om almindelige Lynaflederanlæg se *Den tekniske Forenings-Tidskrift* 1912, S. 105 (Ernst).

Det anbefales at forbinde Armeringen i et kobberklædt Spir med Kobberet foroven og for neden. En særlig metallisk Forbindelse mellem de enkelte Jærnstænger anses for overflødig; man mener, at den almindelige Tværarmering danner tilstrækkelig Forbindelse.

<sup>4)</sup> Det eneste Lynnedslag i Jærnbeton-Bygninger, der er omtalt i Literaturen, skete i en Villa i U. S. A. og synes ingen Skade at have forvoldt (B. u. E. 1905, S. 261).

Bach og Graf har prøvet at indstøbe 1 mm tykt Jærnblik i Cementmørtel-legemer (Fig. 1) og trække dem over, hvorved det viste sig, at Mørtlen adhærerede væsentlig stærkere til rustent end til glat Blik, og at Vandhærdning gav langt højere Værdier end Lufthærdning, nemlig 19,2 mod 7,7 <sup>at</sup>, naar Blikket var rustent <sup>1)</sup>. Saa høje Værdier for Adhæsionsspændingen vinkelret paa Fladen faar man dog kun ved særlig omhyggelig Støbning, i Praksis tør man slet ikke regne med den.

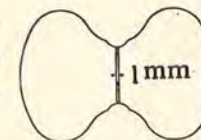


Fig. 1.

Det er den tangential Adhæsionsspænding, der har Betydning for Praksis, og dens Brudværdi bestemmes ved at

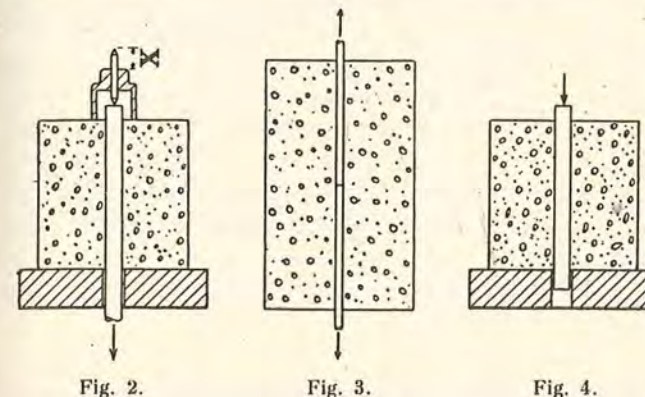


Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

trække eller trykke en indstøbt Jærnstang ud af en Betonklods og dividere den hertil fornødne Kraft med Stangens indstøbte, prismatiske Overflade. Det saaledes bestemte Tal, der i det følgende betegnes ved  $S_{bj}$ , kaldes ogsaa for **Glidespændingen** <sup>2)</sup>. De fundne Værdier varierer meget stærkt, lige fra næsten Nul til 65,2 <sup>at</sup>. Forsøgsanordningen har været som vist paa Fig. 2—4. Den tilspidsede Dorn øverst paa Fig. 2 tjener til at maale Stangens Glidning; denne er nemlig lig Formindskelsen af Længden  $x$ , der med en Mikrometerskrue kan maales meget nøjagtigt <sup>3)</sup>. Naar Jærnstangen strækkes (Fig. 2 og 3), vil dens Diameter formindskes, hvorved den lettere løsner sig, medens det omvendte er Tilfældet, naar Stangen trykkes (Fig. 4); og ved Forsøgene har ogsaa den sidste Ordning givet størst Glidespænding. De fleste Forsøg er udførte efter Fig. 2 <sup>4)</sup>.

Glidespændingens Størrelse afhænger baade af Jærnets og Betonens Beskaffenhed, og vi vil behandle de to Faktorer hver for sig.

### 1. Jærnets Indflydelse paa Glidespændingen.

18. Hvis Jærnet ikke er prismatisk, men forsynet med Fordybninger og Fremspring, kan det ikke glide i Betonen uden at beskadige denne. Forsøger man at trække et saadant Jærn ud, vil det springe, saafremt Indstøbningslængden er tilstrækkelig stor, og i modsat Fald vil det forsøge at glide og enten afskære den Beton, der er indstøbt i Fordybningerne, eller ogsaa sprænge hele Betonklodsen efter Længden i flere Stykker.

<sup>1)</sup> *Handbuch für Eisenbetonbau* I 1912, S. 360.

<sup>2)</sup> De første Forsøg er gjort af *Bauschinger*, der fandt en Glidespænding af 40—47 <sup>at</sup>, og af *Tedesco*, der med 6 Døgn gamle Mørtelprismer fandt 20—25 <sup>at</sup>.

<sup>3)</sup> *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* Heft 22, S. 7.

<sup>4)</sup> Om Fordelene ved Anordningen i Fig. 3, der kun er brugt af mig selv, se § 57.

### a. Udtrækningsdiagrammer.

19. Er Stangen absolut glat og prismatisk, vil den kun fastholdes som Følge af Cementens Vedhængning og som Følge af Friktionen; naar Trækket har naaet en vis Størrelse, glider Jærnet ud af Betonen efterladende et Hul med ubeskadigede Vægge. Fig. 5 viser Udtrækningsdiagrammer<sup>1)</sup>, hvor Trækket er afsat som Ordinaten og Variationen af  $x$  (se Fig. 2) som Abscisse. Inden Maksimallasten er naaet, er Bevægelsen formentlig elastisk; under Maksimallasten ophæves Adhæsionen, og Jærnet begynder at glide, kun hæmmet af Friktionen, der hurtigt formindskes<sup>2)</sup>. Diagrammet tilhøjre paa Figuren, af hvilket kun Toppen er gengivet, er optaget paa tilsvarende Maade, men paa hvert enkelt Belastningstrin ventedes saa længe, at Stangen kom i fuldstændig Ro; Maksimallasten blev saaledes holdt i 50 Minutter, hvorved Stangen fik Tid til at glide. Hurtige Forsøg giver altsaa noget for høje Værdier<sup>3)</sup>.

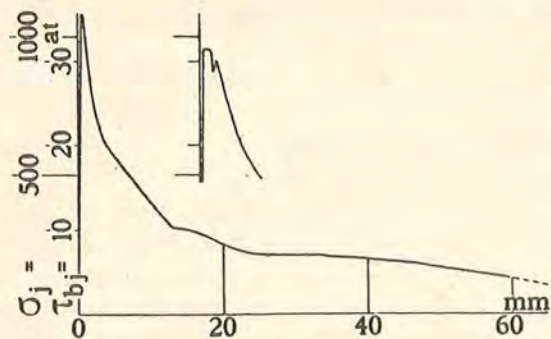


Fig. 5.

Diagrammet tilhøjre paa Figuren, af hvilket kun Toppen er gengivet, er optaget paa tilsvarende Maade, men paa hvert enkelt Belastningstrin ventedes saa længe, at Stangen kom i fuldstændig Ro; Maksimallasten blev saaledes holdt i 50 Minutter, hvorved Stangen fik Tid til at glide. Hurtige Forsøg giver altsaa noget for høje Værdier<sup>3)</sup>.

### b. Indstøbningslængdens Indflydelse.

20. Adhæsionsspændingens Brudværdi, Glidespændingen,  $S_{bj}$ , bestemmes som ovenfor nævnt ved at dividere Trækraften i Stangen med dennes ind-

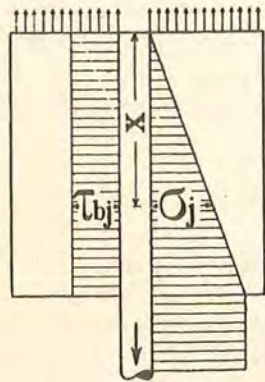


Fig. 6.

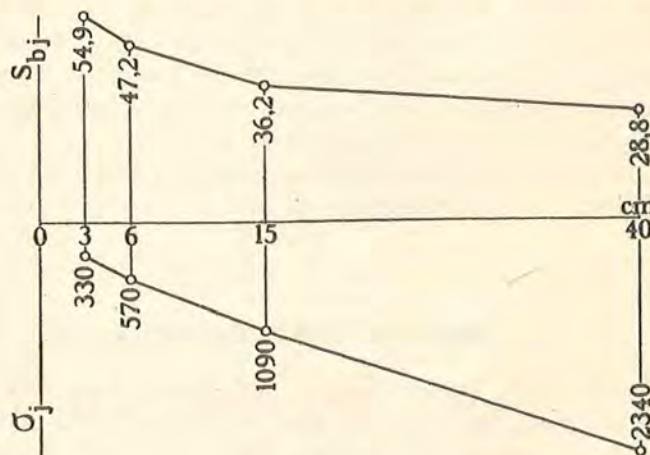


Fig. 7.

støbte, prismatiske Overflade, forudsættes altsaa ensformig fordelt. Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 6, hvor Adhæsionsspændingen er afsat vandret ud til venstre fra Stangen og den tilsvarende Trækspænding i Stangen vandret

<sup>1)</sup> Optagne af Bach (*Mitteilungen über Forschungsarbeiten*, Heft 22, S. 11 og 22).

<sup>2)</sup> Glat afdrejede Stænger kan undertiden blive saa ru under Glidningen, at Friktionen efterhaanden vokser, endog op over den oprindelige Glidespænding (*Mitt. ü. F.* Heft 22, S. 37).

<sup>3)</sup> De to Diagrammer kan dog ikke direkte sammenlignes, da Betonen var noget forskellig.

ud tilhøjre. Paa en Længde  $dx$  af Stangen maa Summen af Adhæsionsspændingerne være lig den Trækraft, som Stangen paa Strækningen  $dx$  afgiver til Betonen; er Stangen cylindrisk med Diameter  $d$ , har man derfor:

$$\tau_{bj} \cdot \pi d \cdot dx = \frac{1}{4} \pi d^2 \cdot d\sigma_j$$

eller

$$\frac{d\sigma_j}{dx} = \frac{4}{d} \cdot \tau_{bj}.$$

Kurverne for  $\tau_{bj}$  og  $\sigma_j$  bestemmer derfor hinanden.

Hvis Adhæsionsspændingen fordelte sig ensformig over den indstøbte Overflade (Fig. 6), maatte den til Stangens Udtrækning nødvendige Kraft  $P$  være proportional med den indstøbte Stanglængde, men talrige Forsøg har vist, at  $P$  vokser langsommere end Stanglængden. Eksempelvis fandt Bach den paa Fig. 7 viste Variation af Glidespændingen; denne er afsat opefter som Ordinaten, og Indstøbningslængden som Abscisse; nedad er Jærnets maksimale Trykspænding afsat<sup>1)</sup>.

Dette forklarer Mörsch paa følgende Maade<sup>2)</sup>: Under de paa Fig. 2 viste Forhold vil Jærnet ved  $a$  (Fig. 8) være strakt, mens Betonen er trykket. Adhæsionen maa derfor straks ophæves umiddelbart ved Overfladen, mens Friktionen virker og overfører Stangens Træk til Betonen, hvorved Spændingen i begge Materialer aftager. Med Spændingen formindskes den indbyrdes Forskydning, og i en vis Dybde naas derfor et Punkt, hvor den ikke er stærk nok til at overvinde Adhæsionen, men hvor Adhæsionsspændingen er lige under Brudværdien, og paa den følgende Strækning vil da Trækket i Jærnet meget hurtig overføres til Betonen, saa at begge Materialer bliver spændingsløse.

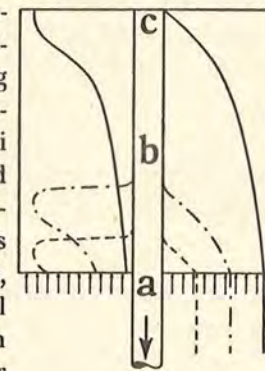


Fig. 8.

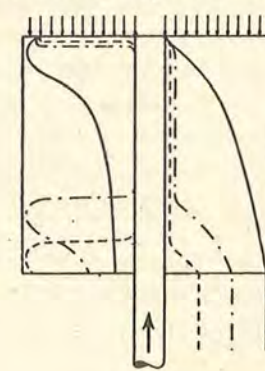


Fig. 9.

I Fig. 8 er denne Spændingstilstand fremstillet ved en punkteret Linie fornedet til venstre, mens den tilsvarende Kurve til højre angiver Jærnets Normalspænding. Naar Trækket i Stangen forøges, skrider Glidningen et Stykke frem, som de stiplede Kurver viser, og naar Trækket yderligere forøges, naas tilsidst Brudstadiet, hvis Spændinger er fremstillede ved fuldt optrukne Linier. Dersom Indstøbningslængden er  $bc$  i Stedet for  $ac$ , falder Stykket  $ab$  af den optrukne Kurve bort, mens den øvrige Del af Kurven forbliver uforandret. Den samlede Glidemodstand vokser derfor ikke proportionalt med den indstøbte Overflade, men væsentlig langsommere.

Hvis Stangen trykkes ud af Betonen (Fig. 4), vil der ogsaa ved Jærnstangens øvre Ende optræde Adhæsionsspændinger (Fig. 9), saa at Spændingskurven i Begyndelsen har to Kulminationspunkter, der, efterhaanden som Trykket forøges, rykker nærmere sammen for tilsidst, naar Maksimallasten er naaet, at falde sammen i den fuldt optrukne Kurve. Adhæsions- og Friktionsspændin-

<sup>1)</sup> Stængerne blev trykket ud, Mortlens Blandingsforhold var 1:3 (*Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing.* 1911, S. 859).

<sup>2)</sup> *Der Eisenbetonbau* 1912, S. 69. Den grafiske Fremstilling her afviger noget fra Mörsch'.

gerne er viste større i Fig. 9 end i Fig. 8 paa Grund af Jærnets Tværudvidelse i første Tilfælde.

Hvis Stangen trækkes ud som paa Fig. 3, vil Forholdene i Princippet være som Fig. 9 viser, naar blot alle Pilene vendes om, og Adhæsions- og Friktionsspændingerne formindskes noget.

21. Glidespændingens Afhængighed af Indstøbningslængden har ogsaa vist sig ved **Bøjningsforsøg**, som *Bach* har udført med Bjælker (Fig. 10), armerede med et enkelt Stykke 25 mm Rj. og belastede med to Enkeltkræfter, der forøgedes, indtil Jærnet gled ved en af Enderne<sup>1)</sup>. Inden Jærnet glider, vil der paa Strækningen mellem de to Kræfter, hvor Momentet overalt har samme Værdi, danne sig lodrette Revner, der fra Bjælkens Underside strækker sig op til den neutrale Flade<sup>2)</sup>, og den Trækkraft, der virker i Tværsnittet gennem een af de ydre Kræfter, kan derfor kun overføres gennem Jærnet, og man er i Stand til at beregne den ved at gøre visse Forudsætninger. Denne Trækkraft forudsættes nu, ligesom ved direkte Trækforsøg, jævnt fordelt over Indstøbningslængden  $l$ , der tilsyneladende er 58 cm, men som regnedes kun at være 50 cm, eftersom den yderste Ende af Jærnet var holdt adskilt fra Betonen<sup>3)</sup>.

I Jærnenes Endeflader var der indskruet Stifter, hvis Bevægelse vinkelret paa Bjælkens Endeflader maalttes med Mikrometerskrue. Det tilsvarende Arrangement for Jærnet med Kroge er vist paa Fig. 20.

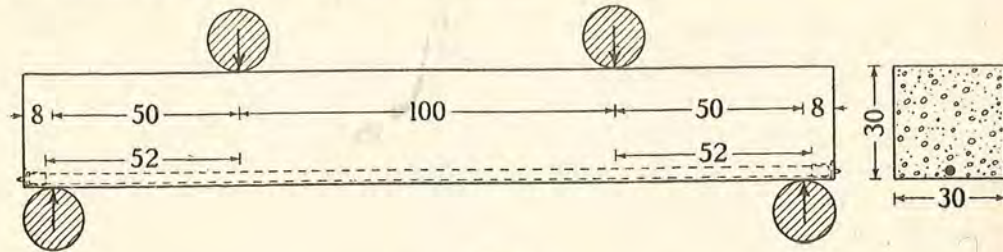


Fig. 10.

Ved at variere  $l$  og dermed Bjælkens Spændvidde, fandtes:

Indstøbningslængde $l$ cm . . . . .	75 (= 30 $d$ )	50 (= 20 $d$ )	25 (= 10 $d$ )
Glidespænding $S_{bj}$ at . . . . .	21,7	22,9	35,7
— i % . . . . .	95	100	156

Ved Bedømmelsen af disse Tal maa der tages Hensyn til, at Lejetrykket er størst i sidste Tilfælde, og med Lejetrykket vokser formentlig Friktionen mellem Jærnet og Beton.

22. Til Trods for Indstøbningslængdens store Indflydelse paa Glidespændingen regner man i Praksis med en konstant Værdi af den **tilladelige Adhæsionsspænding**.

### c. Flydegrænsens Betydning.

23. Selv om Indstøbningslængden gøres nok saa stor, kan Trækkraften  $P$  aldrig overstige Jærnets Flydegrænse, thi ved den stærke Forlængelse og Tvær-

<sup>1)</sup> Mitt. ü. Forschungsarbeiten, Heft 72—74.

<sup>2)</sup> Den første Revne fremkom ved samme bøjende Moment uden Hensyn til Indstøbningslængden og Bjælkens Spændvidde.

<sup>3)</sup> I Virkeligheden dog kun paa de yderste 6 cm, saaledes at den sande Indstøbningslængde var 52 cm, men af Grunde, som jeg ikke vil udrede her, regnedes der kun med 50 cm. Ved Bedømmelsen af Resultaterne maa der tages Hensyn til, at  $l$  i Virkeligheden var 2 cm større end forudsat, hvilket mærkes mest paa den lille Indstøbningslængde.

sammentrækning, der kendetegner Flydningen, vil Adhæsionen ophæves. Naar man ved de mer eller mindre hurtige Laboratorieforsøg ofte er kommet op paa betydelig højere Spændinger, skyldes det, at Flydningens Forplantelse op gennem Stangen varer nogen Tid, i hvilken Belastningen kan forøges. Hvis man i længere Tid vilde holde Jærnet paa Flydegrænsen, er der næppe Tvivl om, at det vilde glide. Glidespændingens Størrelse kan derfor kun findes ved Forsøg med lav Jærns spænding<sup>1)</sup>.

### d. Jærndiameterens Indflydelse.

24. Glidespændingen vokser med Rundjærnets Diameter, selv om Jærns spændingen ved Udtrækningen er langt under Flydegrænsen. Dette kan dels skyldes det sværere Jærns større Ruhed, dels at Betonen slutter sig bedre til Jærnet, jo større Krumningsradius er, men den væsentligste Aarsag er dog sikkert, at Stangens Spænding og dermed dens Længdeforøgelse og Tværforkortelse bliver mindre, naar Diameteren vokser<sup>2)</sup>. I Praksis regnes dog med samme tilladelige Adhæsionsspænding for svære og spinkle Jærnet.

### e. Jærnoverfladens Beskaffenhed.

25. Jærnoverfladens Beskaffenhed spiller en meget stor Rolle. Saaledes fandt *Bach*, at afdrejede Stænger kun gjorde halv saa megen Modstand som Stænger, der havde Valsehuden paa, men var rustfri<sup>3)</sup>, og for stærkt rustne Stænger var Glidespændingen atter 44 pCt. højere end disse. Ved disse Forsøg var Stængerne saa rustne som vel muligt (Fig. 11), og i Praksis synes der derfor aldrig at være Anledning til at rense Jærnet for Rust. Ikke desto mindre vil jeg anbefale at afbørste de løse Rustflager, navnlig naar Jærnet er udsat for skiftende Paavirkninger, som i Tidens Løb kunde tænkes at fremkalde en Glidning af Jærnet indenfor Rustskallen<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> Ovenstaaende Bemærkninger er muligvis noget for absolute; Flydningen ved Flydegrænsen er jo kun en Brøkdel af den hele, og det kunde jo tænkes, at den Forlængelse og Tværssammentrækning, der bragte Stangens Ujævnheder ud af Indgreb med Betonen, først indtraadte ved en Spænding, der laa noget højere end Flydegrænsen. Flydegrænsens Betydning er formentlig første Gang paavist af *Service français des phares et balises*, der med Cement havde indstøbt 25—36 mm Rj. i Stenblokke, 60 cm dybt.

<sup>2)</sup> Naar et 10 mm og et 20 mm Rj er indstøbt 20 cm, og der trækkes i dem med saa store Kræfter, at  $\tau_{bj}$  bliver 30 at,  $\sigma$ : med henholdsvis  $\pi \cdot 1 \cdot 30 \cdot 20 = 600\pi$  og  $\pi \cdot 2 \cdot 30 \cdot 20 = 1200\pi$  kg, saa er Normalspændingen henholdsvis  $600\pi : \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = 2400$  at og  $1200\pi : \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 = 1200$  at.

Eksempelvis fandt *Bach* følgende Værdier for Glidespændingen:

Indstøbt Længde i cm	Jærnstangens Tværsnit					
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
10	10	20	40	20.20	10.40	4.40
15	17,1	25,1				22,6
20	14,1	18,5	27,7	26,2	19,6	22,6
25	12,2	15,6				
30	13,6	18,1				
	11,3	15,3	26,8	19,8	18,4	

Betonen var 3 Maaneder gammel, og-Sammensætningen var 100 Maal Grus (sammenblandet i Forholdet 100 Maal Si:150 Maal S):25 Maal Cement og 15 Rumprocent ( $\sigma$ : 7,89 Vægtprocent) Vand.

<sup>3)</sup> Naar Bjælker som Fig. 10 armeredes med afdrejede Jærnet, fandt *Bach* og *Graf* (*D. A. f. F.* Heft 9, S. 83), at Lasten ikke kunde forøges væsentlig ud over den Last, ved hvilken Bjælken revnede.

<sup>4)</sup> *Kirsch* har ved nogle Forsøg (*I.-M.* 1909, IX, 4), der dog ikke er særlig tillidvækkende, fundet, at gentagne Paavirkninger forringer Glidespændingen, naar Jærnet er rustent, og kun da.



Fig. 11<sup>1)</sup>. Rustfrit og stærkt rustent Rundjærn fra Bachs Adhæsiionsforsøg. Det første er i Indleveringstilstanden, det andet har ligget ude fra April til August.

<sup>1)</sup> *Mitteilungen über Forschungsarbeiten*, Heft 72—74, S. 9.

<sup>2)</sup> Naar saaledes Jærn med rektangulært Tværnsnit undertiden giver større Glidespænding end Rundjærn (ofte er Forholdet det modsatte, se *Engineering News* 1904, Nr. 10 og *Wayss & Freytag: Der Eisenbetonbau*, 2den Udg. Side 49) kan det skyldes slige Skævheder<sup>3)</sup> og specielt en Vridning omkring Længdeaksen, hvilket jo ingen Indflydelse har paa Rundjærnet.

<sup>3)</sup> *Bach* har prøvet Virkningen af forskellige Vandtilsætninger liggende mellem 12 % og 21 % af den knastørre Cement-Sand-Singel Blandings Volumen, men fandt, at 15 Volumenprocent (7,89 Vægtprocent) var den mindste Vandmængde, hvormed de paagældende Materialer vilde kunne forarbejdes til Jærnbeton i Praksis, og denne Vandmængde var desuden den, der gav størst Adhæsiion; tilsattes 18 % i Stedet for 15 %, sank Glidespændingen omtrent til det halve (1 Maaned gamle Prøver).

*Feret* har saa nøjagtigt som muligt gentaget Bachs Forsøg, men fandt, at Glidespændingen voksede med Vandmængden, indtil denne var kommen op paa 21 %. Han mener, at Grunden

Ligesom en ujævn Jærn-overflade vil ogsaa en lille Skævhed eller Krumning i Jærnet i høj Grad forøge Glidespændingen<sup>3)</sup>.

## f. Sammenfatning.

26. Resultatet af det foregaaende er, at et indstøbt snorlige Jærn ikke kan belastes over Flydegrænsen uden at glide, mens det paa den anden Side godt kan glide, inden Flydegrænsen er naaet, naar Indstøbningslængden er for kort. I Praksis maa man derfor sørge for, at Indstøbningslængden er tilstrækkelig til, at Jærnet kan belastes op indtil Flydegrænsen.

Indstøbningslængden maa derfor vokse med Jærnets Tværnsnit og Flydegrænse og med Overfladens Glathed.

## 2. Betonens Indflydelse paa Glidespændingen.

### a. Vandmængdens Indflydelse.

27. Glidespændingen bliver størst, naar Jærnet indstøbes i en jordfugtig Beton; baade mere og mindre Vand forringer den<sup>3)</sup>. I Praksis er man nødt til at arbejde med en vaadere Beton,

og om man gør den lidt mere eller mindre vaad, spiller ingen stor Rolle, som følgende Forsøg viser<sup>1)</sup>:

Vandtilsætning i Vægt % . . . . .	6,8	7,8	9,0	10,0
Konsistens . . . . .	for tør	ret tør	ret vaad	for vaad
Glidespænding i at . . . . .	24,9	21,7	20,0	18,2
— i % . . . . .	100	87	80	73
Tærningestykke i at . . . . .	274	224	201	166
— i % . . . . .	100	82	73	61
Trækstyrke i at . . . . .	20,0	19,0	17,0	17,3
— i % . . . . .	100	95	85	87

Den første Konsistens var kun jordfugtig, de to mellemste skulde svare til den tørreste og vaadeste Konsistens, der i Praksis bruges til Jærnbeton. Alle senere refererede Forsøg af *Bach* er udført med een af disse to Konsistenser. Den ret tørre Beton havde en saadan Konsistens, at man kunde vente at, faa den støttere ved Stampning, medens en egentlig Stampning af den ret vaade Beton ikke lod sig udføre. Til Tærningerne (30 cm) brugtes Stampere, der vejede 12 kg, og hvis Klods var 8,5 cm høj og havde en kvadratisk Grundflade paa 12 × 12 cm<sup>2</sup>. Naar man lod en saadan Stamper to Gange i Træk falde ned fra 20 cm Højde paa Midten af en færdigstøbt Tærning af ret tør Beton, saa trængte den anden Gang ca. 8 cm ned i Betonen. Den ret vaade Beton var derimod saa blød, at naar man stillede Stampere paa dens Overflade, sank den omtrent lige saa dybt ned i Betonen, alene under Indflydelse af Egenvægten<sup>2)</sup>.

### b. Cementmængdens, Mørtelmængdens og Hærdningsmaadens Indflydelse.

28. Glidespændingen vokser stærkt med Mørtelens Cementindhold. I Fig. 12 ses Variationen, som *Bach* og *Graf* fandt den for Mørtel, der dels hærdnede vaadt hele Tiden, dels kun 7 Døgn og derpaa i Luften<sup>3)</sup>. Man

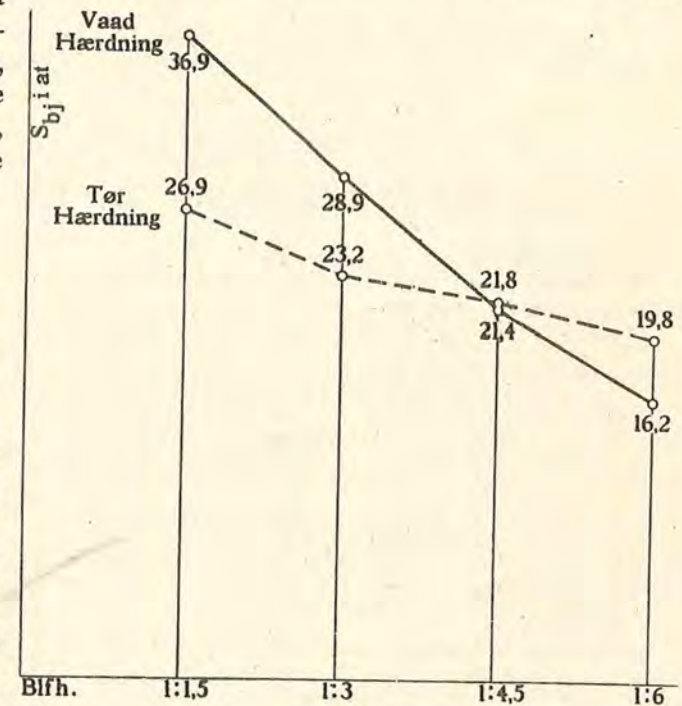


Fig. 12.

til det afvigende Forhold skyldes, at hans Jærn stod lodret ved Stampningen, medens Bachs laa vandret, saaledes at der har samlet sig Vand under det, desto mere jo vaadere Betonen var (*Baumaterialienkunde* 1906, Side 1). Der er dog Grund til at tillægge Bachs Forsøg størst Vægt, da de er blevne bekræftede ved alle hans senere Forsøg, og da de er udført med store Prismer med 22 cm Sidelinje, medens *Feret* brugte 7 cm Tærninger.

<sup>1)</sup> Forsøgene er udført af *Bach* og *Graf* (*Mitt. ü. F.* Heft 72—74) med Bjælker som Fig. 10. Betonen hærdnede under fugtigt Sand og var 45 Døgn gammel ved Prøvningen. Det var Grusbeton 1:2:3. Konsistensbetegnelserne har jeg selv indført; de originale Betegnelser er: jordfugtig, Vandtilsætning  $\alpha$  og  $\beta$ , Støbebeton.

<sup>2)</sup> *Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74, S. 15.

<sup>3)</sup> Mørtelen var ca. 50 Døgn gammel og udstøbt i en blød Konsistens (10,0, 10,2, 10,6 og 13,6 % Vand). Rundjærnet var 20 mm tykt og blev trukket ud af Prismerne, hvis Størrelse var 22 · 22 · 20 cm (*Armerter Beton* 1910, S. 277; her gengivet efter *H. f. E.* 1912, S. 369.)

vil se, at Cementmængdens Indflydelse er langt større ved vaad Hærdning end ved tør Hærdning. Dette skyldes formentlig, at Cementen ved vaad Hærdning faar bedst Lejlighed til at udvikle sine Egenskaber, saa at Klæbekraften bliver større<sup>1)</sup>. Men desuden spiller Svindspændinger af lignende Art som de i Fodnote<sup>4)</sup> omtalte, utvivlsomt en Rolle.

For 45 Døgn gamle Bjælker af Grusbeton med tilhørende Tryk- og Trækprøvelegemer fandt *Bach* og *Graf* følgende absolutte (og relative) Brudspændinger: Ved udelukkende vaad Hærdning<sup>2)</sup>:

Blandingsforhold	1 : 3 : 4	1 : 2 : 3	1 : 1 $\frac{1}{2}$ : 2
Beton af ret tør Konsistens	$S_{bj}$ 17,5 (81)	21,7 (100)	32,9 (152)
	$S^c$ 146 (65)	224 (100)	282 (126)
	$S^t$ 13,9 (73)	19,0 (100)	23,2 (122)
Beton af ret vaad Konsistens	$S_{bj}$ 17,3 (87)	20,0 (100)	30,6 (153)
	$S^c$ 138 (69)	201 (100)	264 (131)
	$S^t$ 12,4 (73)	17,0 (100)	22,8 (134)

Ved 7 Døgn vaad Hærdning, derpaa i Luften<sup>3)</sup>:

Blandingsforhold	1 : 3 : 4	1 : 2 : 3	1 : 1 $\frac{1}{2}$ : 2
Beton af ret tør Konsistens	$S_{bj}$ 13,0 (68)	19,2 (100)	21,1 (110)
	$S^c$ 149 (56)	264 (100)	310 (117)
	$S^t$ 10,5 (79)	13,3 (100)	13,1 (98)
Beton af ret vaad Konsistens	$S_{bj}$ 13,0		20,9
	$S^c$ 130		278
	$S^t$ 8,6		12,3

For alle tre Blandingsforhold ses den vaade Hærdning at have givet størst Glidespænding<sup>4)</sup>.

**29.** Glidespændingens Variation med Blandingsforholdet paavirkes stærkt af Cementens Karakter<sup>5)</sup>.

Mellem Glidespændingerne for Skærvebeton og Grusbeton fandt *Bach* ingen stor Forskel, og det var ogsaa uvæsentlig, om Singelmængdens (5—15<sup>mm</sup>) Forhold til Sandmængden (0—5<sup>mm</sup>) varierede mellem 100 Si : 53,7 S og 100 Si : 167 S (efter Maal). Derimod gav Mørtel 1 : 2 en 60 pCt. større Glidespænding end Grusbeton 1 : 2 : 3, hvilket stærkt taler for at omgive Jærnene med Mørtel<sup>6)</sup>.

<sup>1)</sup> Den større Glidespænding, man som Regel finder ved vaad Hærdning, forklarer *Bach* (*Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 45—47, S. 61) ved, at Betonens Volumenforøgelse medfører et Pres mod Jærnet. Men naar et Legeme udvider sig, vil ogsaa dets Hulrum udvide sig. Virkningen skyldes snarere en Afsætning af Krystaller i Jærnoverfladens Smaaagruber.

<sup>2)</sup> *Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74, S. 42.

<sup>3)</sup> Heft 95, S. 17.

<sup>4)</sup> Ved Siden af Betonens større Klæbekraft skyldes dette formentlig ogsaa de Adhæensionspændinger, der opstaar i Bjælken under Hærdningen og altsaa er til Stede, inden Forsøget begynder. Ved Vandhærdning (Betonen udvider sig) vil disse Spændinger virke i modsat Retning af, ved Lufthærdning (Betonen trækker sig sammen) i samme Retning som de Adhæensionspændinger, Belastningen fremkalder. Den tilsyneladende Glidespænding bliver derfor mindre ved Lufthærdning end ved Vandhærdning, navnlig naar Betonens er fed og altsaa stærkt svindende.

<sup>5)</sup> Med en svagere Cement end den, for hvilken den sidste Tabel gælder, men i øvrigt under tilsvarende Forhold, fandtes (Heft 95, S. 24):

Blandingsforhold	1 : 3 : 4	1 : 1 $\frac{1}{2}$ : 2
Beton af ret tør Konsistens	Glidespænding . . . 11,0 (100)	12,0 (109)
	Tærningstyrke . . . 97 (100)	212 (218)
	Trækstyrke . . . . . 6,4 (100)	11,2 (175)
Beton af ret vaad Konsistens	Glidespænding . . . 11,3 (100)	12,8 (113)
	Tærningstyrke . . . 79 (100)	198 (250)
	Trækstyrke . . . . . 6,3 (100)	10,1 (160)

<sup>6)</sup> For Mørtelen var Glidespændingen lig  $\frac{1}{8}$  af Tærningstyrken, mens den for almindelige Betonsorter gerne ligger mellem  $\frac{1}{10}$  og  $\frac{1}{14}$  af Tærningstyrken. Tallene gælder for blaa (ikke-rustent) Jærn (*Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74 og Heft 95, S. 12).

Naar Jærnet umiddelbart før Indstøbningen blev overstrøget med Cementvælling eller Mørtel 1 : 1, steg Glidespændingen ca. 12 pCt. i en saa fed Blanding som 1 : 2 : 3<sup>1)</sup>; i magrere Beton maa Virkningen derfor kunne blive betydelig<sup>2)</sup>.

### c. Stampningens Indflydelse.

**30.** Det ligger i Sagens Natur, at en omhyggelig Stampning er af største Betydning for Adhæsionen, idet den presser Cementvællingen ind mod Jærnstangen og driver Luftblærerne tilvejs; disse vil ellers blive siddende paa Stangen og formindske Adhæsionsfladen. Den Mørtel eller Beton, der bruges til Jærnenes Dækning, bør derfor gennemarbejdes godt, inden Formen fyldes yderligere. Ved nogle Forsøg, som *Bach* udførte, og ved hvilke 5 ens Bjælker blev støbte efter hverandre i Forme, der stod paa samme Bræddeunderlag, saaledes at Bjælke Nr. 1 fik Rystelserne fra Stampningen af Nr. 2 til 5, Nr. 2 Rystelserne fra Stampningen af Nr. 3 til 5, medens Nr. 5 ingen Efterrystning fik, fandtes følgende Glidespændinger<sup>3)</sup>:

	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
Jordfugtig Beton . . . . .	41,6	35,1	36,0	39,5	21,1
Ret vaad Beton . . . . .	24,3	20,9	27,1	26,0	13,2
— — — . . . . .	30,9	22,9	29,2	24,3	15,1

Man ser, at Værdierne er langt ringere for Nr. 5 end for de andre Legemer.

### d. Alderens Indflydelse.

**31.** Glidespændingen vokser med Alderen, saaledes at den i Løbet af et Aarstid bliver  $1\frac{1}{2}$  Gang saa stor som efter 28 Døgn.

Feret fandt for plastisk Mørtel 1 : 3 (Klitsand), der hærtnede i fugtig Luft:

Alder . . . . .	1 Uge	2 Uger	4 Uger	8 Uger	12 Uger	26 Uger	1 Aar	4 Aar
$S_{bj}$ i at . . . . .	13,1	18,1	18,7	21,1	19,5	23,0	29,5	32,6
— i % . . . . .	70	97	100	113	104	123	158	174

Ved samtidig udførte Træk- og Trykforsøg voksede Trækstyrken fra 4 Ugers til 4 Aars Alderen fra 15,3 til 34,4 at eller 125 pCt., Trykstyrken fra 138 til 281 at eller 105 pCt.

*Bach* og *Graf* fandt for Grusbeton 1 : 2 : 3<sup>4)</sup>:

Alder . . . . .	28 Døgn	45 Døgn	6 Mdr.	1 Aar
Bjælkerne holdtes vaade i hele Hærdningstiden.				
$S_{bj}$ for ret vaad Beton . . . . .	17,0 (100)	20,0 (118)	26,7 (157)	25,6 (151)
— — — tør . . . . .	19,6 (100)	21,7 (111)	27,7 (141)	30,6 (156)
Vaad Hærdning i 7 Døgn, derpaa Lufthærdning.				
$S_{bj}$ for ret vaad Beton . . . . .	16,6 (100)	20,6 (124)	21,3 (128)	25,4 (153)
— — — tør . . . . .	19,1 (100)	22,5 (118)	25,1 (132)	25,6 (134)

### e. Olies Indflydelse.

**32.** Hvis Betonens gennemtrænges af Olie eller Tjære, forringes Glidespændingen<sup>5)</sup>, og det samme gælder, naar man af Hensyn til Vandtæthed blander Olie i Betonens<sup>6)</sup>.

<sup>1)</sup> *Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74.

<sup>2)</sup> Denne Stigning fandtes kun for ikke-rustent Jærn, for stærkt rustent Jærn var Stigningen uvæsentlig.

<sup>3)</sup> Rundjærnets Diameter var 20 mm, Betonens Alder 26—28 Døgn (*Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 22, S. 26).

<sup>4)</sup> *Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74 og 95, S. 7 og 10.

<sup>5)</sup> *I. M. s. Kongresforhandlinger i København 1909*, IX 1 d. S. 7.

<sup>6)</sup> *Teknisk Forenings Tidsskrift, Afd. f. Jærnbeton*, 1913, S. 26.



### 3. Jærnenes Forankring og Stødning i Praksis.

#### a. Simpel Overdækning.

##### α. Nødvendig Forankringslængde.

33. For almindelig god Beton kan Glidespændingen sættes til  $\frac{1}{11} S^c$  eller  $\frac{1}{7,6} S^c$ , eftersom Jærnet er blaat eller rustent. Den er altsaa proportional med  $S^c$ , og den tilladelige Adhæsionsspænding kan sættes til:

$$t_{bj} = \frac{1}{40} S^c \quad (1)$$

Hvis den tilladelige Adhæsionsspænding  $t_{bj}$  og en bestemt Træk- eller Trykspænding i Jærnet  $\sigma_j$  skal naas samtidig, maa der være et vist Forhold mellem Rundjærnets Diameter  $d$  og Indstøbningslængden  $l$ , der findes af Ligningen:

$$\frac{1}{4} \pi d^2 \cdot \sigma_j = l \pi d \cdot t_{bj}, \text{ hvoraf } l = \frac{d}{4} \cdot \frac{\sigma_j}{t_{bj}} \quad (2)$$

Med Spændingerne 1200 og 5 faas f. Eks.  $l = 60 d$ .

Naar to Rundjærn stødes, skal de altsaa overdække hinanden paa den ved (2) bestemte Længde, og man maa aldrig ladè et Rundjærn ende i mindre Afstand end denne fra det Punkt, hvor det har sin Maksimalspænding ( $\sigma_j$ ).

##### β. Brug af Profiljærn.

34. Det kunde ligge nær at søge en bedre Forbindelse tilvejebragt mellem Betonen og Jærnet ved at forøge dettes Overflade, f. Eks. bruge et [formet Profil. Hvis man erstatter et 30 mm Rundjærn, hvis Tværnsitsareal og Periferi er henholdsvis 7,1 cm<sup>2</sup> og 9,4 cm, med et tysk Normalprofil Nr. 5 (Fig. 13), saa vil Arealet være det samme, medens Periferien er ca. 24 cm, altsaa ca. 155 pCt. større. Imidlertid maa man regne med den Mulighed, at Betonen kan revne langs den punkterede Flade, saa at den indesluttede Beton glider sammen med Jærnet. Forholdet mellem Glidespændingen og Betonens Forskydningsstyrke kan med raa Tilnærmelse sættes til 0,6<sup>2)</sup>, altsaa:

$$S_{bj} = 0,6 S^f \text{ eller } S^f = 1,67 S_{bj} \quad (3)$$

og Længden af den punkterede Linie maa derfor multipliceres med 1,67 for at kunne sammenlignes med de fuldt optrukne. Den saaledes konverterede Længde af den omskrevne Polygon bliver  $5 + 2 \cdot 3,8 + \text{ca. } 1,67 \cdot 5 = \text{ca. } 21 \text{ cm}$ , eller ca. 3 cm kortere end Jærnets Periferi. Ved Brugen af andre Profiler maa man paa samme Maade undersøge, om der er Fare for Glidning langs den omskrevne Polygon. Korsformede Jærn som Fig. 14 kan altid udnyttes helt,

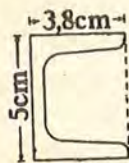


Fig. 13.

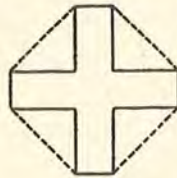


Fig. 14.

<sup>1)</sup> Støbes der Mørtel omkring Jærnene, kan man gaa op til  $\frac{1}{23} S^c$   
<sup>2)</sup> Dette strider tilsyneladende mod, at man ved Bøjning tillader ligestore Adhæsions- og Forskydningspændinger, men Forskydningsbrud ved Bøjning skyldes gerne skraa Trækspændinger, hvilket nødvendiggør en større Sikkerhedsfaktor

thi den punkterede Trekantside vil ved Multiplikation med 1,67 blive større end Summen af de to fuldt optrukne. Man bruger dog meget sjældent Profiljærn, thi dels er de dyrere end Rundjærn, og dels er det svært, naar de ligger vandret, at faa de nedadvendende Flader godt omstøbt<sup>1)</sup>.

##### γ. Rundjærns Minimalafstand fra Overfladen og indbyrdes.

35. Naar to Rundjærn indstøbes ved Siden af hinanden, kunde de tænkes at glide sammen med den Beton, der ligger mellem Tangentplanerne (Fig. 16), men i saa Fald maatte Afstanden mellem deres Akser være mindre end  $\frac{1}{2} \pi d : 1,67 = 0,94 d$ , hvilket er udelukket.

Der er heller ingen Fare for Brud langs de nederst i Fig. 17 punkterede Flader, og det kan overhovedet siges, at naar det dækkende Betonlag ikke gøres tyndere, end Hensynet til Rust og Ild kræver (§ 13), og naar Afstanden mellem Jærnene holdes saa stor, som Hensynet til en god Omstøbning fordrer (hvorom nærmere i § 314), saa vil der være mindre Fare for Brud i Betonen end for Glidning.

36. For det yderste Jærn tilhøjre i Fig. 17 bliver Betingelsen for, at Modstanden i de punkterede Flader er lig Glidemodstanden:

$$\frac{1}{2} \pi d \cdot S_{bj} + 2a \cdot S^f = \pi d S_{bj},$$

hvoraf  $2a \cdot S^f = \frac{1}{2} \pi d \cdot S_{bj}, \quad a = \frac{1}{4} \pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \frac{1}{4} \pi d \cdot 0,6 = 0,47 d^2$ .

For Hjørnejærnet faas:

$$\frac{1}{2} \pi d \cdot S_{bj} + 2a \cdot S^f = \pi d S_{bj},$$

hvoraf  $2a \cdot S^f = \frac{1}{2} \pi d \cdot S_{bj}, \quad a = \frac{1}{4} \pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \frac{1}{4} \pi d \cdot 0,6 = 0,71 d$ .

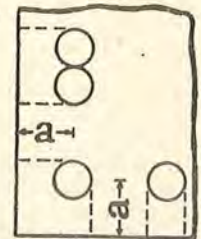


Fig. 17.

<sup>1)</sup> Ved Bøjningsforsøg fremtræder Glidningen dog ikke paa samme Maade som Rundjærns, idet Profiljærnene paa Grund af deres store Modstand mod Bøjning sprænger den underliggende Beton. Bach og Graf har gjort Forsøg med Bjælker, hvis Tværnsnit (30·30 cm) ses paa Fig. 15. Der var

Fig. 15.

Jærndimension i mm . . . . .	12·40	25	40·12	50·50 6	NP·8	50·50 6	50·50 6
$S_{bj}$ i % . . . . .	63	100	79	43	56	56	58
Bjælkens Bæreevne Jærnets Vægt 1 % . . . . .	91	100	106	110	130	132	137

2 cm Beton under alle Jærnene. Under Tværnsnittene er Glidespændingerne angivet i % af Glidespændingen for Rundjærn (Mitt. ü. Forschungsarbeiten, Heft 72-74, S. 76).

Som man ser, har Rundjærnet den største Glidespænding, hvilket dels skyldes, at det ikke sprænger Betonen, dels at dets Overflade gerne er mere ru end Flad- og Profiljærnenes, men desuden spiller det en stor Rolle, at Profiljærnene ikke lader sig saa tæt indstøbe (Bjælkerne laa vandret ved Støbningen) som Rundjærnene. Derfor er Glidespændingen større for Fladjærnet, der staar paa Højkant, end for det, der ligger ned, og særlig lille for Vinklen, der aabner sig nedad; for denne spiller det desuden en Rolle, at Betonen under den kun er i svag Forbindelse med den øvrige Beton. Imidlertid er Forholdet mellem Overflade og Vægt saa meget større for Profiljærnene end for Rundjærnet, at de, hvis Prisen pr. kg var den samme, vilde være fordelagtigere at bruge; navnlig det sidste, der ligger gunstigt for Støbningen.

<sup>2)</sup> Der er altsaa aldrig Fare for Brud langs de punkterede Linier, og det bekræftes ved de gjorte Forsøg. Derimod har Bach og Graf fundet under de paa Fig. 10 viste Forhold:

Omtrentlig Betontykkelse under Jærnet i cm	1	2	4
Glidespænding i % . . . . .	21,9	22,7	23,1

altsaa en ringe Vækst af Glidespændingen med voksende Tykkelse. Dette forklares ved, at der, naar saa svært Jærn (25 mm) glider, ofte dannes sig Længderevner under det, men i ringere Grad, naar Laget er tykt (H. f. E. I 1912, S. 383).

Forsøg af Probst med 20 mm Rj. viser en større Virkning af Betonlagets Tykkelse, men synes at tyde paa, at Bjælkens største Bæreevne allerede er naaet ved 12 mm Tykkelse (H. f. E. I 1912, S. 388).

Naar det dækkende Betonlag gøres saa tykt, som Hensyn til Rust og Ild kræver, behøver man næppe at frygte for tidlig Glidning, thi de svære Jærn, som er mest udsat, sikrer man altid ved Kroge.

Det sværeste Jærn, man plejer at bruge, har  $d = 4$  cm, for dette kræves  $a = 0,71 \cdot 4 = 2,84$  cm, og da det dækkende Betonlag aldrig gøres tyndere end 1 cm, er der heller ikke her nogen Fare paa Færde.

Kun hvis der ligger flere Jærn samlede, som vist øverst i Fig. 17, bliver Forholdene værre. Man faar:

$$\pi d S_{bj} + 2a S^f = 2\pi d \cdot S_{bj},$$

hvoraf

$$2a S^f = \pi d S_{bj}, \quad a = \frac{1}{2} \pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \frac{1}{2} \pi d \cdot 0,6 = 0,94 d.$$

En saadan Ordning bruges imidlertid aldrig.

37. Ligger Jærnene i Undersiden af en Bjælke (Fig. 18), kan der ske en Afskæring langs den øverste punkterede Linie. Betingelsen for, at Modstanden i denne er lig Glidemodstanden, bliver:

$$\pi d S_{bj} = a S^f$$

eller

$$a = \pi d \cdot \frac{S_{bj}}{S^f} = \pi \cdot d \cdot 0,6 = 1,89 d.$$

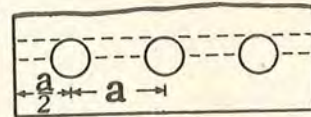


Fig. 18.

Betingelsen for, at Modstanden i den nederste punkterede Linie er lig Glidemodstanden, bliver:

$$\pi d S_{bj} = \frac{1}{2} \pi d S_{bj} + (a - d) S^f$$

eller

$$\frac{1}{2} \pi d S_{bj} = (a - d) S^f$$

$$\frac{1}{2} \pi d \frac{S_{bj}}{S^f} + d = a, \quad a = d \left( 1 + \frac{1}{2} \pi \frac{S_{bj}}{S^f} \right).$$

Sættes  $S_{bj} = 0,6 S^f$ , faas:  $a = 1,94 d$ . Naar Afstanden mellem Jærnene ikke gøres mindre end  $2d$ , er altsaa Faren for et gennemgaaende Brud udelukket, og gøres den mindre, vil i Henhold til ovenstaaende Beregninger Bruddet ikke ske over Jærnene, men mellem disse, hvilket jeg ogsaa har fundet bekræftet ved Forsøg (Fig. 19)<sup>1)</sup>.

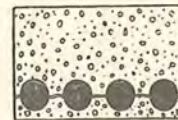


Fig. 19.

## b. Considères Kroge.

### a. Form og Virkemaade.

38. Naar Jærnene stødes ved simpel Overdækning, kan de efter Teorien kun belastes indtil Flydegrænsen, og selv om det i mange Tilfælde viser sig, at tilfældige Skævheder hos Jærnet kan forøge Friktionen saa meget, at man kan komme op til Brudgrænsen, saa danner den simple Overdækning dog en mangelfuld Forbindelse, som man kun bør anvende i Plader og Hvælvinger, ikke i Bjælker, og kun naar Diameteren ikke overskrider  $12 \text{ mm}^2$ ). I alle andre Tilfælde bør Jærnet kroges i Enden, saavel naar det stødes, som naar det blot forankres i Betonen.

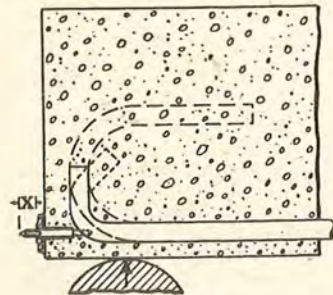


Fig. 20.

Fig. 20<sup>2)</sup> viser tre forskellige Kroge indtegnet i Enden af en Forsøgsbjælke. For den enes Vedkommende, den simple Hage, der er trukket fuldt op, er desuden vist Anbringelsen af den tidligere omtalte, indskruede Stift til

<sup>1)</sup> Ingeniøren 1909, S. 409.

<sup>2)</sup> At man ved en simpel Overdækning af svært Jærn ( $25 \text{ mm}$ ) i Almindelighed ikke kan komme op over Flydegrænsen er direkte paavist ved Bjælkeforsøg, som Scheit og Wawrziniok har udført (Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Heft 14, S. 22). For at naa op til Flydegrænsen krævedes ved disse Forsøg en Overdækningslængde af  $50 d$ .

<sup>3)</sup> Handbuch für Eisenbetonbau I 1912, S. 399.

Maaling af Jærnets Gliden. Ved at maale Afstanden  $x$  med en Mikrometer-skrue under Bjælkens forskellige Belastninger kan man paavise, hvornaar den første lille Bevægelse af Jærnet i Forhold til Bjælkens Endeflade finder Sted, og det har vist sig, at den indtræder tidligere for glatte Jærn end for Jærn med Glødskal, hvorimod Tidspunktet ikke paavirkes væsentlig af, om Jærnene

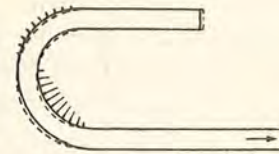


Fig. 21.

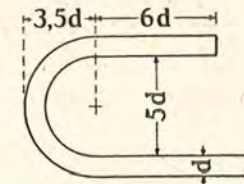


Fig. 22.

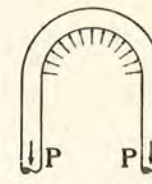


Fig. 23.

har Kroge eller ej. Men medens et lige Jærn glider videre under samme Belastning, der altsaa bliver Bjælkens Brudbelastning, kan Krogene belastes yderligere, navnlig den største af dem<sup>1)</sup>. Efterhaanden som Belastningen stiger, bliver Bevægelsen større, Krogens nedre Rundning presses stærkt mod Betonen (Fig. 21<sup>2)</sup>), og Krogen deformeres som vist; der sker altsaa en Glidning, men den kan ikke blive stor paa Grund af den stærke Friktion i Rundingen. Den simple Hage aabner sig langt lettere og sprænger det dækkende Betonlag af, medens den spidse Krog i Godhed staar mellem de to andre<sup>3)</sup>.

39. De store Kroge er for første Gang brugt af Considère, der ved Forsøg har fundet, at de, naar de paa Fig. 22 skrevne Maal overholdes, sikrer Jærnet mod at glide, inden Betonen er ødelagt.

Længden af en saadan Krog er  $6d + \pi \cdot 3d$ , regnet fra den punkterede Linie gennem Centrum, mens et lige Jærns Overlængde er  $3,5d$ ; Krogen kræver altsaa en Ekstralængde af  $(2,5 + 3\pi) d \sim 12d$ .

For at faa et Begreb om Størrelsen af det Tryk, der virker mellem Krogen og Betonen, vil vi betragte et højleformet Jærn (Fig. 23), der i Bøjningen er formet efter Fig. 22, men som i bægge sine Grene er paavirket af et Træk  $P$ . Hvis Trykspændingen  $\sigma$  mellem Beton og Jærn i Bøjningen fordeler sig som Fig. 23 viser, havs:

$$2P = 2 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 \cdot \sigma_j = \sigma \cdot d \cdot 5d,$$

hvoraf:

$$\sigma = \frac{\pi}{10} \cdot \sigma_j.$$

For Krogens Vedkommende bortfalder den ene af Kræfterne  $P$ , men til Gengæld virker Trykket saa skævt (Fig. 21), at  $\sigma$  næppe bliver væsentlig mindre. For  $\sigma_j = 1200 \text{ at}$  findes  $\sigma = 377 \text{ at}$ , en meget høj Spænding, selv om Betonens Knusningsstyrke under slige Forhold er langt større end Tærningestyrken<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> For at faa Krogformens Virkning bestemt uden Hensyn til Adhæsionen prøvede man at indstøbe afdrejede og olierede Jærn. Sættes Brudlasten for Bjælker med slige Jærn uden Kroge lig 100, blev den for Jærn med simpel Hage 169, med spids Krog 180 og med stor Krog 196 (D. A. f. E. Heft 9, S. 83).

<sup>2)</sup> D. A. f. E. Heft 9, S. 72.

<sup>3)</sup> I tidligere Tid brugte man ogsaa at spalte Jærnen varmt, og det gav en bedre Forankring end den simple Hage, idet Sprængningsvirkningen var ringere (Baumaterialienkunde 1906, S. 350); men Fremgangsmaaden var dyr og er nu helt forladt.

<sup>4)</sup> Se E. Suenson: Byggematerialer 1911, § 788.

Hvis Krogens lige Stykke gøres længere end  $6d$ , kan det naturligvis kun gavne, hvorimod en Forøgelse af Diametermaalet  $5d$  kan tænkes at gøre Skade ved at lette en Glidning. En slavisk Overholdelse af Diametermaalet er dog ikke nødvendig alene af den Grund, at det jo burde vokse med aftagende Betonkvalitet<sup>1)</sup>.

40. Naar Jærnene i en Bjælke føres ud til dennes Ende og dør forsynes med Considèreske Kroge, og naar Bjælkens midterste Del konstrueres saa stærk, at Bruddet ikke kan ske dør, vil der sluttelig ske en **Sprængning** af Betonen over Lejet. Er Krogen saa stor, at den kommer nær til Betonens

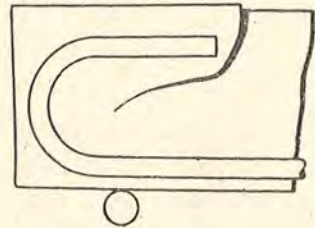


Fig. 24.

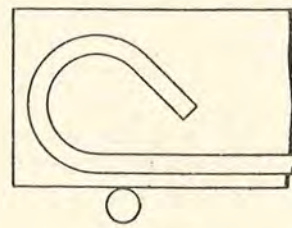


Fig. 25.

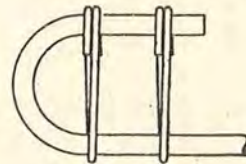


Fig. 26.

Overflade, kan den aabne sig (Fig. 24), og den i Fig. 25 viste Krogform er derfor sandsynligvis rationellere end den almindeligere, men samtidig vanskeligere at fremstille. Man kan imidlertid hindre Krogen i at aabne sig ved at forsyne den med **Nakkebøjler** af  $7\text{ mm}$  Rj. (Fig. 26, 37, 48 og 450), og dette maa anbefales, naar man støder Jærnene i spinkle Trækstænger og i al Almindelighed, naar Krogene er svære i Forhold til den omgivende Betons Dimensioner. Slige svage Steder er ikke altid iøjnefaldende ved Projekteringen, og under visse Forhold kan det derfor være paa sin Plads at foreskrive Nakkebøjler paa alie Jærn, hvis Diameter overstiger  $25\text{ mm}$ . Ved omhyggelig Detaillering er det dog ikke nødvendigt, og specielt i almindelige Bjælker kan man godt erstatte Nakkebøjlerne med et Par af de almindelige Bøjler, som bruges i den øvrige Del af Bjælken (Fig. 344—45 i § 398). Slige Bøjler har vist sig i høj Grad at forøge Krogens Virkning<sup>2)</sup>.

Hvis Krogen ligger gemt saa dybt i Betonen, at den ikke kan aabne sig<sup>3)</sup>, vil Krogen glide som Helhed medtagende et halvmaaneformet Kilestykke, der sprænger Bjælken paa langs (Fig. 28). Fig. 29 viser Fotografi af et saadant Kilestykke, Fig. 30 en sprængt Bjælke armeret med et enkelt Jærn, Fig. 31 en lignende Bjælke med 2 Jærn og derfor 2 Revner, der dog har forenet sig til een i Bjælkens Overside. Denne Sprængning kan man modarbejde ved at omgive Krogen med en skruevunden Armering af  $5\text{--}7\text{ mm}$  Rj. eller ved en Armering med lukkede Bøjler tværs paa Krogens Plan (Fig. 32). Hvis der er Plads bag Krogen,



Fig. 27.

<sup>1)</sup> De tyske Bestemmelser (1916) kræver mindst  $2,5d$ .

<sup>2)</sup> D. A. f. E. Heft 20, S. 52.

<sup>3)</sup> Selv om Krogen ligger meget dybt, vil en Revnedannelse analog med Fig. 24 undertiden kunne ske alene som Følge af, at Jærnkraften virker saa ekscentrisk i Tværsnittet, at der kommer Trækspændinger i Bjælkens Overside. Dette fremgaar af Fig. 27 (Kleintogel, Beton & Eisen 1914, S. 306), der viser højre Ende af en knækket Bjælke,  $40\text{ cm}$  høj,  $15\text{ cm}$  bred og armeret i Undersiden med 4 Rj.  $20\text{ mm}$  med Considèreske Kroge uden Bøjler af nogen Art. Stykket L er her revnet fra.

kan man ogsaa fastgøre Bøjler i den, udstraalende fra Centrum (Fig. 33). En Del af Trykket paa Betonen optages da af Bøjlerne som Træk.



Fig. 28.

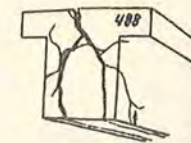
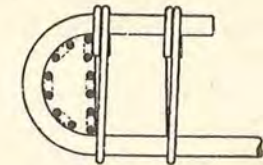
Fig. 29<sup>1)</sup>.Fig. 30<sup>2)</sup>.Fig. 31<sup>3)</sup>.

Fig. 32.

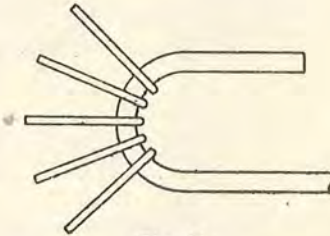


Fig. 33.

41. Jo sværere Jærnene er, des nødvendigere er det at forstærke Betonen omkring Krogene med Bøjler. Dette fremgaar klart af Fig. 34, der viser Resultaterne af nogle Bøjningsforsøg, som *Saliger* har udført<sup>4)</sup>. Bjælkernes ydre Dimensioner var ens, Jærnmængden ligesaa, men Jærnenes Antal og Diameter varierede, som vist nederst, hvor Bjælkeenderne er tegnede i lodret Stilling. Kurverne viser de Værdier af  $\sigma_j$ , for hvilke Bjælkerne gik i Stykker, og da der var to Bjælker af hver Slags, er der ogsaa to Kurver. Der var ingen Bøjler. Man ser, hvorledes Brudspændingen vokser med aftagende Jærndiameter. Bjælken med  $13\text{ mm}$  Rj. brødes i Midten, saa her vilde et Bøjleindlæg have været

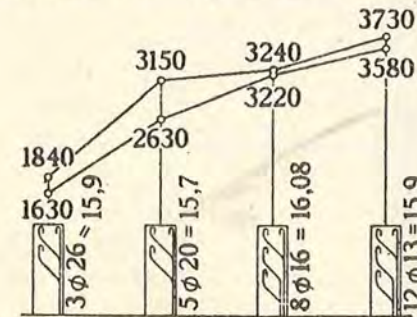


Fig. 31.

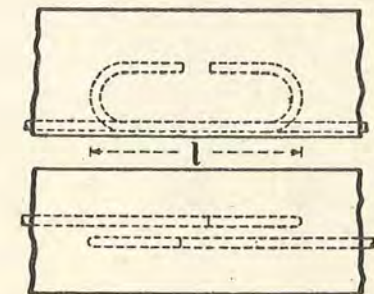


Fig. 35.

overflødig, men de tre andre Bjælker brødes ved, at Bjælkeenden sprængtes, og her vilde et Bøjleindlæg rimeligvis have bragt Brudspændingen op til samme Værdi som den førstnævnte Bjælkes.

I Praksis sikrer man sig mod Brud i Bjælkeenden dels ved Bøjleindlæg og dels ved at afpasse Jærndiameteren efter Bjælkens Spændvidde.

<sup>4)</sup> D. A. f. E. Heft 9, S. 27. <sup>5)</sup> H. f. E. I 1912, S. 402.

<sup>6)</sup> Zeitschrift für Betonbau 1913 Heft 8, 9, 1914 Heft 1.

### β. Nødvendig Forankringslængde.

42. Scheit og Waurziniok har forsøgt at støde Jærnene midt i en Bjælke under Brug af Considères Kroge, og det har vist sig, at selv 25<sup>mm</sup> Rj. kan stødes, uden at Bjælkens Styrke lider derunder, naar blot Bjælken er tilstrækkelig massiv<sup>1)</sup>.

Stødet udføres bedst som Fig. 35 viser i lodret og vandret Billede<sup>2)</sup>.

En Stødlængde  $l = 17d$  var lige ved at være passende, men i nogle Tilfælde dog lidt for lille, med  $l = 27d$  var Bjælkernes Styrke større end Bjælkens med gennemgaaende Jærn, mens en Forøgelse af  $l$  udover  $27d$  ingen yderligere Virkning havde.

I Praksis vil det være naturligt at gøre **Stødlængden** proportional med Jærns্পændingen og omvendt proportional med den tilladelige Betons্পænding, og man kan passende sætte:

$$l = \frac{\sigma_j}{s_b} \cdot d, \quad (4)$$

altsaa for Spændingerne 1000 og 40:  $l = 25d$ . Da Forsøgene ikke er udført med sværere Jærn end 25<sup>mm</sup> Rj., er der Grund til at indføre en yderligere Sikkerhed for de større Dimensioner og sætte  $l = 10d^2$ , saafremt Stødlængden derved bliver større end efter Ligningen ovenfor.

<sup>1)</sup> Forsøgsbjælkerne havde kvadratisk Tværsnit med 30 cm Sidelinie, var altsaa meget brede i Forhold til de to Stykker 25<sup>mm</sup> Rj., der laa i dem. Betonens Trykstyrke (30 cm Tærninger) var 280 at. Jærnenes Flydegrænse laa ved 2660 at, og de Bjælker, der havde gennemgaaende Jærn, brød sammen ved en regningsmæssig Jærns্পænding af 3015 at (*D. A. f. E.*, Heft 14). Senere Forsøg (Heft 37) har vist, at Betonens Kvalitet har Indflydelse paa Forbindelsens Styrke, og at man ikke kan støde et svært Jærn i en spinkel Bjælke uden at forringe Bjælkens Styrke.

<sup>2)</sup> Stængerne bør lægges med mindst 3 cm Mellemlum, ikke tæt, da de saa bliver mangelfuldt indstøbte; selv ved Laboratorieforsøgene viste dette sig, omend kun i ringe Grad; saaledes fandtes Bjælkernes Brudbelastning at være 14010 kg, naar der var Afstand mellem Stængerne, 13460 kg naar disse laa tæt og var sammenbundne i 3 Punkter, og 13310 kg, naar de var surret sammen paa hele Stødlængden. Man bør dog have sin Opmærksomhed henvendt paa det ekscentriske Træk, som opstaar, naar man fjerner Stængerne fra hinanden, og som vil fremkalde Bøjningsस्पændinger.

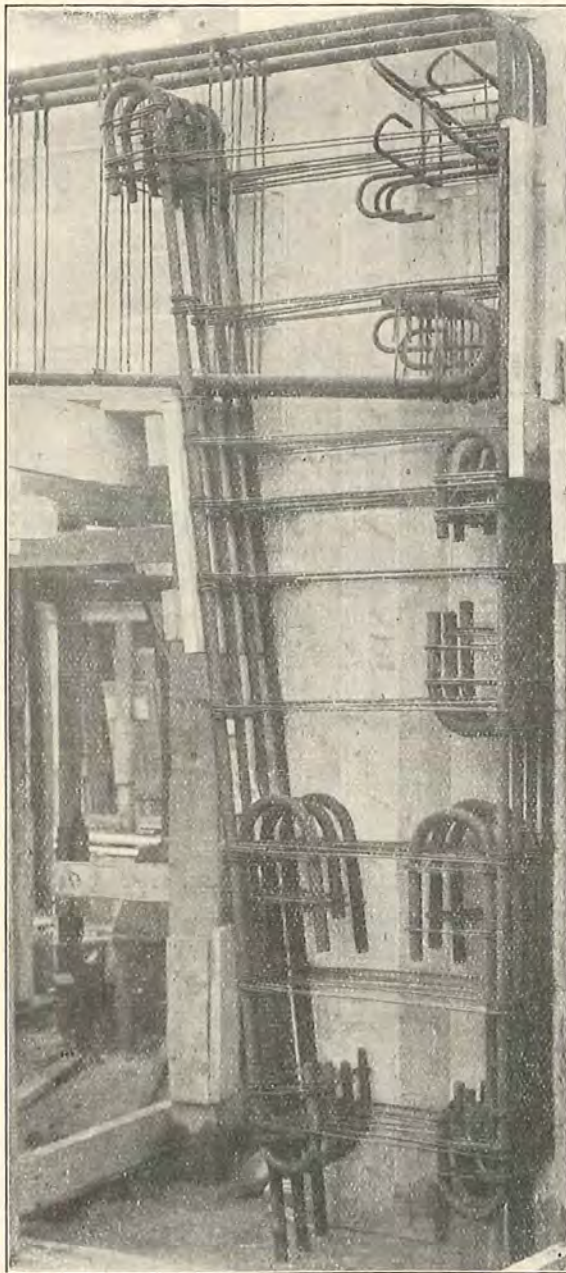


Fig. 37.

43. Trækraftens Overførelse fra det ene Jærn til det andet maa ske gennem det punkterede Snit  $abcd$  paa Fig. 36, og da man ikke tør regne med Betonens Trækstyrke, har man kun Forskydningsstyrken i Fladen  $bc$  at stole paa. For at faa et Begreb om Spændingen her, vil vi antage, at den forskydende Kraft fordeler sig jævnt over et Rektangel af Længde  $l$  og Højde  $7d$ ; man har da:

$$\frac{1}{4} \pi d^2 \sigma_j = l \cdot 7d \cdot \tau_b = \frac{\sigma_j}{s_b} d \cdot 7d \cdot \tau_b,$$

hvoraf

$$\tau_b = \frac{\pi}{28} s_b = \frac{s_b}{8,9},$$

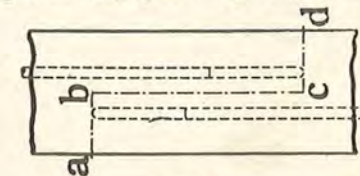


Fig. 36.

hvilket er en meget passende Værdi.

Fotografiet Fig. 37 viser Jærn, der er stødt paa denne Maade i en Spærbuk paa Christiansborg.

Betingelsen for, at man kan støde paa den nævnte Maade, er, at der er tilstrækkelig Beton omkring Jærnene, til at Betonen ikke sprænges som Følge

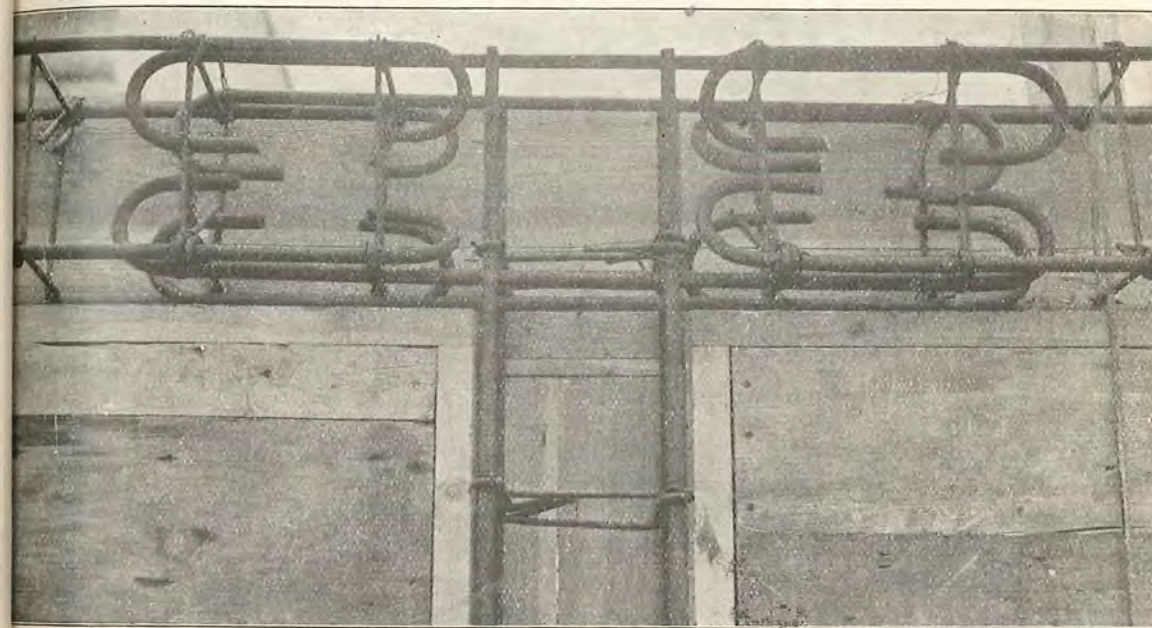


Fig. 38.

af det ekscentriske Træk. I Plader kan Stødet udføres uden særlige Forholdsregler, i Bjælker bør man derimod kun støde en Brøkdæl af Jærnene paa samme Sted, og er Bjælken smal i Forhold til Tykkelsen og Antallet af de Jærn, der skal stødes, bør man indlægge saa mange Bøjler paa tværs af Fladen  $bc$  (Fig. 36), at disse alene kan optage den forskydende Kraft. Bøjlerne kan f. Eks. indlægges i Overensstemmelse med Fig. 32. En god Ordning er det at dreje Krogene mod hinanden ind gennem Forskydningsfladen, saa de kommer til at ligge over Kors og direkte overfører Kraften. Fotografiet Fig. 38 viser en Stødforbindelse af denne Art fra Tagkonstruktionen paa Christiansborg; de

to Afstivningsstænger, der mødes over Søjlen, er armerede som Søjler, og Hjørnejærnenes Kroge er drejede ind i Diagonalplanerne, mens de fire Stødjærn har deres Kroge liggende i lodrette Planer.

44. Ved Bøjningsforsøg med Bjælker har det undertiden vist sig, at den store Trækraft, som gennem Krogen pludselig overføres til den iforvejen strakte Beton, kan give Anledning til Revnedannelse ved Krogen paa et for-



Fig. 39.

holdsvis tidligt Belastningsstadium. Dette undgaar man bedst ved at forankre Jærnet i Tryksiden, som Fig. 39 viser. Længden  $l$  skal være den af (4) bestemte med Fradrag af Krogenes Diameter.

45. Ved de i § 42 nævnte Forsøg prøvedes det ogsaa at kroge Jærnene direkte sammen, men det gav en meget slet Forbindelse, thi i saa Fald har man ikke Betonen til at overføre Kraften, og Jærnforbindelsen er for primitiv til at kunne gøre det uden store Deformationer. Enten maa man lave en regulær Jærnforbindelse eller ogsaa maa man bruge den store Stødlængde.

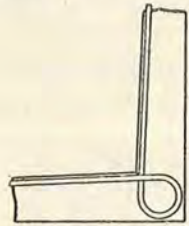


Fig. 40.

I denne Forbindelse maa jeg advare mod Brugen af Sløjfer (Fig. 40) paa de Steder, hvor Jærnet skal forandre Retning. Kraftoverføringen kan her tænkes at foregaa paa een af to Maader. Enten bliver Trækraften i Jærnet og gennemløber Sløjfen, idet Betonen indenfor denne trykkes fra alle Sider i Analogi med Fig. 23; i saa Fald vil Adhæsionen opheves, thi en Del af Sløjfen ligger i Betonens Trykside og kan følgelig ikke have Trækspændinger uden at have løsnet sig fra Betonen; alene af den Grund er Konstruktionen uheldig; men dertil kommer saa yderligere de meget store Trykspændinger paa Betonen indenfor Sløjfen, som man slet ikke ved, om Betonen kan taale, og endelig ligger de to Jærngrene i forskellige Planer, saa der kommer store Forskydningsspændinger i Betonkærnen. Den anden Mulighed er, at Kraften i den ene Jærngren overføres til den anden gennem Betonen ved Træk- og Forskydningsspændinger, saa at Sløjfen virker som to Kroge, der løber over i hinanden, men i saa Fald er Stødlængden meget for kort.

### c. Ankerplader.

46. I visse Tilfælde kan Jærnene være saa svære, Stødlængden saa kort eller Pladsen saa kneben, at de Considereske Kroge ikke egner sig til at bruges, f. Eks. naar svære Trækbaand skal forankres i en Bues eller et Sprængværks Fod. I saa Fald gaar man over til at bruge Ankerplader af Staal eller Støbejern og skrueskære Jærnenes Ender, efter at de først er opstukkede saa meget, at Skrueskæringen ikke svækker dem (Fig. 41). Man har da kun at sørge for, at Pladens Tryk paa Betonen ikke overstiger den tilladelige Værdi, og at Pladen har fornøden Bøjningsstyrke.

47. Ved Bestemmelsen af Ankerpladens Størrelse kan man regne med samme tilladelige Tryk paa Betonen som ved Bøjning (§ 94). Tykkelsen bestemmes af den tilladelige Bøjnings-

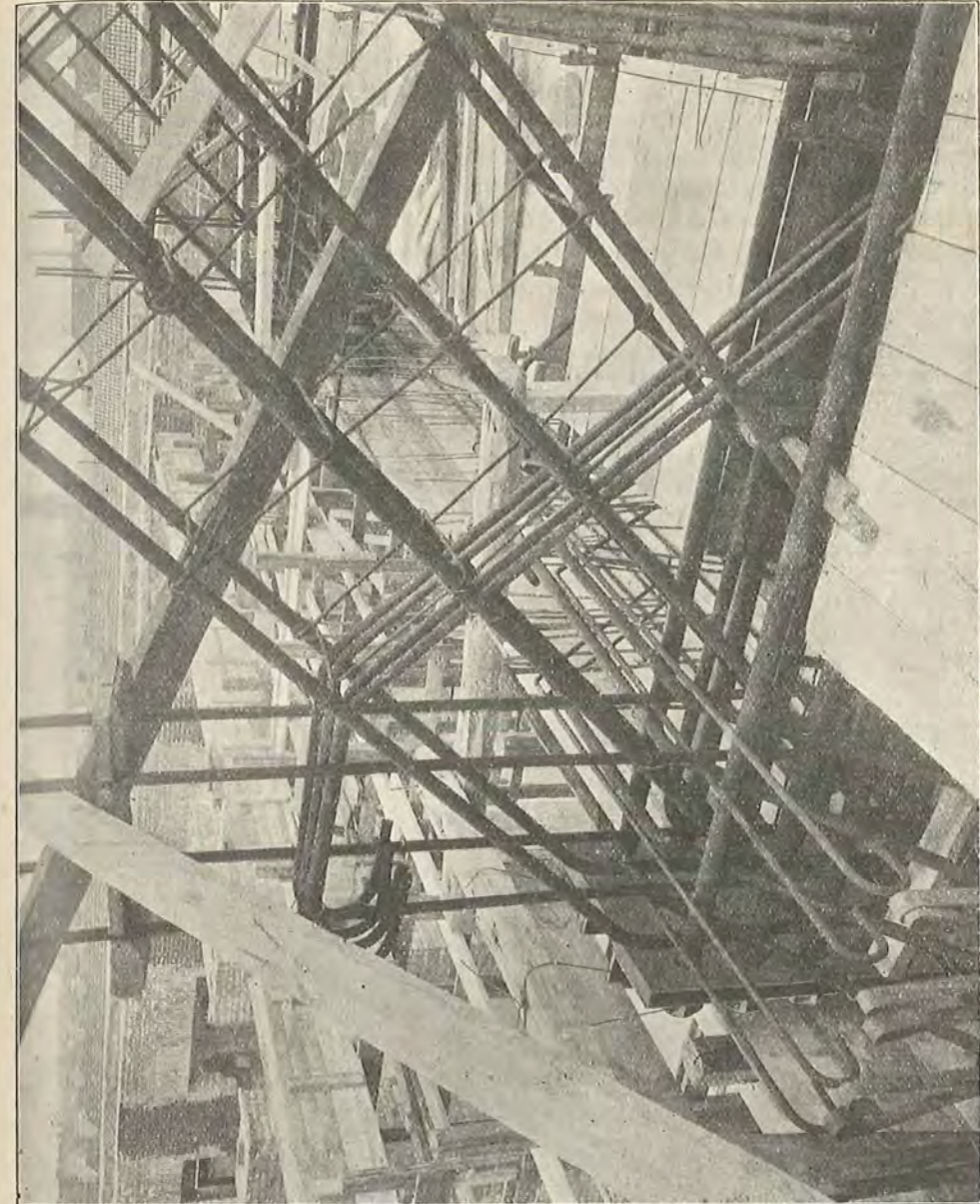


Fig. 41. Nedre Knudepunkt i et Sprængværk i Tagkonstruktionen over Landstingssalen paa Christiansborg.

spænding for Jærnet (1000—1200 at). Er der 4 Jærn, vil det være økonomisk at bruge en kvadratisk Plade (Fig. 42) og lægge Jærnene saaledes, at Pladens Spænding bliver ens i Snittene A—A og B—B. Kaldes Momenterne pr. lb. cm af disse Snit  $M_A$  og  $M_B$  (kgcm), og regnes der med et jævnt fordelt Tryk af  $p$  at, findes:

$$M_A = \frac{1}{2} p a c^2 \quad M_B = \frac{1}{2} p a b^2 - \frac{1}{2} p a c^2,$$

hvor  $d$  er Hullernes Diameter, der bør være 2 mm større end det opstukkede Rundjærns Diameter. Sættes  $M_A = M_B$ , faas:

$$\frac{c^2}{b^2} = \frac{a - 2d}{8(a - d)}.$$

48. Man maa paase, at Møtrikkerne ligger fuldstændig tæt paa Pladen. Hvis Møtrikken kun rører Pladen i et enkelt Punkt, vil der komme Bøjningsspændinger i Bolten, og Faren for et Brud i den skrueskaarne Del er da nærliggende. Man kunde naturligvis

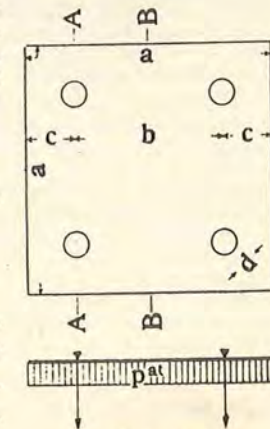


Fig. 42.

planhøve Pladens Bagside og afrette Møtrikkens Lejeflade, saa den bliver plan og vinkelret paa Boltens Akse, men det er ikke nødvendigt, naar man blot retter Pladen (der er krum fra Klippingen) og sørger for, at Møtrikkens Lejeflade bliver vinkelret paa Aksen. Inden Støbningen maa man med et Knivsblad prøve, om alle Møtrikker ligger tæt til overalt.

Undertiden har jeg haft Besvær med at faa Arbejdet tilfredsstillende udført, og jeg har derfor søgt at finde et Materiale, der, anbragt mellem Møtrik og Plade kunde udjævne Skævhederne og samtidig taale det store Tryk. Forsøgene viste, at sandfri Cementgrød var fortrinligt egnet til denne Brug.

49. Virkningen af en tynd Blyplade blev ogsaa undersøgt. Fig. 43 viser Forsøgsmaaden. *a* er Ankerpladen, der blev kilet op paa Jærnprøvemaskinens øverste Bord, *b* er Blyskiven. Boltens nedre Ende fastspændtes i det bevægelige Krydshoved, ved hvilket Trækket udøves. Møtrikkens Underside blev affilet efter en skraa Plan (Fig. 44), saa der fremkom en Højdeforskel af  $1\frac{1}{3}$  mm. Der udførtes to Forsøg, og Blypladens Tykkelse var henholdsvis 2 mm og 4 mm. Møtrikken blev tilspændt med en ca. 70 cm lang Nøgle og saa haardt, som to Mand kunde trække; det Træk, som derved opstod i Boltens, maalttes til henholdsvis ca. 1700 og ca. 2400 kg. Derpaa anbragtes en Nedbøjningsmaaler mellem Ankerpladen og det bøjede Rundjern *c*, der var indskruet i Møtrikken, og Formindskelsen af Afstanden *x* maalttes, idet Trækket i Boltens efterhaanden bragtes op paa 5, 10, 15 og 20<sup>t</sup> og holdtes paa disse Trin i ca. 5 Minutter. Nedbøjningsmaaleren viste Bevægelsen 10 Gange forstørret, men var af en ret grov Konstruktion; ved Bedømmelsen af Maaleresultaterne maa man desuden have for Øje, at *x* ikke blot vil forandre sig som Følge af, at Møtrikken parallelforskydes i lodret Retning, men ogsaa som Følge af en Vinkeldrejning af Møtrikken i Forhold til Ankerpladen. Boltediameteren var 32,8 mm. Resultaterne findes i efterfølgende Tabel.

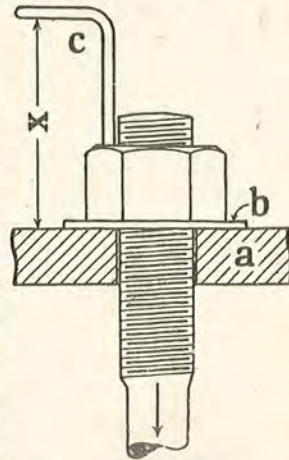


Fig. 43.

Træk i Bolt		Formindskelse af <i>x</i> i mm for		
kg	at	2 mm Blyplade	4 mm Blyplade	Cementmørtel
5 000	592	0,25	0,40	0,00
10 000	1184	0,50	1,50	0,05
15 000	1775	0,70	1,90	0,10
20 000	2367	0,70	2,00	0,10
21 000	2485			0,10
22 000	2604			0,10
23 000	2722			0,10

Da Nedbøjningsmaaleren var aflæst ved 20 000 kg, aflastedes fuldstændig, hvorefter den viste henholdsvis 0,6 og 1,9 mm.

Jeg havde tænkt mig Muligheden af, at den tynde Blyplade straks vilde indstille sig efter Møtrikkens Form, og at en yderligere Flydning vilde blive forhindret af Friktionen, men det er aabenbart ikke Tilfældet; Flydningen fortsætter sig, og hvis den overhovedet standser, inden Møtrikken er naaet i Bund, er det i hvert Fald efter saa store Deformationer, at Brugen af Bly i det her omhandlede Øjemed er udelukket.

50. Ved Forsøget med Cementmellem-lag blev der anbragt en Møtrik paa hver Side af Ankerpladen (Fig. 44), og mellem denne og den øverste Møtrik lagdes Cementmørtel af Normalkonsistens, hvorefter Møtrikken tilspændtes med den tidligere omtalte Nøgle og saa haardt som muligt. Der blev derefter lagt et ca. 7 mm tykt Mørtellag rundt om Møtrikken sluttende tæt til denne. Efter 28 Døgn Hærdning i vandmættet Luft udførtes Forsøget som ovenfor beskrevet, og Resultaterne ses af Tabellen. Ved en Belastning af 22 725 kg (2689 at) begyndte Boltens at flyde (allerede ved 21 000 kg var der Tegn paa begyndende Flydning i Møtrikken, nemlig afbladende Glød-

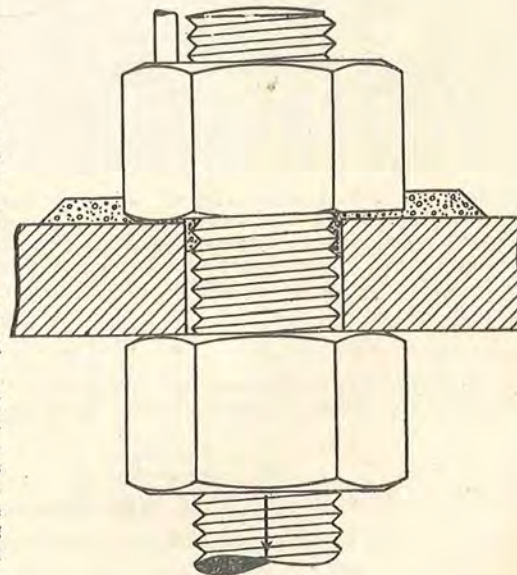


Fig. 44.

skal), men endnu ved 23 000 kg var Mørtlen ubeskadiget. Belastningen blev nu forøget kontinuert, indtil der var tydelig Indsnøring paa Boltens, altsaa over Brudgrænsen, der laa ved 35 000 kg (4142 at); Formindskelsen af *x* var da steget til ca. 0,25 mm, mens Mørtlen stadig var ubeskadiget. Derpaa aflastedes til Nul, hvilket ingen Indflydelse havde paa *x*; hele Deformationen var altsaa blivende. Under Aflastningen fremkom der tre radiære Revner i det uden om Møtrikken liggende Mørtellag udgaaende fra hvertandet af Møtrikkens Hjørner. Cementlaget under Møtrikken var, da denne blev fjernet, tilsyneladende ubeskadiget, og dets Tykkelse varierede fra 0,6 til 2 mm.

Den sandfri Cementmørtel synes herefter vel egnet til at udligne Skævhederne mellem Møtrik og Plade. Det Trykareal, der fremkommer, naar man fra Møtrikkens vandrette Projektion trækker Hullet i Pladen, er 22,7 cm<sup>2</sup>, og Mørtlen har altsaa været udsat for et Tryk af  $\frac{35\ 000}{22,7} = 1540$  at.

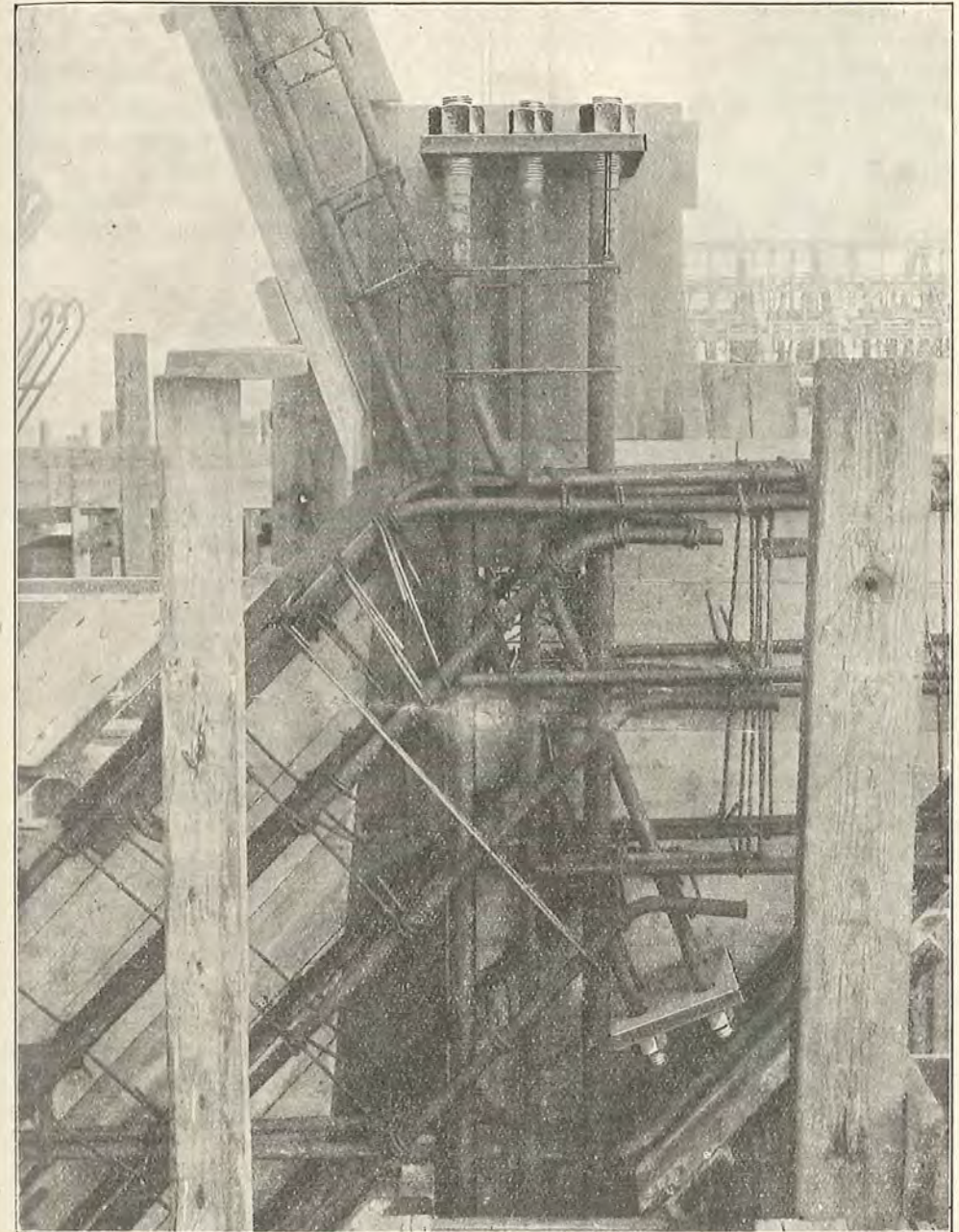


Fig. 45. Øvre Knudepunkt i et Sprængværk i Tagkonstruktionen over Landstingssalen paa Christiansborg.

51. Selv om man ikke bruger Cementmellelag, men tilstræber en ren metallisk Forbindelse, maa Brugen af **Kontramøtrikker** (Fig. 44) anbefales, da man uden disse vanskeligt kan sikre sig, at alle Møtrikker ligger til, og at Pladen ikke forskyder sig, naar der stampes.

52. Fig. 45 viser Brugen af Ankerplader i et Sprængværks Knudepunkt. Den spinkle skraa Stang skal hindre Sprængværket i at trække sig skævt ved usymmetrisk Belastning; Brugen af Ankerplade her er udelukkende motiveret ved, at Jærnene skulde stikkes ned fra oven og derfor ikke kunde have Kroge. Den svære Hængestang er ført et Stykke op over Sprængværkets Hoved, for at der kunde blive Plads til dens Ankerplade; paa det yderste Jærn til højre vil man kunne se et paabundet Stykke 7<sup>mm</sup> Rj., som tjener til at holde Pladen paa Plads i Mangel af en Kontramøtrik. Jærnføringen i de to trykkede Stænger er ikke ideel, begrundet i, at Jærnene blev leveret for korte, saa de endte lige i Knudepunktet, og ekstra Stødjærn maatte indlægges indenfor.

53. Undertiden kan det være umuligt at skaffe Ankerplader af den fornødne Tykkelse fra Lager, og man kan da erstatte dem med **Profiljærn**.

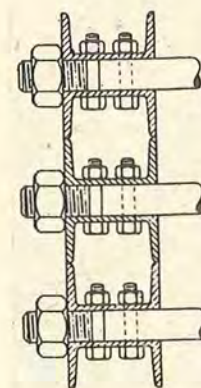
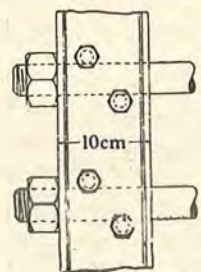


Fig. 46.

Fig. 46 viser Forankringen af Jærnene (9 Rj. 33<sup>mm</sup>) i Foden af en stor Gitterdrager i *Det nye Theater*. De tre Jærn, der ligger i samme lodrette Plan, er fastboltede mellem to U-Jærn, og tre saadanne Grupper er lagte ved Siden af hinanden; U-Jærnene maa naturligvis staa lodret, saa at Mellemmrummene mellem dem kan fyldes. Fig. 47 viser en anden Konstruktion, der blev brugt til de vandrette Trækbaand i Teatrets Buetag; ogsaa her er de store U-Jærn paa Tryksiden stillet lodret, saa at intet hindrer en tæt Støbning, mens de vandrette U-Jærn er lagt om paa Bagsiden, hvor Støbningens Godhed er af underordnet Betydning.

54. Medens man som Regel uden Vanskelighed vil kunne give lodret stillede Ankerplader en for **Støbningen** gunstig Form, er det ikke saa let for de vandrette Pladers Vedkommende. En Plade, der vender Tryksiden nedad, som den øverst paa Fig. 45, gaar det ikke an at indstøbe paa almindelig Maade, thi den vaade Beton vil sætte sig, saa der bliver tomt under Pladen; man maa kun støbe op indtil

2<sup>cm</sup> under den og saa senere stampe jordfugtig Mørtel ind i Mellemmrummet; eller ogsaa kan man støbe helt op under den og senere hæve den, lægge Mørtel under den og skrue den tæt til, samtidig med at man lægger Cementgrød under Møtrikkerne. Vender Pladen Tryksiden opad, som naar den ligger i Undersiden af en Bjælke, der bæres af en Hængesøjle, kræver Hensynet til Konstruktionens Styrke ingen særlige Forholdsregler, men det er vanskeligt at faa en tæt Støbning paa Undersiden.

I det hele taget strider disse massive Ankerplader, der gennemskærer Betonen, mod Jærnbetonkonstruktionernes Natur; en Rist af Profiljærn, der ikke helt afbryder Betonen, er principielt at foretrække.

#### d. Øjestænger.

55. Naar flere over hinanden liggende Etageadskillelser skal ophænges i Tagværket ved Hjælp af Hængesøjler, er det ofte bekvemt at støde Hængesøjlen Jærn over hver Etageadskillelse. Til slige Stød har jeg hidtil været betænkelig ved alene at bruge de Considèreske Kroge, med mindre Jærnene er meget spinkle, og jeg har foretrukket de fra Jærnkonstruktioner kendte Øjestænger (Fig. 48). Boltene fremstilles billigst af komprimeret Akselstaa, der er haardt og ikke behøver at afdrejes. Øjernes Inderflade maa afdrejes paa den Halvdel, der trykker mod Boltens, og den afdrejede Cylinderflades Akse skal staa nøjagtig vinkelret paa Stangens Akse, saa at hele Fladen kommer i Berøring med Boltens. Det uundgaelige Slør er paa Fig. 48 ophævet ved at presse Øjerne mod Boltens ved Hjælp af smaa Stykker Rundjærn, der er banket paa Plads. Søjlen Hjørne- og Tværarmering skal dels gøre Søjlen brugelig som trykket Søjle under Bygningens Opførelse, inden den bærende Tagkonstruktion er støbt, dels skal den i al Almindelighed holde sammen paa Betonen og sikre Jærnenes Stilling. Vægten af den paa Billedet synlige Etageadskillelse, og hvad der ligger under denne, føres af de fire Øjestænger direkte op til Ankerpladen i Tagværket (se f. Eks. Fig. 45), mens den Etageadskillelse, der yderligere kommer til, er hængt paa ved Hjælp af fire nye Jærn, hvis Kroge ses midt i og øverst paa Billedet.

#### 4. Specialjærn.

56. Der eksisterer forskellige Slags patenterede Betonjærn, der ved Udvalsningen forsynes med Fremspring og Fordybninger, der forøger Glidemodstanden, samtidig med at Tværnsnitsarealet saavidt muligt holdes konstant. De fremstilles gerne af haardt Staal med højtliggende Flydegrænse. Disse Jærn, af hvilke de vigtigste er vist i Fig. 49—56, kan ikke glide; ved Udtrækningsforsøg springer de udenfor Betonen eller ogsaa sprænger de denne efter Længden i 3 eller flere Stykker. Jo sværere Blokken er, des vanskeligere sprænges den <sup>1)</sup>.

De viste Jærn er omtrent jævnyrdige, bortset fra Bølgejærn og Thacher Jærn, der er daarligere, fordi de har svagt hældende Flader, der lettere sprænger Betonen end Flader, der staa vinkelret paa Trækkets Retning <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Man kan ogsaa modarbejde Sprængningen ved at lægge en skruevunden Armering af f. Eks. 5<sup>mm</sup> Rj. omkring Jærnet.

<sup>2)</sup> Samtlige Jærn med Undtagelse af de i Fig. 50 og 54 viste er undersøgt af Bach og Graf (*Mitt. ü. Forschungsarbeiten*, Heft 72—74).



Fig. 48. Jærnindlæg i en Hængesøjle paa Christiansborg.

De gode Specialjærn er langt bedre egnede til Indstøbning end Rundjærn, da de forbinder sig inderligt med Betonen og fuldstændig følger dennes Formforandringer. Naar Betonen svinder, kan den trække sig løs fra Rundjærnet og revne, mens Specialjærnet forhindrer en saadan Bevægelse. Rundjærnets Fastsiden er for en stor Del betinget af Betonens Klemning; tænker man sig denne ophævet ved en stor Temperaturforandring, eller ved at Betonen gennemtrænges af Vand<sup>1)</sup> eller en anden Vædske, vil Rundjærnet ligge helt løst, ikke Specialjærnet. Ogsaa skiftende Paavirkninger kan tænkes at ophæve Rundjærnenes Adhæsion.

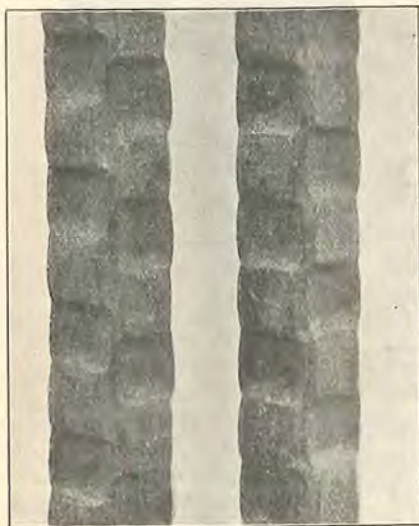


Fig. 49. Johnsons Knudejærn 2).



Fig. 51. Diamond Jærn 2).



Fig. 52. Lug Jærn 2).



Fig. 50. Johnsons ny Jærn.



Fig. 53. Cup Jærn 2).



Fig. 54. Ransome Jærn 2).



Fig. 55. Bølgejærn 4).



Fig. 56. Thacher Jærn 2).

<sup>1)</sup> Ved nogle franske Forsøg fandtes Glidespændingen større i tør end i vaad Beton, men de er ikke blevne bekræftede (se § 28). Ved mine Forsøg (Ing. 1908, S. 131) havde det heller ingen Virkning, at Betonen lagdes i Vand.

<sup>2)</sup> Mitt. ü. Forschungsarbeiten, Heft 72-74.

<sup>3)</sup> H. f. E. I 1912, S. 363.

<sup>4)</sup> H. f. E. I, 1912, S. 384.

57. Johnsons Knudejærn (Fig. 49) er de eneste, der forhandles herhjemme, men de har ogsaa vist sig at høre til de bedste. Det er kvadratiske Jærn, der er forsynede med Fremspring og Fordybninger, enten saaledes som Jærnet tilhøjre, hvis Tværnsnit afvekslende er et staaende og et liggende Rektangel, eller saaledes som Jærnet tilvenstre, hvis Tværnsnit varierer mere jævnt, idet Knuderne overdækker hinanden.

Jeg har foretaget nogle Adhæsionsforsøg med  $\frac{1}{4}$ " Knudejærn og sammenlignet dem med 7 og 8 mm Rundjærn, der henholdsvis har samme Tværnsnitsareal og Overfladeareal som Knudejærnet<sup>1)</sup>. Jærnets Kvalitet fremgaar af følgende Tal:

	FG <sup>t</sup>	S <sup>t</sup>	FG <sup>t</sup> :S <sup>t</sup>	$\phi_{11,3}$
7 mm Rj. . . . .	2820	3998	0,71	24,3
$\frac{1}{4}$ " □ . . . . .	4215	6183	0,69	19,1

Provelegemerne havde den i Fig. 3 viste Form, med et Jærn indstøbt i hver Ende, saaledes at Jærnene mødtes i Midten. De indstøbte Jærnender var 16,5 cm lange. Ved den af andre brugte Forsøgsanordning (Fig. 2) er den Mangel, at paa det Sted, hvor Jærnet træder ud af Betonen, er Jærnet mest strakt, medens Betonen er stærkest sammentrykket. Man maa derfor formode, at Sammenhængen ophæves hurtigere her, end Tilfældet er i Praksis, hvor begge Materialer gerne er strakte samtidig som i Fig. 3. Betonens Blfh. var 1:2:4, den hærtnede i Luften og var ca. 6 Maaneder gammel ved Prøvningen. Forsøgene gav til Resultat, at Knudejærnene blev trukket over paa det fri Stykke uden at glide, skønt Adhæsionsspændingen i eet Tilfælde var oppe paa 65,2<sup>at</sup>. Flydningen kunde nemlig ikke forplante sig ind i Betonen paa Grund af Knuderne; kun lige ved Overfladen havde disse Magt til at afsprænge en lille Betonkegle (Fig. 57), der fulgte med Jærnet under dets Flydning, de følgende Knuder skulde afsprænge en lang større Kegel for at frigøre sig, og det formaaede de ikke. Alle Rundjærnene gled derimod ved Spændinger, der varierede fra 26 til 41<sup>at</sup>, og den største Trækspænding var 3360<sup>at</sup>, altsaa 19% over Flydegrænsen. Forsøgene viser, at naar Indstøbningsslængden er tilstrækkelig stor, kan Knudejærnene belastes indtil Brudgrænsen, Rundjærnene derimod kun til noget over Flydegrænsen.

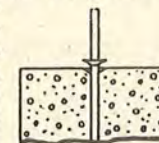


Fig. 57.

Er Indstøbningsslængden for kort i Forhold til henholdsvis Flyde- og Brudgrænse (hvad den ikke bør være i en rationel Konstruktion), bliver Knudejærnenes Overlegenhed endnu større.

Ved Bøjningsforsøg fandt Bach<sup>2)</sup>, at Knudejærnets Glidespænding var ca. 50% større end almindeligt Rundjærns, men derimod kun i ringe Grad større end rustent Rundjærns<sup>3)</sup>. Forholdet mellem Bjælkens Bæreevne og Jærnets Vægt var 72% større ved Knudejærnet end ved det ikke rustne Rundjærn.

## D. Jærnbetonens Forhold i Varme og Ild.

### 1. Varmeledningsevne.

58. Betons Varmeledningsevne vokser med dens Tæthed og Vandindhold, men er dog altid ringe i Forhold til Jærns, og indstøbt Jærn er derfor godt beskyttet mod Temperaturforandringer. I høje Temperaturer vil Cementen udskille Hydratvand, hvilket virker forringende paa Ledeevnen, da meget af Varmen bindes<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> Ingeniøren 1908, S. 127.

<sup>2)</sup> Mitt. ü. Forschungsarbeiten, Heft 72-74.

<sup>3)</sup> Dette burde dog retfærdigvis sammenlignes med rustent Knudejærn.

<sup>4)</sup> Varmeledningsevnen er eksperimentelt undersøgt af Oberstløjtnant Grut ved Hjælp af 2 hule Betoncylindre med 34 cm udvendig Diameter og 10 cm Vægttykkelse, Højden var 51 cm, Materialet var Grusbeton, og Blandingsforholdet henholdsvis 1:1 $\frac{1}{2}$ :1 $\frac{1}{4}$  og 1:2:3. Se iøvrigt Den tekniske Forenings Tidsskrift 1903, Side 206. Cylindrens Hulrum blev opvarmet til 1000° ved Hjælp af en elektrisk Strøm, og Væggens Temperatur i 1, 2, 3, 5, 7 og 9 cm Afstand fra Indersiden blev aflæst hver halve Time paa le Chateliers Platin-Rhodium-Pyrometer. I Løbet af 7-8 Timer blev Ligevægtstilstanden naaet, nemlig:

Afstand fra Indersiden:	0	1	2	3	5	7	9 cm
Temperatur:	1004	834	679	600	449	348	264° C.

Tallene er Middelværdier for begge Cylindre. Som man ser, synker Temperaturen hurtigt udefter, og ved en Ildløs, hvor Betonen kun paavirktes fra een Side, er det kun de yderste ca. 5 cm, der beskadiges. Er det en Etageadskillelse af Jærnbeton, der opvarmes fra nedenunder, vil Jærnet omtrent være under de samme Betingelser som det Pyrometer, der befandt sig 2 cm fra Cylindrens Indervæg. I dette Punkt var Temperaturen som Middelværdi for begge Cylindre efter

	1	2	3	4	5	6	7 Timer
	259	424	537	601	637	659	675° C.

Cylindrene var 3 Maaneder gamle, men den fede blev før Forsøget opvarmet til 1000° ind-



Sammenlignet med Teglsten har Betonen en betydelig Varmeledningsevne, og den egner sig derfor mindre godt til Ydermure om Boliger og Stalde; den bortleder Varmen for hurtigt, og Væggene dugger. Denne Dugdannelsen kan ogsaa finde Sted paa Jærnbetonlofter over Stalde, naar Ydertemperaturen er lav, og der ikke er Hø i Loftsrummet. Til Skure og lign., hvis Indertemperatur ingen Rolle spiller, kan man derimod godt bruge Ydervægge af Jærnbeton<sup>1)</sup>.

## 2. Varmeudvidelse.

59. Jærnbeton udvider sig ved Opvarmning ligesom andre Stoffer, men samtidig vil der foregaa en Udtørring, der — omend først i Løbet af nogen Tid — bringer Betonen til at svinde.

Varmeudvidelseskoefficienten er for blødt Staal  $\frac{1}{86000}$ <sup>2)</sup> og for Beton  $\frac{1}{100000}$ <sup>3)</sup>. Staalet udvider sig altsaa noget mere end Betonen og har Tendens til at sprænge denne ved en Temperaturstigning. Forskellen i Udvidelse er imidlertid saa ringe, at de almindeligt forekommende Temperaturvariationer ingen Spændinger af Betydning fremkalder.

I Ildebrandstilfælde vil de dog kunne naa en betydelig Værdi, men da Betonen udvider sig mindre end Jærnet, vil den blive strakt og Jærnet trykket, hvorved i det hele og store de fra Belastningen hidrørende Bøjningsspændinger formindskes.

De Spændinger, der opstaar i et Jærnbetonprisme ved Opvarmning, svarer ganske til de Spændinger, Betonens Svind fremkalder. Da Forskellen mellem

vendig og atter afkølet. Derved blev Vandet drevet ud, og denne Cylinder var ved de Temperaturmaalinge, af hvilke de ovenstaaende Middeltal er dannet, stadig omtrent 1 Time forud for den anden, da der ikke brugtes Varme til Vandfordampning.

Lignende Resultater er Prof. Woolson kommen til (*H. f. E.* 1913, VIII, S. 12).

Om Varmeledningskoefficienter til Brug ved Beregning af Opvarmningsanlæg se *Beton u. Eisen* 1907, Side 40, 1910, S. 48.

<sup>1)</sup> Om Transformatorhuse se *Ingeniøren* 1912, S. 322.

<sup>2)</sup> Haardt Staal udvider sig noget mindre, Svejsejærn noget mere (se *E. Suenson: Byggematerialer* 1911, § 224).

<sup>3)</sup> Denne Værdi fandtes for Grusbeton 1:3 uden Hensyn til om Hærdningen var foregaaet i Luft eller Vand (*D. A. f. E.* Heft 23, S. 46). For andre Betonsorter er Udvidelsen lige saa stor, f. Eks. fandtes Varmeudvidelsen for 100 m Længde ved 1° Opvarmning at være for:

Beton af	1 C : 2 S : 4 Si:	0,972 mm	
»	»	1 C : 2 S : 4 Sk:	0,990 »
Skærvematerialet i denne Beton		0,972 »	

Ved Forsøg i Berlin med 3 Betonsorter (Pimpstensbeton) fandtes:

Beton A:	0,94 mm;	armeret med $2\frac{1}{4}$ % Jærn:	1,01 mm
» B:	1,09 » ;	» » » » :	1,15 »
» C:	1,11 » ;	» » » » :	1,17 »

Den armerede Beton ses at have forlænget sig  $\frac{0,07 + 0,06 + 0,06}{3} = 0,0634$  mm mere end den

uarterede. Jærnet har altsaa paatvunget Betonen en Forlængelse pr. Længdeenhed af  $\frac{0,0634}{100000}$

svarende til en Trækspænding  $\sigma_b^t = \frac{0,0634}{100000} \cdot 140000 = 0,089$  at, naar Betonens Trækelasticitetskoeffi-

cient er 140000 at. Til Gengæld har Jærnet faaet en Trykspænding  $\sigma_j^c = 0,089 \cdot \frac{97\frac{3}{4}}{2\frac{1}{4}} = 3,86$  at.

Udvidelseskoefficienterne er  $\frac{1}{615000}$ , vil 1° Temperaturstigning have samme Virkning, som naar Betonen svinder  $\frac{1}{615}$  mm pr. m<sup>1)</sup>.

60. Skorstene og Røgkanaler vil, naar de efter at være hærdnede udsættes for den høje Temperatur, udvide og forlænge sig, hvorfor man ikke maa sammenstøbe dem med kolde Dele<sup>2)</sup>.

Til Kedelindmuring har Jærnbeton vist sig at være særlig godt egnet, da den ikke revner saa stærkt som almindeligt Murværk, hvilket navnlig er en Fordel, hvor der bruges kunstig Træk<sup>3)</sup>.

## 3. Varmes Indflydelse paa Trykstyrken.

61. Betons Trykstyrke paavirkes kun i ringe Grad af en Opvarmning, naar denne ikke overstiger ca. 300°, og for saavidt kan man rolig bruge Beton til Varmtvandsbeholdere, Skorstene, Røgkanaler og lign., men slige Konstruktioner er stærkt udsatte for Revner fra Temperaturspændinger, naar Temperaturen varierer<sup>4)</sup>.

Oberstløjtnant *Grut* har opvarmet Mørteltærninger 1:3 til forskellige Temperaturer og senere knust dem, hvorved han fandt de nedenfor angivne Styrketal<sup>5)</sup>. Tærningernes Kantlængde var 5,2 cm, Alderen 2½—3 Maanedere (8 Dage i Vand, ellers i Luft).

Forsøgenes Antal . . .	5	5	5	5	2	2	2	3
Opvarmet til . . . . .	20°	100°	150°	200°	300°	500°	700°	1000°
S <sup>c</sup> i at . . . . .	373,9	370,1	425,3	424,2	379,2	304,6	171,3	47,1

Styrken stiger altsaa i Begyndelsen og synker derpaa, men en Opvarmning til 300° vil endnu forøge Styrken.

Lignende Forsøg har Professor *Woolson* udført<sup>6)</sup>:

<sup>1)</sup> Vi kan følgelig bruge Formlerne (73) og (74) i § 185, og sættes f. Eks.  $\varphi = 1\%$  giver de:

$$\sigma_j^c = \frac{\frac{1}{615000} \cdot 2100000}{\frac{1}{140000} \cdot \frac{1}{100} + 1} = 4,57 \text{ at og } \sigma_b^t = \frac{4,57}{100} \text{ at}$$

Disse Spændinger skulde altsaa fremkomme ved 1° Opvarmning af et Jærnbetonprisme med 1 % Jærn.

<sup>2)</sup> Ved Opførelsen af Gymnastikbygningen i Fælledparken i København blev Skorstenen paa Trods af denne Regel støbt sammen med Etageadskillelserne, da de derved opnaaede Fordele ansaas for saa store, at man vilde løbe Risikoen. Nogle (meget overfladiske) lagttagelser af denne Skorstens videre Forhold skal derfor meddeles; den var indvendig udført med ildfaste Sten indtil 10 m over Kældergulvet, og Foret, der var  $\frac{1}{4}$  Sten tykt, stod ca.  $2\frac{1}{2}$  cm fra Betonen. Efter at den havde været nogen Tid i Brug, maales Temperaturen paa dens Overflade ved at trykke et Termometer mod den og omgive det med blødt Papir og Aviser og aflæse efter ca. 5 Minutters Forløb. Der, hvor Kærnen hørte op, fandtes 39,5° C og oppe paa 4. Sal, hvor Væggen var tyndere, fandtes 42,5°. Konduktøren skønnede, at der heroppe (ca. 23 m over Kældergulvet) var sket en Hævning paa ca. 3 mm.

<sup>3)</sup> Der bruges en hul Mur dannet af to Vægge med 10 cm Luftmelletrum; Væggene gøres 13—20 cm tykke hver, og krydsarmeres med f. Eks. 8 Rj. 10 mm pr. m i begge Retninger; Indersiden maa fores med ildfaste Sten. Se iøvrigt *Teknisk Forenings Tidsskrift, Afdeling for Jærnbeton* 1913, S. 16; *B. u. E.* 1914, S. 207; *Ingeniøren* 1915, S. 397.

<sup>4)</sup> Paa Grund af Svovlsyren maa Jærnet i Skorsten gemmes dybt i Betonen, og dennes Overflade eventuelt beskyttes med særlige Midler. Man har i et vist Tilfælde indhøstet meget daarligere Erfaringer med en Røgkanal af Jærnbeton (*B. u. E.* 1914, S. 265), men denne Kanal har formentlig været fremstillet analogt med Råbælvægge, thi Væggene var kun 4 cm tykke.

<sup>5)</sup> *Teknisk Forenings Tidsskrift*, 27. Aarg., Side 206.

<sup>6)</sup> *H. f. E.* 1913, VIII, S. 11.

t° C. . . . .	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	
Basaltbeton:														
S <sup>c</sup> i {	at. . . . .	136	136	136	134	128	120	113	103	92	82	71	57	39
	% . . . . .	100	100	100	99	94	88	83	76	68	60	52	42	29
Kalkstensbeton:														
S <sup>c</sup> i {	at. . . . .	128	110	99	90	81	75	68	63	56	52			
	% . . . . .	100	86	77	70	63	59	53	49	44	41			

Naar Trykstyrken forringes efter en meget stærk Opvarmning, er det dels paa Grund af kemiske Forandringer (Cementens Hydratv. vand uddrives) dels paa Grund af Sprængninger fra uensartet Varmeudvidelse. En passende Grad af Porøsitet er gavnlig, da de enkelte Bestanddele da har Plads til at udvide sig; meget fed og meget mager Beton staar sig daarligere end Mellemkvaliteter. Ogsaa Tilslagsstoffernes Karakter spiller en Rolle; bedst er Slagger, Pimpsten og Murstensskærver, daarligst Kalksten.

#### 4. Brandsikkerhed.

62. Ved en Konstruktions Brandsikkerhed forstaar man dens Evne til at udholde en Ildebrand. F. Eks. skelner *British Fire Prevention Committee* mellem midlertidig, delvis og fuldkommen Brandsikkerhed, eftersom Konstruktionen kan modstaa en stærk Ildpaavirkning i henholdsvis mindst  $\frac{3}{4}$ ,  $1\frac{1}{2}$  og  $2\frac{1}{2}$  Time<sup>1)</sup>.

De ovenfor omtalte Laboratorieforsøg viser, at Cementmørtel ikke er en ildfast Mørtel, men om dens Modstandsevne ved Ildsvaader giver de kun et daarligt Begreb.

En fuldstændig Gennemglødning i timevis, som Laboratorierne anvender, vil der sjældent være Tale om ved en almindelig Ildebrand, hvor Betonen er til Stede i store Dimensioner og kun paavirkes fra een Side; Overfladen kan blive beskadiget, men til det Indre naar Ilden ikke paa Grund af Mørtelens forholdsvis ringe Varmeledningsevne. Det er en Kendsgerning, bekræftet ved talrige Brandprøver og virkelige Ildebrande, at Betonens Brandsikkerhed langt overgaar Jærns, Stens og Træs. Man bruger endog Jærnbeton til brandsikre Døre<sup>2)</sup>.

Trapper af Granit og Kalksten styrter sammen efter en kortvarig Ildpaavirkning, medens Betontrapper staar sig langt bedre. Specielt frembyder Jærnbetonkonstruktioner baade som Trapper og Etageadskillelser en Sikkerhed ved Ildsvaader, der ikke overgaas af nogen anden Konstruktion<sup>3)</sup>.

Brandforsøg af Professor Gary i et dertil støbt Forsøgshus har vist, at selv ved en Temperatur af 1100° vil en Jærnbetonkonstruktion kunne bære sin Nyttelast og mer uden at styrte sammen<sup>4)</sup>.

En kun 8 cm tyk Væg eller Loftsplade vil som Regel være tilstrækkelig til at forhindre Ildens Udbredelse fra et Rum til et andet, man vil under Branden kunne færdes i Naborummene, og brændbare Stoffer der antændes ikke.

63. En omhyggelig **Armering** er af stor Betydning for Brandsikkerheden. Skal denne være saa stor som mulig, bør alle Jærnene kroges i Enden og

<sup>1)</sup> Se desangaaende f. Eks. *H. f. E.* 1913, VIII, S. 7.

<sup>2)</sup> Slige Døre er dog lovlig tunge og ikke altid modstandsdygtige overfor de mekaniske Paavirkninger fra voldsom Lukning.

<sup>3)</sup> Bedre end Granit- og Marmortrapper og ubeskyttede Jærntrapper er Trætrapper med velpudsede Undersider.

<sup>4)</sup> En stærk Beton viste sig bedre end en svag (*D. A. f. E.* Heft 11, S. 30). Beton af Kalkstensskærver viste sig bedre end Grusbeton; den ledede Varmen daarligere; og det Jærnet dækkende Betonlag sprang mindre let af.

ved Stødene overdække hinanden paa en Længde lig Forankringslængden (§ 42) ogsaa f. Eks. i Hjørnet mellem to Vægge. Armeringen af et saadant Hjørne bør udføres som Fig. 58 viser; mindre fuldkommen er Armeringen i Fig. 59.

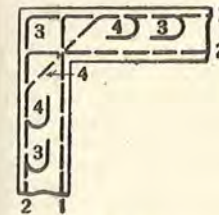


Fig. 58.

Angaaende **Brandmure** af Jærnbeton henvises til nedenstaaende Note<sup>1)</sup>.

64. Bygværkets Tilstand efter en Ilds-  
vaade afhænger naturligvis af Tempera-  
turens Højde og af Konstruktionens Karak-  
ter; i nogle Tilfælde har en fuldstændig  
Nybygning været nødvendig, i andre har  
man kun behøvet at forny Pudsen. Søjle-  
og Bjælkehjørner er meget tilbøjelige til  
at springe af, og undertiden følger hele

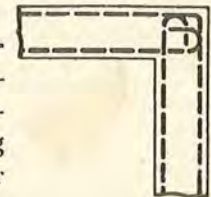


Fig. 59.

det dækkende Betonlag udenfor Jærnet efter, hvilket ogsaa gælder for Plader<sup>2)</sup>.

Af Betydning for Brandsikkerheden er Betonens Alder, idet ung Beton, der endnu indeholder meget ubundet Vand let kan revne og skalle som Følge af den stærke Dampdannelse. Brand under en Konstruktion, der endnu staar i Forskallingen, kan saaledes virke stærkt ødelæggende.

65. For at en Jærnbetonkonstruktion skal være brandsikker, maa der være mindst 1 cm Beton udenfor Jærnet; dertil kommer saa ofte et Pudslag. Fra visse Sider<sup>3)</sup> kræves en samlet Tykkelse af 2,5 cm for Plader og 5 cm for Bjælker og Søjler, paa hvilke Ilden jo virker fra henholdsvis 3 og 4 Sider, men hvor Brandfaren ikke er meget stor, er der næppe Grund til at gaa saa vidt. Ved Gary's ovenfor nævnte Forsøg viste det sig uden Betydning, om Dæklaget var  $\frac{1}{2}$  eller 2 cm tykt.

66. Konstruktionens **ydre Form** er ikke uden Indflydelse paa Brandsikkerheden; et plant Loft er at foretrække for et Bjælkeloft, en massiv Konstruktion for en spinkel.

Naar en Bygning er inddelt i mindre Rum, er det langt lettere at lokalisere Ilden, end naar alle Skillevægge mangler. En delvis Erstatning for Væggene kan faas ved Anbringelse af Jærnbetongardiner, lodrette Plader, der støbes sammen med Loftet og hænger 1 m ned under dette. Da det navnlig er oppe under Loftet, at Heden forplanter sig, vil slige Gardiner, anbragt i passende Afstande, hæmme Ildens Udbredelse.

I Bygninger, der skal være særlig brandsikre, bør man ikke have Slidlag af Træ paa Gulvene, navnlig er et Bræddegulv paa Strøer uheldigt, da der her er Luft under Brædderne; et Stavgulv lagt i Asfalt er bedre. I Rum, hvor der spildes brandfarlige Vædsker, er porøse Slidlag uheldige, da de opsuger Vædsken og afgiver brændbare Dampe under en Brand. Et fortræffeligt Belægningsmateriale er Linoleum, ogsaa fordi det er vandtæt og saaledes forhindrer Slukningsvand i at beskadige det underliggende Loft.

67. Hvad **Brandforsikrings**selskabernes Stilling til Jærnbetonen angaar skal eksempelvis nævnes, at *Dagmar* betaler 11 $\frac{0}{100}$  for Bygningen og 18 $\frac{0}{100}$  for

<sup>1)</sup> I Dansk Ingeniørforenings Husbygningsnormers Tilæg 1916, Stykke 3 foreskrives: Brandmure af Jærnbeton maa ikke være tyndere end 15 cm (foruden de mulige Pudslag) og skal krydsarmeres i begge Sider med mindst 7 Stk. 7 mm Rundjærn pr. m i begge Retninger i hvert Net. Maskevidden maa ikke forøges, selv om der bruges sværere Jærn, og Jærnmængden maa ikke forringes, selv om der bruges spinklere Jærn. Alle Jærn skal kroges i Enden og skal sammenbindes i alle Krydsningspunkter med Jærntraad.

<sup>2)</sup> Indlæggelse af et Traadvæv (Hønsenæt) saa nær Overfladen som muligt vilde sandsynligvis have en gavnlig Virkning (§ 71).

<sup>3)</sup> Se *H. f. E.* 1913, VIII, S. 15 og 21.

Inventaret, mens *Det nye Teater*, der er bygget af Jærnbeton, betaler 7% for Bygningen og 11% for Inventaret. Begge Teatre er forsikrede i *Landbygningernes Brandforsikring*.

For almindelige Beboelsesbygninger af Murværk med haardt Tag er Forsikringspræmien ca. 0,3% af Forsikringssummen uden Hensyn til, om Etageadskillelser og Tagkonstruktion er af Træ eller Jærnbeton<sup>1)</sup>. Den eneste Motivering. Forsikringsselskaberne giver af dette Forhold, er, at Præmien i Forvejen er saa lav, at den ikke kan nedsættes yderligere. For Fabriks-, Landbrugsbygninger m. m. eksisterer der ingen faste Regler, og man maa derfor forhandle sig til en rimelig Nedsættelse i hvert enkelt Tilfælde.

68. Til Opnaelse af en billig Forsikringspræmie er det ikke tilstrækkelig at bruge brandsikre Byggematerialer, man maa ogsaa sørge for en brandfri Adskillelse mellem stærkt og lidet brandfarlige Varer. En Fabriks Kraftanlæg regnes ikke for særlig brandfarligt, og Præmien er derfor kun ca. 2%, naar det ligger i egen Bygning eller brandsikkert adskilt fra Fabriken, mens den kan stige til over 1%, hvis Kraftanlægget anbringes i en Bygning, hvor det arbejdes med brandfarlige Varer. Paa lignende Maade kan Afstanden mellem to Bygninger faa stor Indflydelse paa Præmiens Størrelse. Ved Planlæggelse af Fabriksanlæg er det derfor klogt at tage Assurandørerne med paa Raad.

69. Assurancepræmien nedsættes, naar der indlægges **Brandalarmeringsapparat**. Saa-danne anbringes under Lofterne, og naar Temperaturen der stiger 30° over den normale, bringer de en elektrisk Klokke til at lyde<sup>2)</sup>.

En overordentlig stor Præmieforringelse opnaas ved Indbygning af de amerikanske **Sprinklers**, tynde Vandrør, der lægges under Loftet med ca. 2 m Afstand og for hver ca. 2 1/2 m bærer opadvendende Sprøjtere (*Sprinklers head*), der aabner sig, naar Temperaturen er blevet for høj, idet en Legering, der er brugt til Sammenlodning af en spændt Fjers Ender, da smelter<sup>3)</sup>.

## 5. Isolering af Jærnkonstruktioner.

70. Cementmørtelens relative Ildfasthed og ringe Varmeledningsevne har gjort den til et almindeligt anvendt Isoleringmateriale for Dragere og Søjler af Jærn. Genstanden omgives med et tyndt Jærn-Traadvæv, paa hvilket Mørtelen udkastes i et tyndere eller tykkere Lag.

Udsat for Ild kan Mørtelen blive mør og revne, men den vedbliver at isolere, fordi det sammenhængende Traadvæv hindrer den i at falde af, og de senere Aars Erfaringer gaar netop ud paa, at den Beskyttelse, en Isoleringsskappe yder under en Ildios, i mindre Grad er betinget af dens fuldkomne Ildfasthed end af dens fuldkomne Sammenhæng.

Den saakaldte **Asbestcement**, ren Cement blandet med Asbestfug, synes særlig egnet til at modstaa Ild, formentlig fordi de sprængende Sandkorn er erstattede af den sammentrykkelige Asbest. Et Pudslag af dette Materiale kan vel faa Revner i en stærk Ildebrand, men det skønnes ikke som almindelig Cementmørtel. Efter Branden er det at skære i som blød Kalksten eller haard Kit.

71. Paa Foranledning af Københavns Bygningskommission har Statsprøveanstalten gjort **Brandforsøg** med Stålsøjler, isolerede paa følgende Maade (Fig. 60)<sup>4)</sup>:

Rummet mellem Flangerne udfyldtes med Murværk i Blandingsmørtel; derpaa omvikledes Søjlen med 5 mm Rj. i en Skruelinie med 20 cm Stigning, og udenpaa Vindingerne anbragtes lodrette 7 mm Rj. med en indbyrdes Afstand af højst 6 cm, hvorefter det hele omgaves med et Hønsenæt og udkastedes med Mørtel af 1 Maal Cement til 3 Maal skarpt Grus i et 3 eller 4 cm tykt Lag; efter Anbringelsen af et nyt Hønsenæt paaførtes et 1 cm tykt Pudslag af samme Mørtel, saa at Mørtellagets totale Tykkelse blev 4 eller 5 cm. Resultatet var meget tilfredsstillende, forsaavidt som Temperaturstigningen foregik langsomt; efter 2 Timers Opvarmning fandtes:

Isoleringsmaade . . . . .	4 cm Mørtel	5 cm Mørtel	4 cm Luft + 4 cm Mørtel
Lufttemperaturen udenfor Søjlen . .	970	960	1010 C°
Jærnsøjlets Temperatur <sup>5)</sup> . . . . .	370	340	560 C°

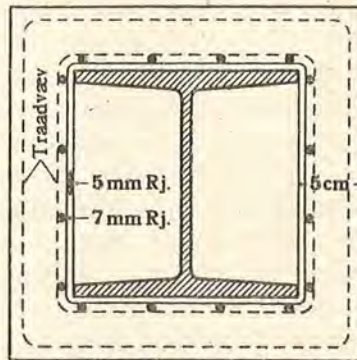


Fig. 60.

<sup>1)</sup> I København og paa Frederiksberg udgør Brandpræmien gerne ca. 3/4% af Bygnings-Brandforsikringsselskaberne skal afgive 5/13% af Forsikringssummen som Bidrag til Brandvæsenets Udgifter.

<sup>2)</sup> Afstanden mellem dem maa sædvanligvis ikke overstige 8 m, og hvis Loftsbjelkerne rager over 20 cm ned under Pladen, forlanger Assurandørerne gerne et Apparat i hvert andet eller tredje Loftsfelt.

<sup>3)</sup> Dette System har i U. S. A. vist sig overordentlig virksomt; i Følge en Statistik, der omfatter 12180 Brande i Bygninger med Sprøjteanlæg, virkede dette kun utilfredsstillende i 609 Tilfælde af 5%. Paa Grund af Frostfare maa der mange Steder anvendes det tørre System, hvor Rørene er fyldt med Luft, der først maa undvige, inden Vandet kan komme til, hvilket tager ca. 1/2 Minut. Dette System er mindre paalideligt end det vaade. Se T. F. T. (Af. f. J.) 1913, S. 9 og H. f. E. 1913, VIII, S. 41.

<sup>4)</sup> Se Ing. 1915, S. 571.

<sup>5)</sup> Maalt i det yderste Punkt af en Flange.

Naar Søjen ikke udmuredes, og Isoleringsskappen rykkedes 4 cm ud, blev Resultatet daarligere, saaledes som det sidste Tal viser<sup>1)</sup>. Udeladelsen af det ydre Hønsenæt viste sig uheldig, da Mørtelen i Beklædningens Hjørner da ødelagdes fuldstændig, saa Jærnsøjlen blottedes her. Naar det ydre Næt fandtes, var det kun Mørtelen udenfor, der smuldrede.

72. Samtidig undersøgte Virkningen af en Beklædning med Molersten, og den var langt større. Hvert andet Skifte saa ud som Fig. 61, hvert andet som Fig. 62; de formuredes i Moleresmørtel. Rummet mellem Søjlø og Beklædning fyldtes med Molerchamotte. Efter 2 Timers Opvarmning var Lufttemperaturen udenfor Søjlen 1000° og Jærnsøjlets Temperatur kun 90°. Tilsvarende fortræffelige Resultater fandtes for beklædte Jærnbjelkelag og Dragere, og en paafølgende Besprøjtning af de glødende Sten gjorde Ingen Skade.

At Molerstenene ikke falder ned, selv om de besprøjttes, er en meget værdifuld Egenskab, som lignende Fabrikater ikke altid er i Besiddelse af. De i Amerika brugte hule Teglsten er f. Eks. ikke til at stole paa. Solidt befæstede er de udmærkede, men det hænder ofte, at de løsner sig, enten paa Grund af Udførelsesfejl eller fordi de springer, naar der sprøjtes, og falder blot en enkelt Sten ned, bliver Jærnet glødende paa det blottede Sted, og saa nytter det ikke, at Resten er godt beskyttet.

73. Paa Grundlag af disse Forsøg har Københavns Bygningskommission under 13/6 1914 fastsat følgende for Isolation af bærende Jærnkonstruktioner:

Bærende Jærndeale skal forsynes med en mindst 5 cm tyk Beklædning enten af Monier udført som vist paa hosstaaende Tegning<sup>2)</sup> eller af Formsten af brændt Moler efter A S Frederiksholms Tegl- og Kalkværkers Modeller formuret i Moleresmørtel, i begge Tilfælde anbragt direkte paa Jærnet; eventuelle Hulrum mellem Beklædning og Jærn skal enten udmures, udstøbes med Beton eller — hvor Beklædning med Molersten anvendes — udfyldes med Molerchamotte. Beklædningen skal til enhver Tid fuldtud vedligeholdes.

Anden forsvarlig Indmuring eller Indstøbning af bærende Jærndeale kan anvendes enten alene eller i Forbindelse med en Beklædning som foranført under Forudsætning af, at Jærnet paa ethvert Punkt bliver forsvarligt beskyttet.

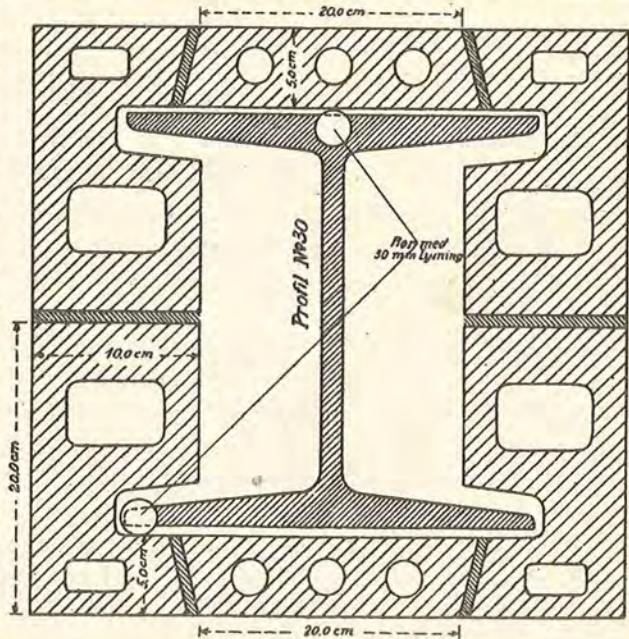


Fig. 61<sup>3)</sup>.

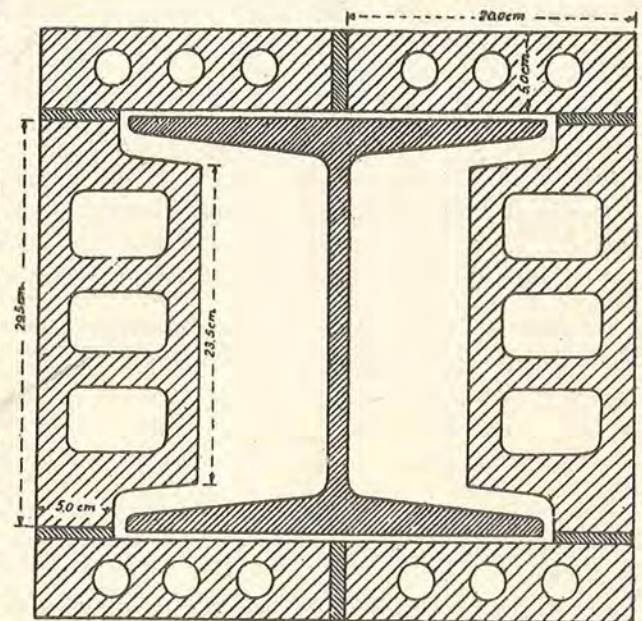


Fig. 62<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> Ved Forsøg i Hamburg med Jærnsøjler, der var beskyttede med et 4 cm tykt Mørtellag, som dels laa tæt paa Søjlen, dels med et meget lille Mellemrum og dels i 2-3 cm Afstand, viste det sig, at ved en Temperatur af 1300-1350° bevarede Søjlerne deres Bæreevne i henholdsvis 4, 4 1/4 og 5 1/4 Time.

<sup>2)</sup> Clichéerne er velvilligst udlånt af Statsprøveanstalten.

<sup>3)</sup> Denne Tegning svarer ganske til Fig. 60, kun er Traadvævet angivet at skulle være et 6 kantet Næt med 2,5 cm Masker.

Bygningskommissionen bestemmer i hvert enkelt Tilfælde, hvilke bærende Jærndeale der skal henføres under foranførte Bestemmelser; ganske i Almindelighed gælder disse dog for alle Dragere og Søjler.

## IV. JÆRNET OG DETS EGENSKABER.

### A. Blødt Staal.

74. Af de Jærnsorter, der kan være Tale om at anvende, nemlig Svejsejærn, blødt Staal og haardt Staal, foretrækkes i Reglen det bløde Staal. Det er nemlig stærkere end Svejsejærnet, og godt Staal er billigere end godt Svejsejærn.

Man bør derfor udtrykkelig forlange blødt Staal; bestiller man »Monierjærn«, risikerer man, at de smaa Dimensioner (5—9<sup>mm</sup>) leveres i belgisk Svejsejærn Nr. 2, der til Tider er billigere end det tyske, bløde Staal, men ogsaa langt daarligere. Tysk Svejsejærn er dyrere end tysk blødt Staal:

Det bløde Staals Elasticitetskoefficient er ca. 2 100 000<sup>at</sup>, Proportionalitetsgrænsen ligger ved ca. 2200, Flydegrænsen ved ca. 2800 og Brudgrænsen ved ca. 4000<sup>at</sup>). Forholdet mellem Flyde- og Brudgrænse er altsaa ca. 0,7<sup>2)</sup>.

75. Blødt Staal kan købes efter de **Leveringsbetingelser**, som findes i *Byggematerialer* 1911, § 275—277, idet man dog i Henhold til efterfølgende § 77 ikke bør foreskrive en øvre Brudgrænse<sup>3)</sup>. De vigtigste Fordringer er følgende:

Jærnet skal være fejlfrit Staal med en Trækstyrke af mindst 3700<sup>kg/cm<sup>2</sup></sup> og en Brudforlængelse af mindst 20 pCt. (paa Maalelængden  $11,3 \sqrt{F}$ , hvor  $F$  betyder Tværnsitsarealet); af Jærn tyndere end 7<sup>mm</sup> kræves dog kun en Brudforlængelse af 18 pCt. Det skal efter en Udglødning med paafølgende Neddypning i Vand af 28° C. kunne bøjes 180° om en Dorn, hvis Diameter er lig Prøvesfykkets Tykkelse, uden derved at faa Revner paa den strakte Side.

Det vilde være ønskeligt at faa garanteret en Minimumsværdi for Flydegrænsen, men Værkerne indlader sig ikke paa det<sup>4)</sup>.

Ved Jærnets Modtagelse bør i alt Fald Trækstyrken undersøges<sup>5)</sup>.

<sup>1)</sup> Dette er dog kun Gennemsnitstal, i Virkeligheden varierer disse Grænser med Jærnets Bearbejdelse  $\sigma$ : med Stangens Diameter. Ved nogle Forsøg af *Oswald Meyer (Baumaterialenkunde* 1905, Side 358) med Rundjærn af een og samme Charge Thomasstaal fandtes følgende Middelverdier:

Diam.	$FG^t$	$S^t$	$FG^t/S^t$	$\delta$
5 mm	3120	4270	0,73	31,9 %
10 -	2750	4120	0,67	31,9 -
15 -	2990	4150	0,72	33,0 -
20 -	2830	4030	0,70	34,2 -
25 -	2670	3930	0,68	34,1 -

For samme Staalstang kan Flydegrænsen godt afvige indtil 20 % af Middelværdien og for flere Stænger af samme Charge indtil 25 %. Brudgrænsen varierer mindre, nemlig henholdsvis 14 og 17 %.

<sup>2)</sup> For 5 mm Rj. kan Forholdet stige til 0,85. Disse Tal gælder for Leveringstilstanden; for tysk, blødt Staal i udglødet Tilstand findes gerne 0,65.

<sup>3)</sup> I Tyskland bruges nu de Leveringsbetingelser, som Foreningen af tyske Jærnværksfolk i 1911 har opstillet for Jærn til Byggebrug, men de afviger ikke væsentlig fra de nævnte. For Rundjærnets Tværmaal tillader de følgende Afvigelser:

+ 0,5 mm	for $d = 5$ til $d = 25$ mm,
+ 0,75 -	- $d > 25$ - $d = 50$ -
+ 1,0 -	- $d > 50$ - $d = 100$ -

<sup>4)</sup> I Hamburg forlanges  $S^t > 3800$  og  $FG^t = 2600$  à 3000<sup>at</sup>.

<sup>5)</sup> Naar Rundjærnets Diameter er  $d$  cm, skal Prøvestængernes Længde være  $12.d + 23$  cm.

76. Jærnet bruges overvejende i Form af **Rundjærn**, der kan faas i Længder indtil 18<sup>m</sup> eller mer<sup>1)</sup> og i Tykkelser paa et hvilket som helst Antal hele Millimeter. Som Regel bruges Tykkelser mellem 5 og 40<sup>mm</sup>

10 mm Rj. og mindre Dimensioner købes gerne bundtet. Længden er da 10<sup>m</sup> eller et mindre Antal hele Meter. De enkelte Jærn i Bundtet er dog af noget forskellig Længde; Tolerancen er + 25 cm, men som Regel er Variationer kun + 10 cm.

Det sværere Jærn leveres i løse Stykker.

Paa københavnske Lagere findes Jærnet i Længder paa 5, 6, 7, 8 og 10<sup>m</sup> (undtagelsesvis 12 og 14<sup>m</sup>) og i Tykkelserne 5<sup>2)</sup>, 6<sup>2)</sup>, 7, 8, 9, 10, 11<sup>3)</sup>, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 27, 30 og 32 mm.

Lagerjærn er imidlertid 3—4<sup>1/2</sup> Øre dyrere pr. kg end det Jærn, der bestilles direkte paa Værket, og denne Fremgangsmaade bruges derfor saavidt muligt; man kan da faa det sværere Rj. (14 mm og derover) leveret i et hvilket som helst Antal hele Centimeter (+ 5 cm) uden Overpris, medens der paa slige fikse Længder tagne fra Lager er en Overpris af 1 à 1<sup>1/2</sup> Øre pr. kg.

For tysk Jærn taget fra Værk med 6 Ugers Leveringstid var Prisen før Krigen 10—15 Øre pr. kg med en Overpris af 2<sup>1/2</sup> Øre for 11 mm og spinklere Dimensioner. Med 3 Ugers Leveringstid forøgedes Priserne med 1/2 Øre pr. kg.

Vægtsedlerne paa det leverede Jærn viser ofte en Overvægt af indtil ca. 5 % udover den teoretiske Vægt<sup>4)</sup>; dette skyldes hovedsagelig, at Jærnet leveres sværere end forlangt paa Grund af Valsernes Slid.

**Baandjærn** bruges mest i Dimensionerne 20·1<sup>1/2</sup>, 30·2 og 40·3<sup>mm</sup>. Det leveres i Bundter paa ca. 50<sup>kg</sup> og er af samme Materiale som Rundjærnet.

Til Sammenbinding af Jærnene under Montering bruges **Bindetraad** d. v. s. udglødet Jærntraad, hvis Ender sammensnoes med en Tang. Tykkelsen er 1, 2 eller 3<sup>mm</sup>.

### B. Haardt Staal.

77. Brugen af haardt Staal er ikke almindelig<sup>5)</sup>, men fordelagtig paa Grund af dets højere Flydegrænse. Dennes Indflydelse paa Glidespændingen er allerede nævnt i § 23, og i al Almindelighed kan det siges, at Jærnets Virkning i en Konstruktion er proportional med dets Flydegrænse. 45<sup>cm<sup>2</sup></sup> Jærn med Flydegrænse 3000 kan erstattes af 30<sup>cm<sup>2</sup></sup> Jærn med Flydegrænse 4500. Det haarde Staals ringere Sejghed behøver man ikke at være saa bange for, som naar det skal bruges i rene Jærnkonstruktioner, thi de Stød og Rystelser, en Jærnbetonkonstruktion faar, vil naa Jærnet i en meget afdæmpet Form paa Grund af Konstruktionens store Masse. Men ved Bøjning — hvad enten denne sker koldt eller varmt — maa det haarde Staal behandles med Varsomhed. Dets Pris er kun faa Øre over det blødes, men det er ikke gængs Handelsvare og maa bestilles særligt.

Haardheden maa i intet Tilfælde overdrives baade af Hensyn til Bearbejdelsen og af Hensyn til, at en Overbelastning ikke maa medføre et pludseligt Brud. Inden Bruddet bør der ske en tydelig Flydning, saa at Betonen faar Revner, der varskoer om Faren. Jærnets Brudforlængelse bør derfor mindst være 10 %.

78. Haardt Staal er som nævnt ikke gængs Handelsvare, og faste **Styrketal** kan derfor ikke opgives. Som Vejledning ved Fastsettelse af saadanne kan man gaa ud fra, at Trækstyrken bør stige med omtrent 200<sup>at</sup>, for hver 1 % Brudforlængelsen bliver mindre end 20 %; denne bør dog aldrig være mindre end 10 % og heller ikke mindre end, hvad der svarer til Normerne i det Land, hvor Jærnet er fremstillet. Prøvestængerne maa ikke være afdrejede, men skal have deres naturlige Overflade.

Flydegrænsen vil som Regel ligge ved 0,68 Gange Trækstyrken<sup>6)</sup>.

<sup>1)</sup> Til *Det ny Teater* blev der leveret Jærn, der var 18,5 m langt.

<sup>2)</sup> 5 og 6 mm Rj. fores som Regel kun i 5, 6, 7 og 8 m Længde.

<sup>3)</sup> For 11 mm Rj. og derunder er der undertiden Overpris.

<sup>4)</sup> Paa det svære Jærn (14—40 mm) til Etageadskillelser over 2. Sal paa Christiansborg var Overvægten ca. 3 %.

<sup>5)</sup> eller var det i alt Fald ikke inden Krigen, hvis Forbrug af blødt Staal imidlertid har ændret Forholdene nogle Steder, saaledes at der f. Eks. i Canada kun er haardt Staal tilovers til det civile Byggeri.

<sup>6)</sup> For 13 mm Rj. med  $S^t = 5130$ ,  $\delta_{8,94} = 28 \%$ ,  $\eta = 56 \%$  fandt *Satiger*  $FG^t = 3480 = 0,68 S^t$  (*Neue Versuche über den Schubwiderstand*). Se ogsaa § 57.

## C. Specialjærn.

79. Af de i § 56 omtalte Specialjærn forhandles kun **Knudejærnene** i Danmark. De fremstilles af haardt Staal<sup>1)</sup>, hvis Brud- og Flydegrænse ligger ca. 50% højere end det blødes (§ 57). Flydegrænsen er lidet udpræget, og Bruddet sker uden synlig Indsnøring. I øvrigt henvises til § 57.

Der garanteres  $S^t = 6000$  at,  $\delta_{11,3} = 10\%$ ,  $FG^t = 0,57 S^t$ , alt for ubearbejdede Stænger, hvilket bør skrives i Leveringsbetingelserne. For afdrejede Stænger garanteres  $\delta_{11,3} > 12,5\%$ . Da Tværsnittet ikke kan maales nøjagtigt, bør man opgive  $S^t$  og  $FG^t$  i kg for hele Tværsnittet. Mod Overpris leveres Jærnet med  $S^t = 7000$  at,  $\delta_{11,3} = 15 - 20\%$  og  $FG^t = \text{ca. } 3800$  at.

Det udvalses med følgende Sidelinier: 6,35, 8,47, 12, 16, 18, 20, 25 og 30 mm. Areal og Vægt (Tolerance:  $\pm 5\%$ ) er som for almindelig kvadratisk Jærn. Normallængden er 7,6 m, største Længde 18,3 m.

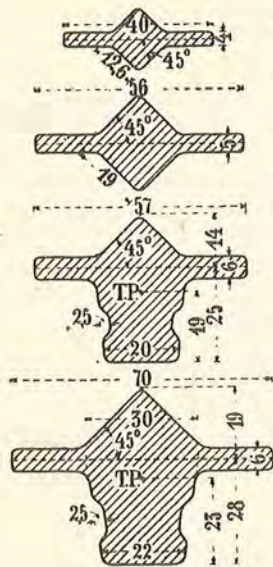


Fig. 63.

der er i fast Forbindelse med Armeringsjærnet paa et kort Stykke og derfor er langt virksommere end løse Bøjler, da de forhindrer en Glidning af Jærnet i Betonen. Se iøvrigt Ingeniøren 1910, S. 214.

Profil Nr.			
I	II	III	IV
Tværsnit i cm <sup>2</sup> :			
2,55	5,10	8,95	12,75
Vægt i kg,m:			
2,0	4,0	7,0	10,0

**Vortejærn** er Rundjærn, der er udvalset med smaa fremspringende Vorter, spredt over hele Overfladen. Det har samme Pris som almindeligt Rundjærn.

80. Til Specialjærnene maa ogsaa henregnes de **Jordahlske Forankringskinner** (Fig. 65), der samtidig danner Armering og tjener til Fastgørelse af Transmissioner og lign. De udvalses af Martinstaal i Længder paa 12—15 m og forsynes ved Indstøbningen med Baandjærnsbøjler. De kan indlægges baade i Bjælker og Søjler, og danner en Rille, hvori Bolte med rektangulært Hoved kan indføres. Foruden den viste Skinne, hvis Tværnsnitsareal er 6,5 cm<sup>2</sup>, fremstilles ogsaa en noget afvigende Form med Tværnsnitsareal 8,56 cm<sup>2</sup>. Lignende Skinner fremstilles ogsaa af Støbejern<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Undertiden udvalses Jærnene af gamle Jærnbanseskinner.  
<sup>2)</sup> Ing. 1914, S. 675; B. u. E. 1914, S. 47.

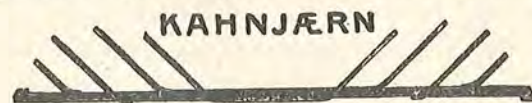


Fig. 64.

**Kahnjærn** leveres med de i Fig. 63 viste 4 Profiler. Materialet er haardt Staal med  $FG^t = 30 - 3500$  at,  $S^t = 45 - 5500$  at og  $\delta_{\min} = 20\%$ .

Ved Jærnets Ender bliver de flade Ribber skaarne delvis løse og højede op under 45° (Fig. 64), saa at de danner en Slags skraa Bøjler,

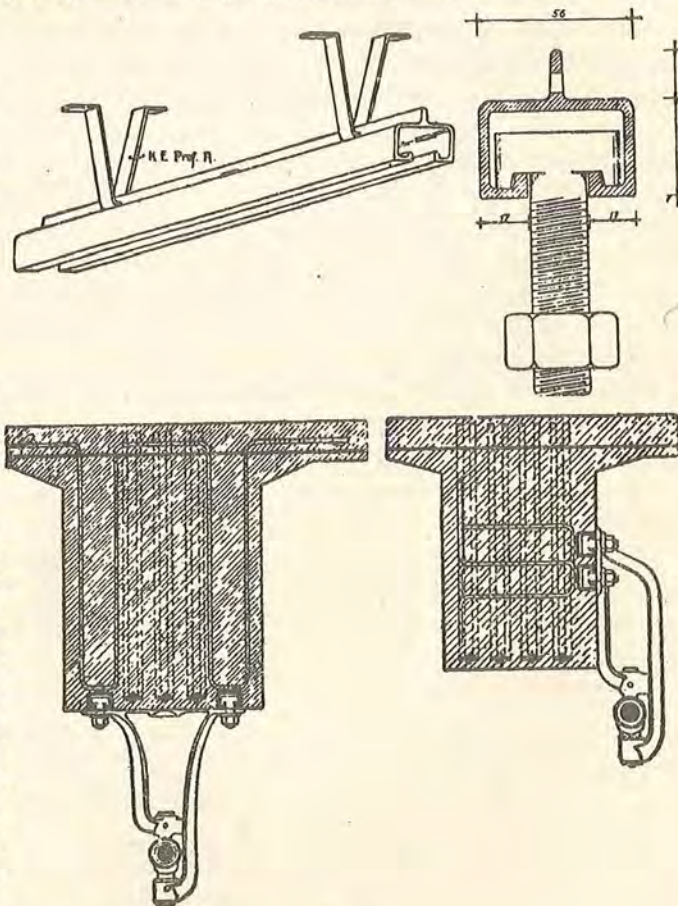


Fig. 65.

## V. BETONENS RAASTOFFER OG BLANDINGSFORHOLD.

### A. Cementen.

81. Cementen bør være Portlandcement af prima Kvalitet og mindst svare til de danske Cementnormer<sup>1)</sup>.

Den bør først og fremmest være **volumenbestandig**, og man bør derfor underkaste den le Chateliers Prøve og ikke bruge Cement, der udvider sig mere end 5 mm ved denne. Det har nemlig vist sig, at i Cement, der hærdner i Luften, vil Kalkhydratets Vand efterhaanden erstattes af Kulsyreanhydrid, hvorved visse Cementer smuldrer. Slige Cementer sikrer man sig imod ved at foreskrive en Kogeprove<sup>2)</sup>.

Dernæst bør Cementen være **langsomt størkende**; ved Sommerarbejder bør Størkningstiden ikke være under 6 Timer. Naar nemlig Størkningen foregaar langsomt, faar Luft og Vand Tid til at stige tilvejs, saa at de faste Dele lejrer sig tættere; det viser sig ved, at Betonen sætter sig, og synker sammen i Formen. Endvidere er det af Betydning, navnlig ved Støbning af tynde Etageadskillelser, at kunne gøre et større Areal færdigt, inden Størkningen begynder, da man ellers risikerer, at Rystelserne fra Stampningen forplanter sig hen til den Beton, der er i Færd med at størkne, og beskadiger denne.

Skønt de danske Cementers **Trykstyrke** kun undtagelsesvis er under 300 at og som Regel ligger oppe ved 400 at, holder det haardt at faa garanteret en større Styrke end Cementnormernes 200 at. Dette er beklageligt, thi den samvittighedsfulde Ingeniør maa fastsætte den tilladelige Spænding efter den garanterede Minimumstyrke og kommer derved til Konstruktioner, der er urimeligt svære i Forhold til den Styrke, som Cementen normalt har. Kan man faa den garanterede Styrke sat 50% op, vil man tilnærmelsesvis kunne spare 50% Beton og dermed en Mængde Forskalling og død Vægt, saa det er indlysende, at man staar sig ved at bruge en stærk Cement, selv om man skal betale en Overpris for den.

82. Man bør absolut lade Cementen **undersøge** inden Brugen, og desuden burde det gøres til en Pligt for den Arbejder, der passer Blandemaskinen, hver Morgen at kontrolere Cementen ved at udrøre en Haandfuld med Vand og udstøbe den paa en Glasplade, Jærnplade, Tallerken eller lignende; ved fra Tid til anden at stikke i den, kan man følge Størkningens Forløb, og i de paafølgende Dage vil en eventuel Tilbøjelighed til Udbulning vise sig; efter 3 Døgns Forløb kan man brække Kagen mellem Fingrene og derved danne sig et Begreb om Styrken.

Man kan ogsaa sikre sig mod daarlig Cement ved at **lagre** Cementen paa Arbejdspladsen og først tage den i Brug, naar Resultatet af de normerede Prøver foreligger. Men ved længere Tids Lagring i Sække om Vinteren bliver den let stenløben, med mindre man vender Sækkene hver 6. Uge.

<sup>1)</sup> I Tyskland bruges ogsaa Jærnportlandcement (Byggematerialer 1911, § 1178).

<sup>2)</sup> Fra tysk Side hævdes at Kogeproven er for streng, og at en Cement er fuldtud brugbar i Praksis, naar blot den har bestaaet Koldtandsprøven, men F. Schüle har fra 1893 til 1902 i Fortsættelse af *Tetmajers Arbejde* gemt Kager af alle de 2200 Portlandcementer, der i det paagældende Tidsløb har passeret hans Laboratorium, og af hvilke 9 ikke havde bestaaet Koldtandsprøven og 193 ikke Kogeproven, og det har derved vist sig, at af de 193 Kager, der var fremstillede af de tvivlsomme Cementer, var i 1908 67% stærkt beskadigede eller helt ødelagte som Følge af Udbulning (I. M.'s Kongres i New York 1913, XIV 3).

## B. Sandet.

83. Ved Sand forstaas her de Stenkorn, der kan passere et cirkulært Hul med 5<sup>mm</sup> Diameter. Jo grovere Sandet er, des større bliver Mørtelens Trykstyrke og des mindre svinder den. Sandet kan vanskeligt blive for groft, selv om Kornstørrelsen er ensartet<sup>1)</sup>. Vægtmængden af fine Korn (< ½<sup>mm</sup>) bør saavidt muligt være mindre end Vægtmængden af grove Korn (5—2<sup>mm</sup>), og af disse maa der helst være over 20 Vægtprocent<sup>2)</sup>.

84. I Praksis kan man som Regel ikke faa groft Sand uden at det indeholder en Del Smaasten op til 10—15<sup>mm</sup> Størrelse, og denne Vare, der benævnes **Betongrus**, leveres baade som Strandgrus, der er graablaat og hovedsagelig bestaar af Kvarts, og som Bakkegrus, der er rødligt og foruden Kvarts indeholder Feldspat, Kalk og noget Ler. Lerfrit Grus er det bedste, stærkt lerholdigt Grus bør ikke bruges<sup>3)</sup>.

Ved store Arbejder betaler det sig at ofre rigeligt af baade Tid og Penge paa Valg og **Kontrolering** af Sandet. Betonens **Pris** paavirkes ikke nævneværdigt, selv om Sandprisen fordobles<sup>4)</sup>.

## C. Stenene.

85. Stenene bør alle kunne passere en cirkulær Ring med 3<sup>cm</sup> Lysvidde, dels af Hensyn til Betonens Homogenitet og Plasticitet, dels for at Jærnene ikke skal virke som en Rist, der tilbageholder Stenene og lader Mørtelen gaa igennem. Om Størrelsen er ensartet eller uensartet er af underordnet Betydning (*Byggematerialer* 1911, § 1064).

Runde Sten, altsaa **Nøddesten** og **Ærtesten** eller en Blanding, er at foretrække for **Skærver**, da de giver en mere plastisk Beton, der let lader sig sammenstampe til en uhullet Masse. Navnlig Søstenene er fortræffelige, ganske rene og udelukkende bestaaende af Kvarts og lignende stærke og uporøse Stenarter. Sten fra Grusgrav er altid mer eller mindre forurenet af Sand og

<sup>1)</sup> I en fed Mørtel som i 1:2 vil Korn større end 5<sup>mm</sup> kun være at foretrække for mindre Korn, naar Vandtilsætningen er ringe (10%), og selv i dette Tilfælde vil Korn paa 2—5<sup>mm</sup> give omtrent den samme Trykstyrke, mens Korn paa 1—2<sup>mm</sup> virker langt daarligere. Til fed Mørtel er Kornstørrelsen 2—5<sup>mm</sup> derfor den bedste, kun naar Vandtilsætningen bliver meget stor (15%), er Kornstørrelsen 1—2<sup>mm</sup> lige saa god. Se E. Suenson: Kornstørrelsens Indflydelse paa Mørtelands Egenskaber, *Ingeniøren* 1913, S. 229.

<sup>2)</sup> De schweiziske Jærnbetonnormer (1909) kræver, at Sandet efter at have passeret en Sigte med 5<sup>mm</sup> Huller højst maa indeholde 10% Korn, der er mindre end ½<sup>mm</sup>; denne Regel udelukker imidlertid en Mængde fortræffelige Sandsorter uden at udelukke alle de daarlige. Se desangaaende E. Suenson: Strandsand som Mørtelmateriale, *Ingeniøren*, 1914, S. 573.

<sup>3)</sup> Ved en Slæmmeprøve bør Lerlagets Højde ikke overstige 6% af Sandlagets. Mens Ler, som bekendt, kan forøge magre Mørtlers Styrke ved at forringe Porositeten, gør det Skade i de fede Mørtler, der bruges til Jærnbeton. Ved Støbning af Jærnbetonkonstruktioner paa Christiansborg (plastisk Beton 1:2:3) med Kalvehodgrus, der ved en Slæmmeprøve viste sig stærkt lerholdigt, kom der gabende Svindrevner i Betonen et Par Timer efter Udstøbningen, men kun naar der brugtes Aalborg Cement; med Kongsdal Cement, der plejer at være grovere malet, var der intet nævneværdigt at bemærke. Denne Iagttagelse tyder paa, at Leret kan forøge Svindet, men i Følge Forholdenes Natur kan jeg ikke med Sikkerhed sige, om andre, mig ubekendte Faktorer, har spillet en Rolle. Overingeniør *Irminger* har gjort mig bekendt med en Del amerikanske Trækforsøg, der er refererede i F. Taylor & S. Thompson: A Treatise on Concrete 1906, og hvorefter en Lertilsætning forringer Trækstyrken af Mørtler 1:2, mens Styrken af Mørtler 1:3 forøges noget.

*Rohland* mener, at Cementens Kalk forener sig med Leret omend meget langsomt (*B. u. E.* 1912, S. 19).

Sand fremstillet ved Knusning af Sten (**Stenknus**) giver i Henhold til tyske Forsøg stor Trækstyrke og ringe Trykstyrke (*I. M.'s Kongresforhandlinger* 1912, Bd. II, S. 28).

<sup>4)</sup> I København kostede inden Krigen det almindelige Strandgrus 1,80 Kr/m<sup>3</sup> ved Bolværk, mens de grove Kvaliteter (Køgegrus) kostede 2,70; kun disse bør benyttes til Jærnbeton. Kørsel til den indre By kostede ca. 1,50 Kr/m<sup>3</sup>.

Ler og indeholder en Del Kalk. Skærver kræver mere Mørtel end runde Sten og omhyggeligere Stampning, men giver til Gengæld en stærkere Beton.

I **udendørs** Konstruktioner skal man vogte sig for porøse Kalk- og Sandsten, der, hvis de kommer til at ligge i Nærheden af Betonens Overflade, kan mætte sig med Vand og sprænges af Frosten. Det samme gælder i alle Tilfælde, naar der støbes med Frosten for Døren.

Hvis man tilstræber særlig **brandsikre** Konstruktioner, bør man undgaa Kalksten, da disse, udsat for Ilden, bliver til brændt Kalk, der ved Paasprøjtning af Vand læsker sig og sprænger Betonen<sup>1)</sup>.

Iøvrigt henvises til *Byggematerialer* 1911, § 1061—70, hvor ogsaa Brugen af **Slagger**<sup>2)</sup> er omtalt.

## D. Vandet.

86. Vandet skal være rent, se desangaaende *Byggematerialer* 1911, § 1080. **Havvand** bør som Regel undgaaes, da det indeholder hygroskopiske Salte, der holder Betonen fugtig og kan blomstre ud. Hvorvidt Havvandet i nogen væsentlig Grad befordrer Rustdannelsen faar staa hen (§ 14). I Ymuidens Havn har Jærnet holdt sig rustfrit i 10—12 Aar, endskønt Betonen laa under Vand og var tilberedt med Havvand.

**Vandmængden** skal være saa rigelig, at man faar en lind Beton, der let trænger ind i alle Hulrum og fuldstændig omgiver Jærnet. Navnlig er det vigtigt, at det underste Lag Beton, der omgiver Jærnet, er fuldstændig plastisk; i Oversiden af Plader og Bjælker og i Søjler bør man bruge en mindre vandrig Beton af Hensyn til dennes større Knusningsstyrke. Den fra Amerika kendte Brug af helt flydende Beton har der været Tale om at knæsætte i de tyske Normer, men Forsøg viste, at Styrken blev altfor ringe<sup>3)</sup>.

## E. Betonens Blandingsforhold.

87. Betonen skal ikke blot være stærk, men ogsaa saa tæt, at den beskytter Jærnet mod Rust. Man skal derfor være varsom med at bruge magrere Mørtel end 1 Maal Cement:2 Maal Sand, navnlig til udendørs Konstruktioner.

Ved Sand forstaas her som overalt i denne Bog Stenkorn, der kan passere et Sold med 5<sup>mm</sup> cirkulære Huller. Indeholder Sandet smaa Sten, skal disse ikke regnes med til Sandet. Dette er Tilfældet med det almindelige køben havnske **Betongrus** (Strandgrus eller Bakkegrus), for hvilket 1:2 à 1:3 vil være et passende Blandingsforhold efter Kvaliteten.

88. Betongrus alene bruges kun til meget spinkle Konstruktioner, under normale Forhold sættes ogsaa **Sten** til Betonen, som derved bliver baade billigere, stærkere og mindre svindende. Der maa dog altid være tilstrækkelig Mørtel til fuldstændig at omgive baade Jærn og Sten, og Sandmængden tages derfor som Regel mindst lig Halvdelen af Stenmængden og ofte større indtil 1:1, sandrigere Blandinger bruges sjældent.

I Almindelighed vil et Blandingsforhold af 1 Maal Sand til 1½ à 2 Maal Sten være passende; bruges Skærver, bør man holde sig til 1:1½.

<sup>1)</sup> Skærvebeton er muligvis mere brandsikker end Grusbeton (§ 62).

<sup>2)</sup> I Tyskland maa Slagger ikke bruges til Jærnbeton (*B. u. E.* 1908, S. 156). Efter min Mening vil man uden Fare kunne bruge gode Slagger til Husbygningskonstruktioner, der ikke kommer i Berøring med Vand; de aggressive Stoffer vil formentlig neutraliseres af det alkaliske Mørtelvand, og i alt Fald vil der i den tørre Beton næppe danne sig Rust.

<sup>3)</sup> *D. A. f. E.*, Heft 29.

Som gode Blandingsforhold kan saaledes anbefales 1 C : 2 S : 3 St à 1 C : 2 S : 4 St, alt efter Stenenes Hulrumsprocent. Udmaales Sandet i Form af Betongrus med Smaasten i, kan man ved en Sigteprøve bestemme Stenmængden og ændre Blandingsforholdet i Overensstemmelse med denne. Hvis man f. Eks. finder, at  $2\frac{1}{2}$  Maal Betongrus ved Sigtning deler sig i 2 Maal Sand og 0,8 Maal Sten, og man tilstræber Blandingsforholdet 1 Cement : 2 Sand : 4 Sten da skal man tage 1 Cement :  $2\frac{1}{2}$  Grus : 3,2 Sten. Paa Grund af de som Regel uundgaelige Variationer i Tilslagsstoffernes Kvalitet bør man dog altid være noget paa den sikre Side med Cementmængden og Mørtelmængden, og personlig holder jeg mig i de allerfleste Tilfælde til 1 Cement : 2 Grus : 3 Sten, idet jeg da er dækket overfor de hyppigst forekommende Variationer i Grusets og Stenenes Art.

Dette Blandingsforhold vil ikke blot give et let støbelig og tæt Beton, men ogsaa Styrken vil være tilstrækkelig til de allerfleste Anvendelser. Naar en særlig stor Styrke ønskes, kan det blive nødvendigt at forøge Cementmængden, mens Forholdet mellem Sand og Sten kan forblive uforandret, men det vil dog være rimeligt at forøge Stenmængden i samme Forhold som Mørtelmængden; til 1 : 2 : 3 svarer saaledes 1 :  $1\frac{1}{2}$  :  $2\frac{1}{2}$  som en stærkere, men nogenlunde lige saa mørtelrig Blanding. Det er navnlig til Pæle (§ 154) og Vandbygningsarbejder, at saa fede Blandinger bruges.

**89.** Undertiden opgives **Cementmængden** i kg pr.  $m^3$  **hærdnet Beton**, hvorved der er den Fordel, at man forud kan udregne det totale Cementforbrug uden Hensyn til Udbyttet. I Almindelighed anvendes 250—450  $kg$  Cement pr.  $m^3$  hærdnet Beton, hvor det kun er Styrkehensynet, der bestemmer Blandingsforholdet, er der derimod Tale om Arbejder ved Havet, gaas op til 5—600  $kg$ .

Til de ovenfor anbefalede Blandingsforhold svarer 350—400  $kg$  Cement pr.  $m^3$  hærdnet Beton, men denne Opgivelse bør ledsages af Forholdet mellem Sand og Sten, thi en Mørtel med dette Cementindhold er af langt ringere Kvalitet end en stenholdig Beton med samme Cementindhold. Dette fremgaar af Tabellen i *Byggematerialer* 1911, § 1115, der giver Styrke og Udbyttet for 12 forskellige Betonsorter.

**90.** **Jærnbetonens Vægt** regnes som Regel lig 2400  $kg/m^3$  uafhængig af Jærnmængde og Blandingsforhold.

Angaaende Betonens **Blanding** henvises til *Byggematerialer*. Som der nævnt (§ 1101) bør man altid tage en hel Sæk Cement i Arbejde ad Gangen<sup>1)</sup>, og Blandemaskinen bør derfor ikke være for lille.

**91.** I Amerika synes Blandingsforholdet 1 : 2 : 4 at være Standard; i Philadelphia forlanges det direkte af Byggepolitiet (*B. u. E.* 1908, S. 18). De schweiziske Normer (1909) foreskriver, at der til 0,8  $m^3$  Sten (5—30 mm) og 0,4  $m^3$  Sand (0—5 mm), hvilket sammenblandet giver ca. 1  $m^3$  Grus, skal sættes 300  $kg$  Cement. Dette svarer efter Maal til 1 : 1,81 : 3,63 eller 28 : 50 : 100. Efter 28 Døgn Lagring i fugtig Luft skal Styrken (16 cm Tærninger) mindst være 150 at, naar Betonen er udstøbt plastisk og 200 at, naar den er udstøbt jordfugtig. De schweiziske Statsbaner (1915) forlanger under alle Forhold  $S^c = 200$  at. I Østrig forlanges mindst 280  $kg$  Cement pr.  $m^3$  Stengrus, i Ungarn 300  $kg$  Cement pr.  $m^3$  Beton. I Hamburg kræves for 30 cm Tærninger  $S^c = 150$  at eller 28 Døgn, i England kræves (1907)  $S^c = 170$  at efter 28 Døgn.

<sup>1)</sup> Denne gode og simple Forholdsregel synes ogsaa at brede sig i Udlandet; se *Concrete and Constructional Engineering* 1917, S. 268 (Johnson). De tyske Bestemmelser for Jærnbeton (1915) forlanger ogsaa Cementen afvejet.

## VI. KONSTRUKTIONSELEMENTERNES BEREGNING OG UDFORMNING.

### A. Tilladelige Spændinger.

**92.** For Fastsættelsen af de tilladelige Spændinger er det af Betydning, at der nu haves et meget omfattende Forsøgsmateriale at bygge paa; de mest almindelige Konstruktionsformer er gennemprøvede saa grundigt som for intet andet Byggestof.

Jærnsplændingen kunde man med god Grund sætte højere end i nittede Jærnkonstruktioner, thi dels fordeles Kraften over mange spinkle Jærn, hvorved Fejl i et enkelt bliver af underordnet Betydning, dels er Rundjærn gærne af bedre Kvalitet end Profiljærn. Som Regel holder man sig dog til de for Jærnkonstruktioner tilladte Spændinger.

En vis Berettigelse har Bestræbelserne for at faa indført en større Sikkerhedskoefficient for den bevægelige Last end for Egenvægten, dels fordi den første som Regel kun er skønnet, dels fordi en Spænding, hvis Størrelse varierer, muligvis er farligere end en Spænding, hvis Størrelse er konstant. De danske Normer tager Hensyn hertil for Jærnets Vedkommende<sup>1)</sup>.

Er Konstruktionen udsat for **Stød og Rystelser**, dimensioneres den undertiden for en noget større Last end den virkelige. F. Eks. forlanger de schweiziske Statsbaner (1915), at Plader og Bjælker (haade i Huse og Broer), der bærer Maskiner, eller paa hvilke der køres og hvis Spændvidde,  $L$ , er mindre end 15 m, skal dimensioneres for en bevægelig Last, der er  $2(15 - L)\%$  større end den virkelige. Se ogsaa § 95.

**93. Jærnet.** For det almindelige bløde Staal sætter de danske Normer den tilladelige Trækspænding til 1200 at, naar Forholdet mellem den hvilende og bevægelige Last,  $\frac{g}{p}$ , er større end eller lig med 0,565; er  $\frac{g}{p}$  mindre, sættes

$$s_j = \frac{\frac{g}{p} + 1}{\frac{g}{p} + 4} \cdot 3500, \text{ saaledes at dens mindste Værdi, svarende til } \frac{g}{p} = 0, \text{ bliver } s_j = 875^{\text{at}}.$$

I tidligere Tid regnede man ofte med 1000 at uden Hensyn til den bevægelige Lasts Størrelse.

Man bør ikke følge ovennævnte Regel ud i dens yderste Konsekvenser og lade Spændingen variere fra Bjælke til Bjælke i samme Konstruktion, men man kan bruge den til at fastsætte en passende tilladelig Spænding for hele Konstruktionen eller i alt Fald for større Dele af den under eet.

Hvis der garanteres en Minimumsværdi  $FG$  af Flydegrænsen, kan den ovenfor angivne tilladelige Spænding multipliceres med  $FG : 2700$ .

Den tilladelige Forskydningsspænding sættes til  $t_j = 0,8 s_j$ .

**94. Betonen.** De tilladelige Spændinger bestemmes ved Forsøg med 28 Døgn gamle Prøvelegemer. Da Betonens Styrke vokser med Alderen, vil ogsaa Sikkerhedsgraden vokse, forsaavidt denne ikke afhænger af Jærnet.

<sup>1)</sup> Faber & Bowie foreslaar at ændre de for konstant Spænding gældende Paaavirkninger  $s_b$  og  $s_j$  til  $\frac{1}{6}s_b$  og  $s_j$ , naar Spændingen skifter mellem 0 og  $s$ , og til  $\frac{1}{2}s_b$  og  $\frac{1}{6}s_j$ , naar den skifter mellem  $+s$  og  $-s$ ; det sidste har f. Ex. Betydning for Silovægge (*Reinforced Concrete Design*, S. 22). De Varighedsforsøg, der er udført med skiftende Belastninger, strider mod hverandre; i nogle Tilfælde har man fundet, at Bjelkerens Brudbelastning aftog indtil 50%, i andre Tilfælde har der ingen Virkning været (*B. u. E.* 1908, S. 65; 1909, S. 84).

Trykstyrken kan bestemmes ved Hjælp af Tærninger eller ved Hjælp af stærkt armerede Bjælker (§ 248), idet man regner sig til den største Trykspænding i Brudøjeblikket. Tærningestyrken  $S^c$  og Bjælkestyrken  $S^{bc}$  er af Grunde, som omtales i § 229, ikke lige store, man kan regne  $S^{bc} = 1,25 S^c$ .

Den tilladelige Trykspænding,  $s_b$ , kan ved centralt Tryk sættes lig  $\frac{1}{5} S^c$ , ved Bøjning lig  $\frac{1}{5} S^{bc}$ . Den tilladelige Forskydnings- og Adhæensionsspænding,  $t_b$  og  $t_{bj}$ , kan sættes til  $\frac{1}{10}$  af den ved Bøjning tilladte Trykspænding<sup>1)</sup>. I efterfølgende Tabel er opført tre forskellige Betonsorter, sammen med de Styrketal, man kan vente, de vil give, og de Spændinger, man kan byde dem under Forudsætning af, at disse Styrketal virkelig naas:

Blandingsforhold	1 : 1 $\frac{1}{2}$ : 2 $\frac{1}{2}$	1 : 2 : 3	1 : 2 $\frac{1}{2}$ : 3 $\frac{3}{4}$ <sup>2)</sup>
Tærningestyrke $S^c$	250	200	160
Bjælkestyrke $S^{bc}$	300	250	200
$s_b$ ved centralt Tryk	50	40	32
$s_b$ « Bøjning	60	50	40
$t_b$ og $t_{bj}$	6	5	4

95. De danske Normer (1913) gaar ud fra  $S^{bc}$ , som dog aldrig maa føres i Regning med en større Værdi end 300 at. Ved centralt Tryk er den tilladte Spænding  $s_b = \frac{1}{5} S^{bc}$ , altsaa højst 43 at, eller, hvis Tærningeforsøg foreligger,  $s_b = \frac{1}{5} S^c$ , dog højst 50 at. Ved Bøjning sættes  $s_b = \frac{1}{5} S^{bc}$ , altsaa højst 60 at, ved Forskydning  $t_b = \frac{1}{10} S^{bc}$ , dog højst 6 at. Adhæensionsspændingen sættes lig Forskydningspændingen.

Af disse Bestemmelser følger en noget lavere Værdi af  $s_b$  ved centralt Tryk, naar der ikke foreligger Tærningeforsøg, end den i Tabellen opførte, nemlig 43, 36 og 29 at, medens  $t_b$  og  $t_{bj}$  for de to magre Betonsorter bliver 6 og 5 at.

De tyske Bestemmelser (1915) kræver  $S^c = 150$  og 180 at henholdsvis efter 28 og 45 Døgn Hærdning og tillader følgende Beton- og Jærnsplændinger ved Bøjning:

40 og 1200 i alm. Bygninger (ogsaa Fabriker) med overvejende hvilende Last;  
35 og 1000 i Plader tyndere end 10 cm og i Bygningsdele, der umiddelbart paavirkes af Stød og Rystelser fra Maskiner o. s. v., Hovedtrapper, Dansesale, Fabriker o. s. v.;  
35 og 900 i de Dele af Vejbroer, der umiddelbart paavirkes af Rystelser fra Lastvogne og Damptrømler, i andre meget stærkt (f. Eks. af tunge Maskiner) rystede Bygværker og Gennemkørsler;  
40 og 1000 i de øvrige Dele af Vejbroer;  
30 og 750 i Jærnbanebroer med mindst 30 cm tykt Ballastlag. Hvis Broen befæres med Hovedbane-Lokomotiver, skal Bjælkerne gores saa brede, at Betonens Tækkspænding ikke overstiger 24 at ( $n = 15$ ).

Af Beton til Søjler kræves  $S^c = 180$  og 210 at henholdsvis efter 28 og 45 Døgn, og den tilladelige Paavirkning er 35 at i Bygninger og 30 at i Broer.

## B. Trykkede Bygningsdele.

### 1. Uarmeret Betons Forhold overfor Tryk.

#### a. Betonens Trykstyrke.

96. Hvorledes Trykstyrken varierer med Cementmængden, Vandmængden og Lagringsmaaden fremgaar af følgende Forsøg med 30 cm Tærninger, af hvilke Halvdelen hærdnede i Luften, Halvdelen under vaade Sække. Den »ret tørre« og den »ret vaade« Konsistens danner Ydergrænserne for de Konsistenser, der normalt bruges til Jærnbetonarbejder<sup>3)</sup>.

Blfh.	Lagringsmaade	ret tør	Konsistens ret vaad	flydende
1 : 3 : 4	fugtig	133	113	97
	tør		107	93
1 : 2 : 3	fugtig	235	173	154
	tør		185	154
1 : 1 $\frac{1}{2}$ : 2	fugtig	272	231	193
	tør		253	203

<sup>1)</sup> Der er da regnet med en større Sikkerhedskoefficient for Forskydnings- end for Adhæensionsspændingen, hvilket motiveres ved den førstes Afhængighed af Trækstyrken (§ 358).

<sup>2)</sup> eller 1 : 2 : 4. <sup>3)</sup> Forsøgene er udført af Bach og Graf (se Ing. 1912, S. 509).

Styrken vokser stærkt med Cementmængden; kender man en given Betons Styrke, kan man regne at faa den dobbelte Styrke, naar man fordobler Cementmængden; se ogsaa § 28—29. Styrken aftager stærkt med voksende Vandmængde: se ogsaa § 27. Den magre Beton bliver stærkest ved fugtig Lagring, ved tør Lagring bevirker dens Porøsitet en for hurtig Udtørring. De fede Betonsorter bliver stærkest ved tør Lagring, naar de prøves efter 28 Døgn; i det lange Løb vil ogsaa de blive stærkest ved fugtig Lagring. De foranstaaende Forsøg er udført med 30 cm Tærninger. I Danmark bruges hyppigst 20 cm Tærninger, der giver væsentlig højere Værdier<sup>1)</sup>.

Alderens Indflydelse paa Mørtels Styrke er omtalt i § 31.

Iøvrigt henvises til *Byggematerialer* 1911, § 1144—51.

97. I et højt Prisme, der er støbt staaende, aftager Betonens Kvalitet fra neden opefter, dels fordi Stampningen af de øvre Lag ogsaa paavirker de nedre, men navnlig fordi disse komprimeres af den overliggende Betons Vægt, saaledes at Vandet presses ud, og Betonens Tæthed stiger. Ved Trykforsøg med Betonsøjler brydes disse derfor næsten altid i den Ende, der har vendt opad ved Støbningen.

Ved at udtage Prøver af et 4 m højt Prisme dels foroven, dels 1 m dybere og dels forneden, fandt man en Trykstyrke af henholdsvis 198, 254 og 294 at<sup>2)</sup>.

98. Naar et Betonprisme knuses (Fig. 66), sker Bruddet som en Forskydning enten langs en enkelt Flade (Fig. 67) eller langs flere Flader under Dannelse af de kendte Trykpyramider (Fig. 68). Er Prismets Tværnsnitareal  $F$ , bliver

Arealet af den skraa Flade:  $\frac{F}{\sin v}$ , og den forskydende Spænding pr. Arealeenhed af denne Flade:

$$\tau = \frac{P}{F} \cdot \cos v \sin v = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{F} \cdot \sin 2v,$$

der bliver Maksimum for  $v = 45^\circ$ . Bruddet sker imidlertid under en mindre Vinkel, hvilket man forklarer ved at antage, at Forskydningsstyrken vokser med det Normaltryk, som

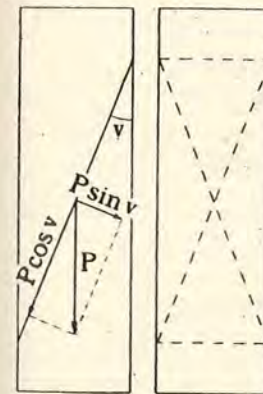


Fig. 67.

Fig. 68.

presser de to Flader sammen. Normalspændingen i Snittet er  $\sigma = \frac{P}{F} \sin^2 v$ , altsaa aftagende med  $v$ , og Bruddet sker derfor under en Vinkel, ved hvilken  $\tau$  ikke har sin Maksimalværdi, men hvor til Gengæld Fladerne er mindre belastede, end de er for  $v = 45^\circ$ . Som Regel er Dobbeltpyramidens Højde 2—3 Gange Prismets Side-linie,  $\operatorname{tg} v$  altsaa  $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ ; i de saaledes bestemte Planer maa derfor Forskydningsmodstanden være mindst, og naar Prøvelegemets Højde, som ved Tærningeforsøg, er saa ringe, at de naturlige Brudflader ikke kan danne sig, finder man følgende en for stor Styrke.

Man skelner derfor mellem Tærningestyrke og Primestyrke: Styrken af et Prisme, hvis Længde

<sup>1)</sup> Se *Byggematerialer* 1911, § 1137. Bach og Graf fandt Forholdet 1,2. For 45 Døgn gamle Tærninger, lagrede 29 Døgn under vaade Sække og derpaa tørt, fandt Scheit og Probst Forholdet 1,16 (*Untersuchungen an durchlaufenden Eisenbetonkonstruktionen*, S. 14).

<sup>2)</sup> Forsøgene er franske, men gengivne efter Mörsch: *Der Eisenbetonbau*, 1912, S. 110.

<sup>3)</sup> Mörsch: *Der Eisenbetonbau* 1912, S. 123.



overskrider Dobbeltpyramidens, uden at der er Fare for Søjlevirkning. Prismestyrken er 0,8 Gange Tærningestyrken.

Af Forsøg til Bestemmelse af Forholdet mellem Prisme- og Tærningestyrken skal følgende anføres. Naar Tærningestyrken sættes lig 100, fandtes Styrken af Prismer, hvis Sidelinie  $b$  var lig Tærningens, mens Højden  $h$  var forskellig, at variere som følger:

$h : b$	0,5	1	1,5	2	3	3,7	4	4,3	4,5	5	8	8,3	9,1	12	13,7
Schüle <sup>1)</sup> { 1' Række	193	100	67	64	54	58				80	69				
{ 2' "		100		83	79	76									
{ 3' "		100								82			81		88
Bach <sup>2)</sup> { 1' "		100				89									
{ 2' "		100								64					
{ 3' "		100								74					
Bach <sup>3)</sup>	138	100	93	85							84			82	
Rudeloff <sup>4)</sup>		100					84								

For  $h = 3,3$  à  $6,7b$  fandt Rudeloff, at Styrken var 75–80% af Tærningestyrken (D. A. f. E. Heft 21, S. 94). Ved meget vaad Støbning fandt Saliger, at Tærninge- og Prismestyrken var ens (Versuche über die Tragkraft von Säulen aus Gussbeton, Wien 1915).

### b. Betonens Trykelasticitet.

99. Betonens Elasticitetskoefficient er lige saa variabel som dens Styrke, og selv for en bestemt Beton i en bestemt Tilstand er den ikke konstant, men aftagende med voksende Spænding, idet Sammentrykningen vokser hurtigere end Spændingen, d. v. s. Arbejdslinien er krum.

Man har forsøgt at udtrykke Arbejdsliniens Form ved Ligningen:

$$\epsilon = \alpha \cdot \sigma^m \quad (5)$$

den saakaldte Bach-Schüleske Potensligning. Denne kan for ikke altfor store Spændinger bringes i nær Overensstemmelse med de af Bach fundne Arbejdslinier, saafremt man lader Konstanterne  $\alpha$  og  $m$  variere fra Forsøg til Forsøg.

Til praktiske Beregninger er Potensligningen for kompliceret. Et mere bekvemt Udtryk for den variable Elasticitetskoefficient er følgende af W. Ritter angivne:

$$E = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = 1000 (S^c - \sigma), \quad (6)$$

hvor  $S^c$  er Trykstyrken og  $\sigma$  den øjeblikkelige Spænding<sup>5)</sup>. Til  $\sigma = 0$  svarer  $E = 1000 S^c$ , til  $\sigma = S^c$  svarer  $E = 0$ .

100. Arbejdslinien er som nævnt en Kurve, hvis Krumning vokser med Spændingen, og i Brudøjeblikket er dens Tangent utvivlsomt vandret ( $\frac{d\sigma}{d\epsilon} = 0$ ). Man faar derfor et godt Overblik over Forholdene ved at gaa ud fra, at Arbejdslinien er en anden Grads Parabel med lodret Akse (Fig. 69), og at Knusningen sker, naar Spænding og Sammentrykning pr. Længdeenhed har naaet de til Parabelens Toppunkt svarende Værdier  $\sigma_{Brud}$  og  $\epsilon_{Brud}$ .

Naar man kender Betonens Prismestyrke og Forkortelsen i Brudøjeblikket, er den paraboliske Arbejdslinie altsaa bestemt.

Naar Elasticitetskoefficienten defineres ved  $E_b = \frac{\sigma}{\epsilon}$  (i Modsætning til  $E = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$ ), vil dens Begyndelsesværdi være lig tangens af Vinklen  $aod$ , og dens Værdi i Brudøjeblikket være lig tangens af Vinklen  $cod$ , altsaa halv saa stor, idet man for Parabelen har

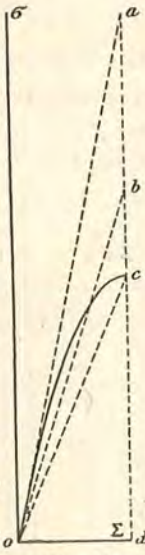


Fig. 69.

<sup>1)</sup> Mitt. der eidgen. Materialprüfungsanstalt, Heft 13. <sup>2)</sup> Mitt. ü. Forschungsarbeiten, Heft 29 og 45–47. <sup>3)</sup> B. u. E. 1914, S. 140. <sup>4)</sup> D. A. f. E. Heft 28, S. 48.

<sup>5)</sup> Den tilsvarende Ligning for Arbejdslinien bliver:  $\sigma = S^c (1 - e^{-1000\epsilon})$ , hvor  $e$  er Basis for de naturlige Logarithmer, altsaa lig 2,71828. Ligningen er opstillet til Brug ved Søjlers Beregning og stemmer saa godt med de variable Forsøgsresultater, som man med Rimelighed kan forlange (Schweizerische Bauzeitung 1899).

$ac = cd$ . Dersom man nu vil udlede en Middelværdi af  $E_b$  til Brug ved praktiske Beregninger, altsaa vil erstatte den paraboliske Arbejdslinie med en ret, ligger det nær at vælge Linien  $ob$ , der er bestemt saaledes, at Arealet af Trekant  $obd$  er lig Parabelens Areal ( $\frac{1}{2} bd = \frac{2}{3} cd$ , altsaa  $bd = \frac{4}{3} cd = \frac{2}{3} ad$ )<sup>1)</sup>. Middelværdien af  $E_b$  bliver da lig  $\frac{2}{3}$  af Begyndelsesværdien.

101. Parabelens Ligning bliver:

$$\epsilon = \epsilon_{Brud} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_{Brud}}} \right) \text{ eller } \sigma = 2 \frac{\sigma_{Brud}}{\epsilon_{Brud}} \epsilon \cdot \left( 1 - \frac{\epsilon}{2\epsilon_{Brud}} \right) \quad (7) (8)$$

$\epsilon_{Brud}$  kan sættes lig  $\frac{1}{500} \sigma$ : 2 mm pr. m<sup>2</sup>), altsaa:

$$\epsilon = \frac{1}{500} \sigma \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_{Brud}}} \right) \text{ eller } \sigma = 1000 \sigma_{Brud} \cdot \epsilon \cdot (1 - 250\epsilon). \quad (9) (10)$$

Af (9) findes:

$$E_b = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{500 \sigma}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_{Brud}}}}$$

og Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetskoefficienter:

$$n = \frac{E_j}{E_b} = \frac{E_j}{500 \sigma} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_{Brud}}} \right)$$

Til  $\sigma = 0$  svarer (se Fig. 69):

$$E_b = \frac{2 \sigma_{Brud}}{\epsilon_{Brud}} = \frac{2 \sigma_{Brud}}{500} = 1000 \sigma_{Brud}, \quad (11)$$

altsaa samme Værdi som Ritters (6). For en Beton, hvis Prismestyrke er 210<sup>at</sup>, vil  $E_b$  derfor aftage fra 210 000 ( $n = 10$ ) ved  $\sigma = 0$  til 105 000 ( $n = 20$ ) ved Brud, mens den Middelværdi, det ovenfor blev anbefalet at regne med, bliver  $\frac{2}{3} \cdot 210 000 = 140 000$  ( $n = 15$ ).

For Beton af anden Styrke faas følgende sammenhørende Værdier:

$\sigma_{Brud}$ (Prismestyrke)	= 315	210	158 <sup>at</sup>
Begyndelsesværdi af $E_b$	= 315 000	210 000	158 000 <sup>at</sup>
Middelværdi	$n = 6,7$	10	13,3
	$n = 210 000$	140 000	105 000 <sup>at</sup>
	$n = 10$	15	20

102. Ingen af de nævnte Kurver er simpel nok til Brug i Praxis; der regner man med Hookes Lov:

$$\sigma = E \cdot \epsilon,$$

altsaa med samme Elasticitetskoefficient for smaa og store Spændinger, og man tager heller ikke Hensyn til, at  $E$  er større for stærk Beton end for svag. I de fleste Landes Jærnbeton-Normer er der fastsat en konstant Værdi for Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetskoefficienter:

$$n = \frac{E_j}{E_b} \quad (12)$$

I Danmark regnes med  $n = 15$ , altsaa  $E_b = \frac{2 100 000}{15} = 140 000$ <sup>at 3)</sup>.

Ved Brudforsøg med Jærnbeton-Bjælker har denne Værdi vist sig i tilfredsstillende Overensstemmelse med de foretagne Elasticitetsmaalinger undtagen ved Begyndelsen og Slutningen af Forsøget.

Gaar vi ud fra den paraboliske Arbejdslinie (Fig. 69), svarer Middelværdien  $E_b = 140 000$  ( $n = 15$ ) til Begyndelsesværdien  $E_b = \frac{2}{3} \cdot 210 000 = 140 000$  ( $n = 10$ ),

<sup>1)</sup> Man opnaar derved (se § 231), at den neutrale Akses Beliggenhed i en bøjet Bjælke i Brudøjeblikket findes at være den samme, som hvis man regner med den paraboliske Arbejdslinie.

<sup>2)</sup> Bach og Graf har ved forskellige Forsøg fundet 2,2–2,3 mm (Mitt. ü. Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 166–69, S. 60. Considère angiver dog som Middeltal kun 0,7–1 mm (Ing. 1903, S. 301), undtagelsesvis 1,5 mm (Le béton fretté, S. 64).

<sup>3)</sup> Ligesaa i Tyskland, Østrig og England; i Schweiz regnes  $n = 20$  (ved Bøjning), i Frankrig  $n = 10$ . For gammel, stærk Beton kan den sande Værdi af  $n$  gaa ned til 3,8.

og denne Værdi bør man derfor bruge, saafremt man vil beregne de virkelige Deformationer, som en Konstruktion undergaar ved de smaa Spændinger, som tillades i Praksis.

## 2. Søjler.

### a. Centralt paavirkede Søjler.

#### α. Søjlers Form og Armering.

##### Søjlekroppen.

103. Fig. 70 viser en Jærnbefonsøjle i dens almindeligste Form. Tvær-snittet er gerne kvadratisk, da det saa har samme Inertimoment i to Retninger. Skal den ene Dimension indskrænkes, bruges et rektangulært Tværnsnit, men det er mindre økonomisk (ved centralt Tryk), da man skal indføre dets mindste Inertimoment i Søjleformlen. Seks-kantede, ottekantede og runde<sup>1)</sup> Tværnsnit bruges som Regel kun i Forbindelse med Bevikling (§ 136). Søjlers Hjørner maa helst brydes, thi skarpe Betonkanter har ringe Modstandsevne og beskadiges nemt ved Stød og Ildsvaade (§ 64); ved Støbning i tør, ru Træforskalling kan de endog rives af kort efter Størkningen, idet den udbulnende Forskalling fører dem med sig som Følge af Vedhængningen.

104. Længdearmeringen bestaar af Rundjærn, og naar Tvær-snittet er kvadratisk og ikke for svært, indlægges kun 4 Jærn, eet i hvert Hjørne, da de der gør lige stor Nytte i begge Bøjningsretninger. Afstanden mellem Jærnene bør ikke overstige 35 cm, og i svære Søjler indlægges derfor flere Jærn (Fig. 77). Naar Søjlen fortsætter sig gennem flere Etager, stødes Jærnene ved Etageadskillelserne, idet den nedre Søjles Jærn forkrøppes og føres saa højt op over Gulvet, at Adhæsionsspændingen langs den øvre Søjles Jærn ikke overstiger det tilladelige (Fig. 70)<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Om Beregning af Søjler med cirkulært Tværnsnit se *B. u. E.* 1914, S. 38.

<sup>2)</sup> Fordelen ved denne Fremgangsmaade er, at Gulvet kan støbes færdig, inden den øvre Søjles Jærn anbringes; hvis dette Hensyn ikke gjorde sig gældende, vilde det være naturligt at føre den tynde Søjles Jærn ned i den tykke Søjle. Man kan ogsaa støde stumpt ved Gulvets Overflade og dække Stødet med løse, paabundne Jærn, men det er næppe saa godt, og der bruges mere Jærn. Man har ogsaa stød Jærnene stumpt og omgivet Stødet med et Stykke Gasrør (Fig. 71), men det kan ikke anbefales, med mindre man skrueskærer Jærnenes Ender og Rørets Indre.

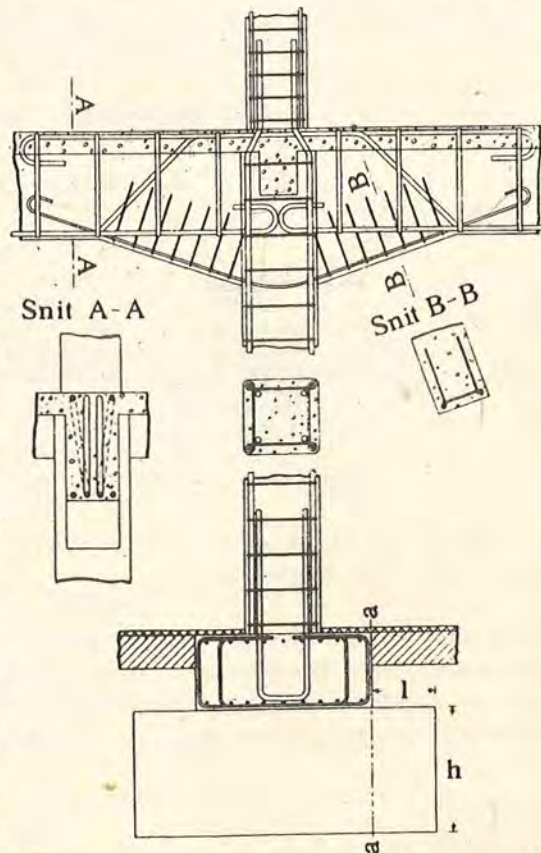


Fig. 70.



Fig. 71.

105. Jærnene forbindes indbyrdes ved en Tværarmering, der skal hindre, at de under store Tryk sprænger Betonen og bøjer sig ud. De kan enten forbindes to og to ved Hjælp af Bøjler (Fig. 72—73), dannede af 5 mm eller bedre 7 mm Rj., men et gennemgaaende 7 mm<sup>1)</sup> Søjlebaand som Fig. 74—75 er langt at foretrække, da der derved opstaar et stift Jærnskelet; navnlig gælder dette Slyngbaandet (Fig. 75), der tillige letter en smuk Støbning, da der er Plads til Betonens Sten udenfor; Ringbaandet (Fig. 74) vil ofte virke som en Rist, der hindrer Stenenes Nedsyknning, saa der opstaar porøse Steder i Overfladen under hvert Baand.

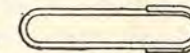


Fig. 72.

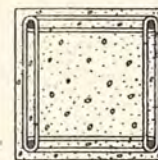


Fig. 73.

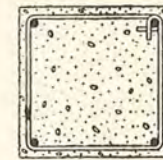


Fig. 74.

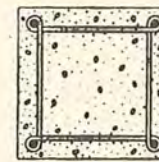


Fig. 75.

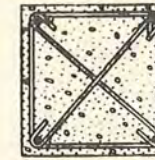


Fig. 76.

Jærnskelettets Stivhed kan yderligere forøges ved Indlæggelse af Diagonalbøjler (Fig. 76). Brugen af Slyngbaand ses paa Fig. 38 og 449; af Ringbaand paa Fig. 48. Er der flere Jærn i Søjlen, kan Mellemjærnene forbindes som

Fig. 77 viser eller Fig. 78, hvor to forskellige Tværbøjler er vist.

Da Slyngbaandene skydes ind paa Længdejærnene, kan disses eventuelle Kroge først fremstilles bagefter, hvilket volder Besvær, naar der er mange og svære Jærn; i slige Tilfælde er man henvist til Brugen af Ringbaand.

For at holde Ringbaandene paa Plads under Støbningen maa man alle

Steder fastbinde dem til Længdejærnene med 2 mm Jærntraad, hvilket ikke er nødvendigt, naar man bruger Slyngbaand, der passer stramt. For at undgaa Rustdannelse maa man paase, at Bindetraadens Ender ikke kommer for nær ved Overfladen.

Den lodrette Afstand mellem Baandene eller Bøjlegrupperne vælges gerne som et Multiplum af 5 cm og skal være mindre end Søjles mindste Sidelinie; den maa ikke overstige 15 d (Længdejærnets Diameter)<sup>2)</sup> og heller ikke 35 cm.

Tilslutningen mellem Søjle og Drager sker oftest paa den Maade, at Søjlen fortsættes op til Pladens Underside, saa den omslutter Drageren (Fig. 70). Undertiden forstærkes denne med et Par Konsoller, der skal formindske Spændingerne fra det negative Moment over Søjlen.

##### Søjlefoden.

106. Overgangen fra Søjle til Fundament sker gennem en Søjlefod (Fig. 70), der hyppigst støbes, inden Søjleforskallingen er opstillet. I Søjlefoden indstøbes da lodrette Jærn svarende til Søjles og ragende Forankringslængden

<sup>1)</sup> 5 mm Rj. faar let Knæk under Jærnskelettets Transport og bør derfor ikke bruges, med mindre Længdejærnet er saa spinkelt (under 14 mm), at en tæt Omslyngning vanskeligt lader sig udføre med sværere Baand.

<sup>2)</sup> eller 60 Gange mindste Inertiradius for andre Profiler. De tyske Bestemmelser (1915) har 12 d i Stedet for 15 d.

(§ 33) op i denne. Fodens Højde vil ofte være mindre end Forankringslængden, og det maa derfor anbefales at forene Jærnene to og to i en U-formet Bøjle, hvorved de samtidig bliver lettere at styre<sup>1)</sup>. Først Søjlejærnene helt til Bunds uden at stødes, kan man bøde paa en for kort Indstøbningslængde ved at kroge dem.

Er Søjlelasten  $P$  og den tilladelige Paavirkning for Fundamentet  $s_b$ <sup>2)</sup> (se Husbygningsnormerne § 12), bliver Søjlefodens Areal  $\frac{P}{s_b}$  cm<sup>2</sup>, idet Trykket regnes jævnt fordelt. Den formes som en kvadratisk Plade og armeres i Underfladen parallelt med bægge Siderne. Pladens Tykkelse og Jærnlæg bestemmes dels af det bøjende Moment og den forskydende Kraft i Snit  $a-b$  (Fig. 79) (desuden maa den vandrette Forskydningsspænding undersøges), dels af den forskydende Kraft, med hvilken Søjlen søger at lokke sig igennem Fodpladen. Det naturligeste viide være at regne med Gennemlokning langs Søjlsens fire Sideflader, men Forsøg af Talbot<sup>2)</sup>

har vist, at det er tilstrækkeligt at undersøge de fire Flader  $x-x$  (Fig. 80). I hver af disse virker der en forskydende Kraft  $\frac{1}{4} P \cdot \frac{l^2 - (a + 2c)^2}{l^2}$ , af hvilken man, som det senere vil blive vist, finder den største Forskydningsspænding ved Division med  $m(a + 2c)$ , hvor  $m$  er Afstanden mellem Tværnittets Træk- og Trykcentrum.

Til Fodpladens Armering bør man bruge spinkelt Jærn med Kroge eller forøret som Fig. 70 viser.

Hvis Søjlefoden støbes samtidig med Søjlen, maa den have en øvre Forskalling, der kan hindre Betonen i at presse sig op. Den øvre Forskalling kan anbringes efter at Foden er støbt, men vil man undgåa denne Standsning, er Formen Fig. 79 uheldig, da den vanskeliggør en god Støbning af Fodens yderste og øverste Del. Formerne Fig. 81—82 er da at foretrække, men kun da, thi de kan slet ikke fremstilles uden øvre Forskalling.

Hvis Søjlefoden staar under et Betongulv, behøver man ikke at sænke den dybere, end at Gulvets Pudslag kan føres hen over den (Fig. 70).

Et gennemregnet Eksempel findes i § 427—28.

107. Hvis man tvinges til at gøre Søjlefoden **eensidig**, kommer der et bøjende Moment i Søjlen, og Armeringen bør da udføres som Fig. 84 viser.

<sup>1)</sup> I Stedet for denne Ordning bruger andre at lægge et Stykke Fladjærn under de opadgaende Jærn for at fordele Trykket fra disse. Slet ingen Foranstaltninger at træffe, naar Forankringslængden er for ringe, er inkonsekvent. At banke Jærnene ned efter Støbningen eller stikke dem ned i udsparede Huller er ikke godt.

<sup>2)</sup> Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings (University of Illinois, Engineering Experiment Station Bulletin No. 67). Fodpladerne hvilede paa en Samling kraftige Skruefjere, saa Trykket var meget nær jævnt fordelt.

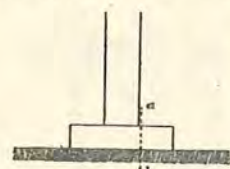


Fig. 79.

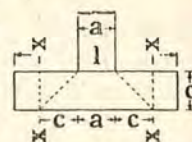


Fig. 80.

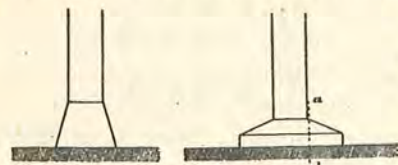


Fig. 81.

Fig. 82.

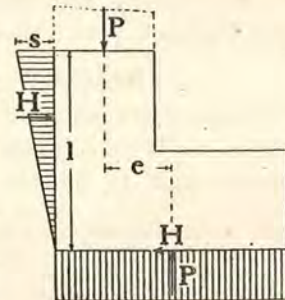


Fig. 83.

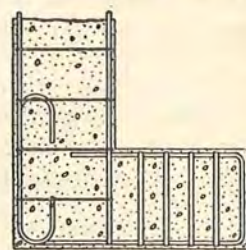


Fig. 84.

Er der en modstandsdygtig Mur bag Søjlen, vil den kunne give et Modtryk, der mer eller mindre hurtigt bringer Momentet til at forsvinde. Man kan da regne Søjlen overskaaret i Højden  $l$  (Fig. 83) og den øvre Del staaende løst paa det vinkelformede Stykke. Højden  $l$  bestemmes af de almindelige Ligevægtsbetingelser, idet man kender den tilladelige Trykspænding  $s$  for Murværket, og Vinklen kan derefter uden Vanskelighed dimensioneres. Man har:

$$P \cdot e = H \cdot \frac{2}{3} l \quad \text{og} \quad H = \frac{1}{2} l \cdot s \cdot b, \quad \text{hvoraf} \quad l = \sqrt{\frac{3Pe}{sb}}$$

Kan man intet Sidetryk faa, og kan Søjlen ikke optage det bøjende Moment, kan man undertiden stille den paa en underjordisk Bjælke, der føres hen til Nabsøjlen og beregnes for at bære Søjlen paa en overragende Ende (Fig. 85).



Fig. 85.

### Fundamentet.

108. Fundamentet støbes gerne af en mager Beton, f. Eks. 1 : 4 : 7. Grundfladens Størrelse bestemmes af det tilladelige Tryk paa Grunden (se Husbygningsnormerne § 11), og den formes bedst saaledes, at Fremspringet  $l$  er ens til alle Sider (Fig. 70). Af Hensyn til Bøjningsspændingen i Snit  $a-a$  bør  $h$  vokse med aftagende Betonkvalitet; den vælges gerne mellem Værdierne  $l$  og  $2l$ . Fundamentet kan godt støbes direkte mod Jorden, hvis denne kan staa med lodrette Flader, og Bæreevnen kan da paa en billig Maade forøges ved at forme det efter Fig. 86.



Fig. 86.

Staar Søjlen centralt paa Fundamentet, bliver Trykket paa Grunden  $\sigma = \frac{P}{ab}$ , naar  $ab$  er Fundamentets Grundflade. Staar Søjlen  $e$ <sup>cm</sup> ekscentrisk, bliver største og mindste Tryk:

$$\text{Saafremt } e \leq \frac{a}{6} \text{ (Fig. 87):} \quad \sigma = \frac{P}{ab} \left( 1 \pm \frac{6e}{a} \right)$$

$$\text{» } e > \frac{a}{6} \text{ (Fig. 88):} \quad \sigma = \frac{\frac{2}{3} P}{b \left( \frac{a}{2} - e \right)}$$

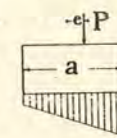


Fig. 87.

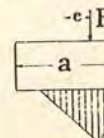


Fig. 88.

Bliver Kanttrykket for stort, kan man eventuelt centralisere Søjls Tryk ved de i Fig. 83—85 viste Fremgangsmaader.

Vil man, f. Eks. af Hensyn til højtstaaende Grundvand, indskrænke Udgravningsdybden til et Minimum, kan Jærnbetonfodpladen gøres saa stor, at den kan stilles direkte paa Grunden; dog bør man altid først udstøbe et 5—10 cm tykt Lag Grovbeton, thi uden en saadan jævn og fast Flade kan Jærnbetonarbejdet ikke udføres forsvarligt (§ 161).

Gaar Fundamentet ned under Grundvandet, maa det udgravede Hul lænses for Vand, umiddelbart inden Betonstøbningen begynder, men under selve Støbningen bør man som Regel ikke pumpe, da det til Pumpehullet strømmende Vand let skyller Cementen med sig. At Vandet langsomt stiger op gennem den nystøbte Beton gør mindre Skade.

### β. Spændingsbestemmelse.

109. Ved Beregning af trykkede Bygningsdele forudsættes, som altid i den tekniske Elasticitetslære, at Tværnittene forbliver plane, altsaa at Jærnet sammentrykkes lige saa stærkt som Betonen (Fig. 89). Hvis Jærnets Elasticitetskoef-

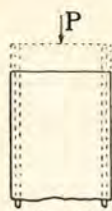


Fig. 89.

ficient er  $n$  Gange Betonens, bliver Jærnspeændingen derfor  $n$  Gange Betonspeændingen. Et Legeme med Betontværsnit  $F_b$  og Jærntværsnit  $f$  vil følgelig forholde sig som et uarmeret Betonlegeme med Tværsnit:

$$F = F_b + nf, \quad (13)$$

og bærer det en Last  $P^{kg}$ , bliver Betonspeændingen:

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + nf} \quad (14)$$

medens Jærnspeændingen bliver  $n$  Gange saa stor<sup>1)</sup>. Indføres

$$f = \frac{\varphi}{100} F_b \text{ i (13) faas: } F = \left(1 + \frac{n\varphi}{100}\right) F_b. \quad (15)$$

Som Regel sættes  $n = 15$ , men det er en Værdi, som nærmest passer i Brudøjeblikket; for de tilladelige Spændinger og et godt Stykke højere passer  $n = 10$  bedre<sup>2)</sup>.

Ved Bedømmelsen af de sande Spændinger maa det erindres, at Jærnet er sammentrykket som Følge af Betonens Svind<sup>3)</sup>. Ved gentagne Belastninger og Aflastninger forøges denne Trykspænding paa Grund af Betonens blivende Sammentrykning.

110. I Forbindelse med det tænkte Betontværsnit i Formel (13) skal man regne med Betonens Elasticitetskoefficient. Regner vi derimod med det geometriske Areal bliver et armeret Prismes Elasticitetskoefficient:  $E = \frac{F_b E_b + f E_j}{F_b} = E_b + \frac{f}{F_b} E_j$ , naar vi begaar den sædvanlige Tilnærmelse at regne  $F_b$  lig det geometriske Areal uden at fradrage  $f$ . Indføres Jærnprocenten  $\varphi = \frac{100f}{F_b}$ , faas:  $E = E_b + \frac{\varphi}{100} E_j = E_b \left(1 + \frac{n\varphi}{100}\right)$ . Med  $n = 15$  og  $\varphi = 1$  findes:  $E = 1,15 E_b$ .

Der er her ikke taget Hensyn til, at en stærk Tværarmering forøger  $E$  (se f. Eks. Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 98).

### γ. Armeringens Virkning.

#### Tværudvidelse.

111. God Beton vil, naar den sammentrykkes, udvide sig forholdsvis stærkt i Tværetningen, mens daarlig, porøs Beton forholder sig som Kork og kun udvider sig svagt, idet Deformationerne kan foregaa i dens Porer. Indlæggelsen af Søjlebaand forringer Tværudvidelsen noget.

Kaldes Forholdet mellem Længdeforkortelse og Tværudvidelse, begge Dele pr. Længdeenhed, for  $m$  (det Poisson'ske Tal), fandtes for uarmeret Beton  $m = 6-8$  og ved Armering med mange Søjlebaand  $m = 7-12$  (D. A. f. E., Heft 21, S. 18). For Søjler af en daarlig Beton armeret med 0,9% Længdejærn fandtes  $m = \text{ca. } 6,5$ ; for en bedre Beton var  $m$  langt mindre, helt ned til 1,5 (D. A. f. E., Heft 5, S. 46).

For uarmeret Beton fandt Kleinloget  $m = 8$  ved  $\sigma_b = 40$  at og  $m = 5$  ved  $\sigma_b = 100$  at; i Nærheden af Brudspændingen synker  $m$  formentlig til 3 à 2; for beviklet Beton fandt han  $m = 8$  saavel ved 40 som ved 100 at (B. u. E. 1912, S. 150).

#### Armeringens Indflydelse paa Styrke og Sejghed.

112. I en armeret Søjle vil Længdejærnene ikke blot formindske Betonens Trykspænding, men de vil ogsaa, sammen med Tværarmeringen, forøge dens Styrke, idet de holder sammen paa den og modvirker den Tværudvidelse, der betinger Knusningen. Den Betonskive, der ligger mellem to Søjlebaand, er til

<sup>1)</sup> Ved Benyttelsen af denne Formel begaar man som Regel den Unøjagtighed i Stedet for  $F_b$  at indføre Søjlets fulde, geometriske Areal  $F_b + f$ . Er Søjlen kvadratisk med Sidelinie  $a$ , sætter man altsaa  $F = a^2 + nf$ , medens man burde sætte  $F = a^2 - f + nf = a^2 + (n-1)f$ . I Virkeligheden forudsætter man derfor, at Jærnets Elasticitetskoefficient er  $n+1$  Gange Betonens. Nogle Forfattere indfører dog i Formlen  $n-1$  i Stedet for  $n$ , men Spørgsmaalet har kun formel Betydning, da man ikke kender  $n$  med en Nøjagtighed af 1.

<sup>2)</sup> Forsøg af Bach og Graf viser, at naar Betonen er god og Spændingerne smaa, haves ikke  $n = 15$ , men  $n = 9$  (Mitt. ü. F., Heft 166-69, S. 47). I de schweiziske Normer (1909) regnes med  $n = 10$  for trykket Jærn.

<sup>3)</sup> Ved Vandhærdning er Forholdet omvendt, derfor faar armerede Prismer undertiden ringere Styrke ved Vandhærdning end ved Lufthærdning (Mitt. 12 aus Wien, S. 12; Søjlerne manglede Tværarmering), mens uarmerede Prismer bliver stærkest ved Vandhærdning.

en vis Grad under samme Forhold som en Tærning, der prøves i en Presse; Søjlebaandene erstatter Friktionen fra Trykpladerne og sikrer saaledes Tærningestyrken.

En uarmeret Betonsøjle brydes pludselig, den armerede Betonsøjle er sejgere, og det ydre Betonlag viser Revner og Afskallinger, inden det endelige Brud sker; jo rigeligere Tværarmeringen er, des højere ligger Brudlasten over den Last, ved hvilken Ødelæggelsen begynder. Det er denne Sejghed, i Forbindelse med den ovenfor nævnte Styrkeforøgelse, der motiverer de langt højere Spændinger, der tillades i en armeret end i en uarmeret Søjle, selv om Betonen er den samme.

#### Længdearmeringens Virkning.

113. I Fig. 90 er Jærnets og Betonens Trykarbejdslinier indtegnet i samme Maalestok. Jærnets er kun tegnet indtil Flydegrænsen, Betonens er tegnet indtil Brud (210 at) og forudsat parabolisk. Paa Figuren kan direkte aflæses Spændingerne i et armeret Prisme, hvis Sammentrykning pr. Længdeenhed er  $\epsilon$ , nemlig  $\sigma_b = ab$  og  $\sigma_j = ac$ . Endvidere haves:

$$n = \frac{E_j}{E_b} = \frac{\frac{ac}{\epsilon}}{\frac{ab}{\epsilon}} = \frac{ac}{ab}, \quad (16)$$

og man vil se, at  $n$  er voksende indtil Jærnets Flydegrænse og derpaa aftagende, samt at Jærnets Flydegrænse naaes tidligere end Betonens Brudgrænse. Saalænge Jærnet flyder, forbliver Jærnspeændingen konstant, og yderligere Sammentrykning vil derfor kun forøge  $\sigma_b$ , som tilsidst naar sin Brudværdi, ved hvilken Søjlen knuses. Et armeret Prismes Brudlast bliver altsaa:

$$P = S^c \cdot F_b + FG^c \cdot f, \quad (17)$$

hvor  $S^c$  er Betonens Prismestyrke,  $FG^c$  Jærnets Flydegrænse.

Rigtigheden af (17) er godtgjort ved forskellige Forsøg<sup>1)</sup>, dog skal man indføre en ret lav Værdi for Flydegrænsen, nemlig 2400 at<sup>2)</sup>.

114. Endvidere er det en Forudsætning, at der er et fornødent Antal Søjlebaand til at fastholde Jærnet, og at dettes Areal,  $f$ , ikke oversiger 2% af  $F_b$ ; ved stærkere Armering faar man ikke den Nytte af Jærnet, som (17) lover<sup>3)</sup>.

Mens man altsaa i Formel (14) bør indføre  $n = \text{ca. } 10$  for smaa Spændinger, skal man i Brudøjeblikket indføre  $n = FG^c : S^c$ . Som Regel vil denne Værdi være lavere end 15, men man plejer at regne  $n = 15$ .

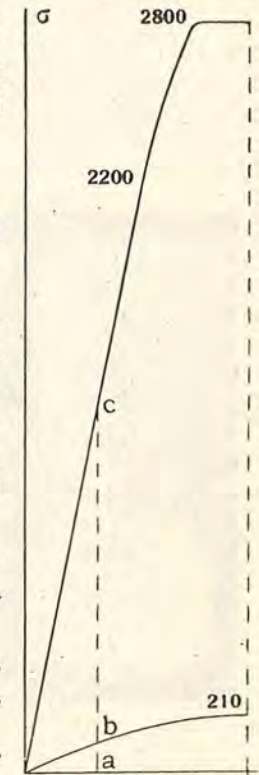


Fig. 90.

<sup>1)</sup> Deriblandt Bach og Grafs Forsøg med ekscentrisk paavirkede Søjler (Mitt. ü. F., Heft 166-69, S. 123).

<sup>2)</sup> Som Regel findes denne Værdi, se f. Ex. Witheys Forsøg (B. u. E. 1912, S. 228). Rudeloff fandt 2600 at (D. A. f. E., Heft 21, S. 91). Grunden til den lave Værdi er formentlig de store Trykspændinger i Jærnet hidrørende fra Betonens Svind; i Henhold til Considères Maalinger udgør de 500-1000 at (Ing. 1903, S. 301). Thullie fandt 27-3600 at (B. u. E. 1906, S. 306), men Armeringen bestod af 4 og 5 mm Rj., saa Flydegrænsen har ligget højt.

<sup>3)</sup> Se Bachs Forsøg i Mitt. ü. F., Heft 29.

### Tværarmeringens Virkning.

115. Længdejærn uden Søjlebaand forøger ikke Betonens Styrke, men formindsker den snarere<sup>1)</sup>.

Tætliggende Søjlebaand uden Længdejærn forøger heller ikke Styrken, men gør den hyppigt lidt mindre, fordi der ved den vaade Betons Sammensynkning opstaar Hulheder under Baandene; derimod forøges Seigheden stærkt<sup>2)</sup>.

Styrkeforøgelsen fremkommer kun ved den kombinerede Anvendelse af Længde- og Tværarmering, men naar blot Længdearmeringen findes, er det iøvrigt Tværarmeringen, der er den virksomste. Virkningen af 1<sup>kg</sup> Bøjler har ved Forsøg været omtrent dobbelt saa stor som Virkningen af 1<sup>kg</sup> Længdejærn, saa man bør ikke spare paa Bøjlerne.

Bach fandt følgende relative Værdier af den totale Brudlast for kvadratiske Søjler med et Jærn i hvert Hjørne, naar alle Faktorer, undtagen Bøjleafstanden, var ens:

Bøjleafstand:	$\begin{cases} 1 \\ 16.7 \end{cases}$	$\begin{cases} 1 \\ 8.4 \end{cases}$	$\begin{cases} 1/2 \\ 4.2 \end{cases}$	Gange-Søjlels Sidelinie -- Jærndiameteren
Relativ Styrke:	100	105	122	

Ved disse Forsøg laa Bøjlerne langs Tværsnittets Periferi paa sædvanlig Maade.

116. Fig. 91—92 viser Brududseendet af Jærnbetonprismer dels armerede med almindelige Søjlebaand, dels tæt beviklede med 7<sup>mm</sup> Rj.<sup>3)</sup>

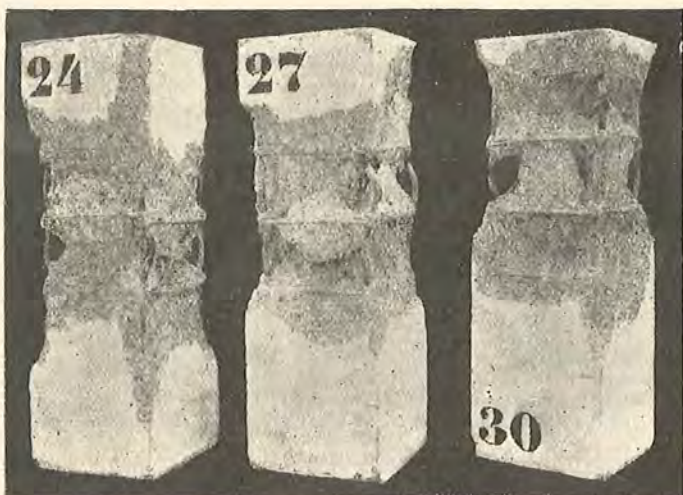


Fig. 91. Knuste Prismer med almindelige Søjlebaand.



Fig. 92. Knust Prisme med Bevikling.

Da Bruddet sker under Dannelse af den sædvanlige Dobbeltpyramide, maa man formode, at Diagonalbøjler og Midterbøjler (Fig. 76—78), der forøger Forskydningsstyrken, vil hæmme Pyramidedannelsen og saaledes virke forstærkende, selv om de ikke er nødvendige til Fastholdelse af Jærnet. Naar der kun er perifere Bøjler, kan Pyramiderne uhindret danne sig indenfor disse<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> 12 Mitt. a. d. mech.-techn. Laboratorium der k. k. techn. Hochschule in Wien, S. 12.

<sup>2)</sup> Se Fig. 24 i D. A. f. E., Heft 34, S. 15; samme Sted Side 25 findes Billeder af Hulheder.

<sup>3)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 124 og 128.

<sup>4)</sup> Man bør derfor være skeptisk overfor nogle tyske Forsøg (D. A. f. E., Heft 5), ved hvilke Indlægning af Diagonalbøjler (foruden de perifere) ikke forøgede Brudbelastningen, men hvor denne Ophobning af Bøjler i samme Tværsnit endog fremskyndede Dannelsen af Tværrivner. Muligvis har Støbehulheder under Bøjlerne Skylden. Senere Forsøg (Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 113) med Bøjler efter Fig. 73, 74, 76 og 93 med 15<sup>cm</sup> Mellemrum viste, at Brudlastens Forøgelse udover hvad Beton og Længdejærn kunde optage, varierede som følger:

117. Tværarmeringens Virkning sammenlignes ofte med Virkningen af en tænkt Længdearmering, hvis Volumen er lig Tværarmeringens. Kaldes Arealet af denne tænkte Længdearmering  $f'$ , kan man i Henhold til amerikanske Forsøg og i Analogi med (17), sætte Søjlels Brudlast til:

$$P = S^c \cdot F_b + FG^c \cdot f + FG^t \cdot f', \quad (18)$$

hvor  $FG^t$  er Tværarmeringens Træk-Flydegrænse<sup>1)</sup>.

Er de to Flydegrænser ens og lig  $n \cdot S^c$ , faas:

$$P = S^c \cdot F_b + n \cdot S^c \cdot f + n \cdot S^c \cdot f'. \quad (19)$$

Brudlasten svarer altsaa til en uarmeret Søjles, hvis Tværsnit er:

$$F = F_b + nf + nf', \quad (20)$$

og med de almindeligt brugte Materialer, kan man sætte  $n = 15^2)$ , altsaa:

$$F = F_b + 15f + 15f'. \quad (21)$$

118. Fra anden Side har man søgt at udtrykke Tværarmeringens Virkning ved en variabel Faktor, hvormed Søjlels virkelige eller tænkte Betonareal multipliceres.

Saaledes sætter den franske Jærnbetonkommission af 1907 Brudlasten for en kort Søjle til:

$$P = S^c \left( 1 + m \frac{f'}{F_b} \right) (F_b + nf), \quad (22)$$

hvor  $m$  er en Faktor, der vokser fra 8 til 15, naar Afstanden mellem Søjlebaandene aftager fra  $a$  (mindste Sidelinie i Søjlen) til  $\frac{1}{3}a^3$ , mens Mörsch kun multiplicerer det virkelige Betonareal og sætter:

$$P = S^c \cdot \left( 1 + m \cdot \frac{f'}{F_b} \right) \cdot F_b + FG \cdot f \quad \text{eller:} \quad P = S^c \cdot F_b + m \cdot S^c \cdot f' + FG \cdot f, \quad (23) \quad (24)$$

hvor  $FG = 2400 - 2800$  at.

119. De danske Normer (1909) sætter:

$$F = F_b + 15f + mf', \quad \text{hvor} \quad m = \frac{22,5}{1 + 2\alpha}, \quad (25) \quad (26)$$

idet  $\alpha$  er Forholdet mellem Bøjleafstand og mindste Sidelinie i Tværsnittet.  $m$  varierer her paa samme Maade som i (22), nemlig fra 7,5 ved  $\alpha = 1$  til 13,5 ved  $\alpha = \frac{1}{3}$ <sup>4)</sup>.

Størrelsen  $m \cdot f'$  er som Regel saa lille, at man kun tager den med, naar et givet Søjletværsnits Bæreevne skal forøges til det yderste, og man derfor lægger Søjlebaandene meget tæt.

### δ. Faren for Udbøjning.

#### Almindelige Bemærkninger.

120. At der ved Brugen af slanke Søjler er en Fare for Udbøjning kan iagttages, blot man støtter sig til en Spanskrørsstok. Denne Fare, der spiller saa stor en Rolle ved Dimensionering af Jærnsøjler, er langt ringere ved Jærnbetonsøjler; ved de hidtil gjorte Forsøg har Søjlernes Styrke næsten altid vist

	Fig. 73	74	93	76
Brudlastens Forøgelse i t . . . . .	20,06	0	10,23	1,53
do. divideret med $f'$ (se (18)) . . . . .	2,96	0	4,06	0,28

Her er altsaa ogsaa fundet en ringe Virkning af Anordningen i Fig. 76, men den store Virkning, som Anordningen efter Fig. 93 har givet, tyder paa, at Støbehulheder har spillet en Rolle, thi i Søjlen Fig. 93 vil disse vanskeligst danne sig. Er denne Forklaring rigtig, taler den til Gunst for Brugen af det i Fig. 75 viste Søjlebaand.

<sup>1)</sup> I. M. 1912, Kongressverhandlungen, Sektion B, S. 97.

<sup>2)</sup> Se f. Eks. Saliger: Versuche über die Tragkraft von Säulen aus Gussbeton, Wien 1915.

<sup>3)</sup> I denne Formel er  $n$  ikke konstant; naar Afstanden mellem Søjlebaandene er lig Søjlels Sidelinie ( $a$ ), og Jærndiameteren er større end  $\frac{1}{10}a$ , sættes  $n = 8$ ; er Afstanden mindre end  $\frac{1}{10}a$  og Jærndiameteren mindre end  $\frac{1}{20}a$ , sættes  $n = 15$ . Rigtigheden af disse Værdier er dog tvivlsom (se Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 100).

<sup>4)</sup> Se iøvrigt angaaende denne Formel Ing. 1913, S. 319.

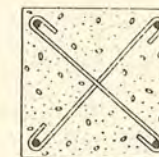


Fig. 93.

sig uafhængig af Længden<sup>1)</sup>. Grunden hertil er dels de massive Tværnit, dels de plane Endeflader, der ikke kan dreje sig i Forhold til Pressens Trykplader, saa at Søjlen forholder sig som indspændt ved Enderne.

Kun ved nogle Forsøg af Bach med 9 m lange Søjler, 32 cm i Sidelinie, er Søjlevirkningen kommen frem (Fig. 94).

I Praksis regnes altid med Faren for Udbøjning, og vi vil derfor se lidt nærmere paa den.

121. Hvis Søjlen var fuldkommen ideal  $\sigma$ : ganske retliniet, Materialet ganske homogent, Kraftoverføringen ganske central og alle Sidekræfter udelukkede, saa vilde den ikke bøje sig ud, men kunne belastes lige til Knusning. Er Søjlen derimod lidt krum, eller lidt mere eftergivende i den ene end i den anden Side, eller virker Kraften lidt ekscentrisk, eller faar Søjlen et Sidetryk, saa vil den bøje sig lidt ud under Belastningen, der derved faar en Arm at virke paa, saa der opstaar et Moment, der forøger Udbøjningen, saa at Momentet vokser o. s. v., kort sagt, man risikerer, at Søjlen knækker. Søjlen har i saa Fald været i ustadig Ligevægt; den mindste Bivirkning forstyrrer Ligevægtstilstanden.

En saadan Søjle er naturligvis ubrugelig, man maa altid konstruere en Søjle saaledes, at den er i stadig Ligevægt  $\sigma$ : at en tilfældig lille Udbøjning ikke vokser i det uendelige, men blot fører Søjlen over i en ny Ligevægts-tilstand.

#### Eulers Formel.

122. Hvis Søjlen er **fuldkommen ideal**, men paa Grund af en tilfældig, fremmed Indvirkning faar en lille Udbøjning, har Euler paa Grundlag af Hookes Lov beregnet (1757), at saa længe Lasten er mindre end eller lig

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (27)$$

vil Søjlen selv rette sig ud; altsaa være i stadig Ligevægt. Bliver Lasten derimod større, vil Søjlen ikke mere vende tilbage til den retliniede Stilling, men bøje sig saa stærkt ud, at den knækker.

Spændingen forekommer aldeles ikke i Eulers Formel, den gælder for et Materiale, der følger Hookes Lov lige op til uendelig store Spændinger. Indfører vi Søjls Inertiradius, kan Formlen omskrives til

$$P_E = \frac{\pi^2 E F i^2}{l^2} \quad \text{eller} \quad \frac{P_E}{F} = \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} \quad (28)$$

og afsættes  $\sigma_E$  som Ordinát og  $\frac{l}{i}$  som Abscisse, faar vi den viste, hyperbolske Kurve med Koordinaakserne som Asymptoter (Fig. 95).

Er Søjlen 25 cm i Kvadrat haves:

$$I = \frac{1}{12} \cdot 25^4 = 32\,550 \text{ cm}^4, \quad F = 25^2 = 625 \text{ cm}^2, \quad i^2 = \frac{I}{F} = \frac{32\,550}{625} = 52,$$

og sættes  $E = 140\,000$ , faas:

<sup>1)</sup> I Østrig har man gjort Forsøg med indtil 7 m lange Søjler, 25 cm i Sidelinie ( $\frac{l}{i} = 90$ ), uden at faa Søjlevirkninger frem.

<sup>2)</sup> Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1913, S. 1969.



Fig. 94. Knust Beton-søjle<sup>2)</sup>.

$$\sigma_E = \frac{10 \cdot 140\,000 \cdot 52}{l^2} = \frac{72\,800\,000}{l^2} \quad \text{eller} \quad \sigma_E = \frac{7280}{L^2}, \quad \text{naar } L \text{ indføres i Meter.}$$

$$\begin{array}{l} L = 10 \text{ m} \quad 1 \text{ m} \quad 0,25 \text{ m} \\ \text{giver } \sigma_E = 72,8 \text{ at} \quad 7280 \text{ at} \quad 116\,500 \text{ at.} \end{array}$$

Man faar altsaa blot at vide, at naar disse sammenhørende Værdier af Længde og Spænding ikke overskrides, er der ingen Fare for Udbøjning; hvorvidt Materialet knuses, inden de er naaet, er et Spørgsmaal, som ikke eksisterer for Formlen.

Eulers Formel kan følgelig ikke bruges for smaa Værdier af  $\frac{l}{i}$ , dèr

knuses Søjlen, før den bøjer sig ud; vi maa erstatte venstre Side af Kurven med en vandret, ret Linie, der har Materialets Prismestyrke til Ordinát. Den derved

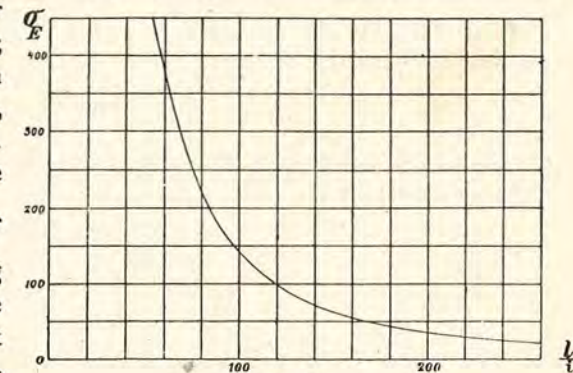


Fig. 95.

fremkomne Kurve angiver Legemet's Brudgrænse for alle Værdier af  $\frac{l}{i}$ , undtagen for de ganske smaa ( $\frac{l}{i} < \text{ca. } 10$ ), hvor Dobbeltpyramiden ikke frit kan danne sig (§ 98).

123. Eulerformlen er udledt under Forudsætning af simpel **Understøtning**  $\sigma$ : at Søjls Ender er forsynede med Kuglehængsler, der tillader en Drejning, men ingen Forskydning. Hvis Søjlen var fuldkommen indspændt, vilde  $P_E$  blive 4 Gange saa stor. Det samme kan udtrykkes ved, at man ved fuldkommen Indspænding kun behøver at indføre 0,5  $l$  i Formlen. Fuldkommen Indspænding er imidlertid vanskelig at opnaa, men en halv Indspænding, der forøger  $P_E$  til det dobbelte, er ikke uopnaaelig (§ 126), og det svarer til at indføre 0,71  $l$  i Stedet for  $l$ .

Imidlertid regner man saa godt som altid med den fulde Længde, da man endnu kun ved lidet om slanke Jærnbetonsøjlers Bæreevne. For alle Tilfældes Skyld er dog nedenfor aftrykt Eulerformlen svarende til de forskellige Understøtningsmaader:

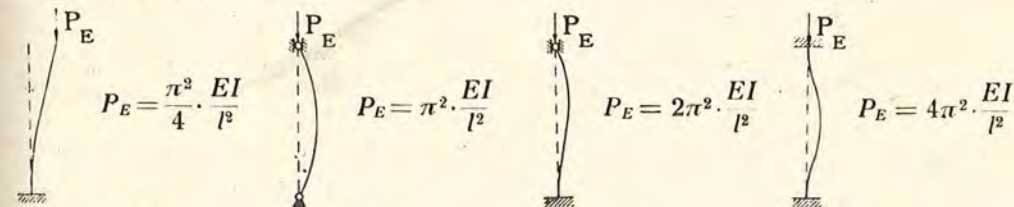


Fig. 96.

Fig. 97.

Fig. 98.

Fig. 99.

#### Ritters Formel.

124. I Henhold til Eulers Formel er Brudspændingen proportional med  $E$ . I Eksemplet ovenfor fandt vi, at den 10 m lange Søjle vilde knække for  $\sigma_E = 72,8 \text{ at}$ , saafremt  $E = 140\,000 \text{ at}$ ; havde  $E$  derimod været dobbelt saa stor, findes en dobbelt saa stor Bæreevne. Kurven Fig. 95 gælder altsaa kun for et Materiale med konstant  $E$ ; hvis  $E$  derimod aftager med voksende Spænding, som Til-

fældet er med Beton, kan Formel (28) med konstant  $E$  kun være rigtig for en enkelt Værdi af Betonspændingen; passer Formlen paa slanke, svagt belastede Søjler, maa den give for store Værdier for korte, stærkt belastede, og omvendt.

Man bør derfor lade  $E$  variere og indføre den momentane Værdi  $E_b = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ , som gælder i Udbøjningsøjeblikket. Man kunde bestemme den af den paraboliske Arbejdslinie (§ 100), men det fører ikke til noget smukt Resultat; derimod kan man bruge Ritters Udtryk (6):

$$E_b = 1000 (S^c - \sigma_b). \quad (29)$$

I det Øjeblik, Søjlen bøjer sig ud, er altsaa  $E_b = 1000 (S^c - \sigma_E)$ , der indsat i Eulers Formel giver:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E_b}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 1000 (S^c - \sigma_E)}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

Sættes  $\pi^2 = 10$ , og løses Ligningen med Hensyn til  $\sigma_E$ , findes:

$$\sigma_E = \frac{S^c}{1 + 0,0001 \left(\frac{l}{i}\right)^2} \text{ eller, naar } l \text{ indføres i Meter: } \sigma_E = \frac{S^c}{1 + \left(\frac{l}{i}\right)^2} \quad (30)$$

$\sigma_E$  er altsaa den kritiske Spænding, ved hvilken Søjlen bøjer sig ud, og ved at dividere med en passende Sikkerhedskoefficient faas den tilladelige Søjlespænding. Dette er ensbetydende med at erstatte  $S^c$  med den ved simpelt Tryk tilladte Spænding  $s_b$  hvorved den tilladelige Søjlespænding bliver:

$$s_E = \frac{s_b}{1 + \left(\frac{l}{i}\right)^2} \quad (31)$$

Formlen, der er angivet af Ritter, kan bruges for alle Værdier af  $L : i$ . For  $L$  indføres Søjles Længde i m eksklusive den eventuelle Konsol<sup>1)</sup>.

**125.** Man kan ogsaa komme til Formlen ved følgende Betragtning. En Jærnbetonsøjle er aldrig helt centralt paavirket, og der er derfor Grund til at regne med en vis Ekscentricitet,  $e$  cm, des større jo slankere Søjlen er. Sættes  $e = \frac{l}{5000} \cdot \frac{l}{a}$ , bliver Kantspændingen:

$$\text{maks } \sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{Pe}{I} \cdot \frac{a}{2} = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{e}{i^2} \cdot \frac{a}{2}\right) = \frac{P}{F} \left(1 + 0,0001 \left(\frac{l}{i}\right)^2\right),$$

og naar denne ikke maa overskride  $s_b$ , findes:  $\frac{P}{F} = \frac{s_b}{1 + 0,0001 \left(\frac{l}{i}\right)^2}$  (32)

**126.** I Henhold til Forsøg af Bach<sup>2)</sup> med særlig stærk Beton er denne Formel paa den sikre Side; i Stedet for  $\left(\frac{l}{i}\right)^2$  kan sættes  $\frac{1}{2} \left(\frac{l}{i}\right)^2$ .

<sup>1)</sup> Skønt man, som tidligere nævnt, ikke plejer at tøre en eventuel Indspænding i Regning, skal her gøres opmærksom paa, at Indførelsen af  $0,71 L$  i Stedet for  $L$  i Ritters Formel ikke forøger Bæreevnen til det dobbelte, men kun i ringere Grad. Vilde man derfor regne med halv Indspænding, maatte man i Stedet for  $s_b$  indføre  $2s_b$ . Ved lave Søjler vilde man da hyppigst finde  $s_E > s_b$ , men naturligvis er  $s_b$  den højeste Værdi, man maa regne med af Hensyn til Knusning. Formlen mister altsaa sin Kontinuitet og kan kun bruges for  $L : i \text{ cm} > 1$ .

<sup>2)</sup> Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1913, S. 1969.

**127.** Til Bedømmelse af Forholdet mellem de forskellige Søjleformler er Fig. 100 tegnet, der grafisk viser, hvor stor den tilladelige Søjlespænding er svarende til forskellige Værdier af  $L : i$ , eftersom man anvender Ritters Formel (med  $s_b = 40 \text{ at}$ ), Eulerformlen (med 5dobbel Sikkerhed og  $\pi^2 E = 1\,400\,000 \text{ at}$ ) eller de nu forældede tyske tekniske Foreningers Bestemmelser (med  $\varphi = 0,8 \text{ o}/\text{o}$ ). Som man ser, frembyder Ritterformlen størst Sikkerhed, saa længe  $L : i$  er mindre end 1,54;

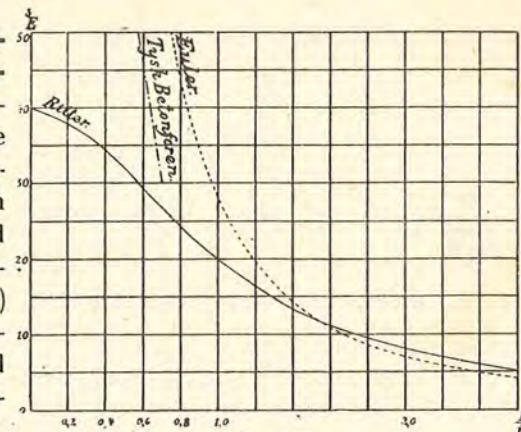


Fig. 100.

og slankere Søjler vil man næppe nogensinde anvende.

**128. Eksempel.** For en Søjle med hosstaaende Tværsnit (Fig. 101) er med  $n = 15$ :

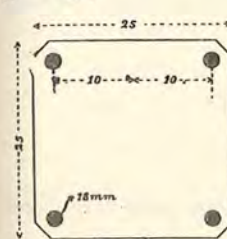


Fig. 101.

$$F = 25^2 + 15 \cdot 4 \cdot 2,54 = 625 + 153 = 778 \text{ cm}^2.$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 25^4 + 15 \cdot 4 \cdot 2,54 \cdot 10^3 = 32550 + 15220 = 47770 \text{ cm}^4.$$

$$i^2 = I : F = 61,4 \text{ cm}^2.$$

Er Søjlen 4 m lang, og er den tilladelige simple Trykspænding 35 at, bliver den tilladelige Søjlespænding:

$$s_E = \frac{35}{1 + \frac{16}{61,4}} = \frac{35}{1,261} = 27,8 \text{ at}.$$

Søjlen kan altsaa bære  $27,8 \cdot 778 = 21\,600 \text{ kg}$ .

Med  $n = 10$  findes:

$$F = 727 \text{ cm}^2, \quad I = 42\,702 \text{ cm}^4, \quad i^2 = 58,7 \text{ cm}^2, \quad s_E = \frac{35}{1 + \frac{16}{58,7}} = \frac{35}{1,273} = 27,5 \text{ at},$$

tilladelig Last:  $27,5 \cdot 727 = 20\,000 \text{ kg}$ .

**129.** Indenfor de Grænser, mellem hvilke Armeringsprocenten i Praksis bevæger sig, er dens Indflydelse paa  $s_E$  saa ringe, at man kun behøver at kende Forholdet mellem Søjles Længde og Sidelinie for at bestemme  $s_E$ .

Vi vil vise dette for en kvadratisk Søjle armeret med  $\varphi \text{ o}/\text{o}$  Jærn i Form af 4 Rundjærn, eet i hvert Hjørne og liggende saaledes, at Rundjærnets Akse har Afstanden  $1,5d$  fra Søjles Yderflader (Fig. 102). Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetskoefficienter regnes som sædvanlig lig 15.

Under disse Forudsætninger kan Rundjærnets Diameter bestemmes af:

$$4 \cdot \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{\varphi F_b}{100}; \quad d^2 = \frac{\varphi F_b}{100\pi}; \quad d = \frac{\sqrt{\varphi F_b}}{17,7};$$

og Søjles Sidelinie er  $a = \sqrt{F_b}$ . Man finder da:

$$\left(\frac{a - 3d}{2}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{F_b} - 3 \frac{\sqrt{\varphi F_b}}{17,7}\right)^2}{4} = \frac{F_b}{4} (1 + 0,0287\varphi - 0,339\sqrt{\varphi}).$$

Inertimomentet bliver:

$$I = \frac{1}{12} a^4 + 15 \frac{\varphi F_b}{100} \left(\frac{a - 3d}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} F_b^2 + 0,15 \varphi F_b \cdot \frac{F_b}{4} (1 + 0,0287\varphi - 0,339\sqrt{\varphi})$$

$$I = F_b^2 (0,0834 + 0,0375\varphi + 0,0011\varphi^2 - 0,0127\varphi\sqrt{\varphi}).$$

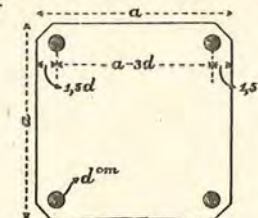


Fig. 102.

Naar vi indfører Betegnelse  $\alpha$ , faas:

$$\alpha = \frac{i^2}{F} = \frac{I}{F^2} = \frac{I}{\left(1 + \frac{n\varphi}{100}\right)^2 F_b^2} = \frac{I}{(1+0,15\varphi)^2 F_b^2} \quad (33)$$

$$\alpha = \frac{0,0834 + 0,0375\varphi + 0,0011\varphi^2 - 0,0127\varphi\sqrt{\varphi}}{(1+0,15\varphi)^2} \quad (34)$$

$$\varphi = 0,75\% \text{ giver: } \alpha = \frac{0,0834 + 0,0281 + 0,0006 - 0,0083}{1,24} = \frac{0,1038}{1,24} = 0,0837$$

$$\varphi = 2\% \text{ giver: } \alpha = 0,0751.$$

For et uarmeret, kvadratisk Tværnit med Sidelinie  $a$  havs:  $i^2 = \frac{I}{F} = \frac{\frac{1}{12}a^4}{\frac{a^2}{12}} = \frac{a^2}{12}$ . (35)

Med et Jærn i hvert Hjørne faas af (33):  $i^2 = \alpha F = \alpha(1+0,15\varphi)F_b = \alpha(1+0,15\varphi)a^2$ . (36)

Ved at indføre forskellige, sammenhørende Værdier af  $\varphi$  og  $\alpha$  (bestemt af (34)) i denne Ligning, findes:

$\varphi =$	0	0,5	0,75	0,8	1	1,5	2
$i^2 : a^2 =$	0,0834	0,0911	0,0932	0,0941	0,0951	0,0969	0,0975
$\varphi =$	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	10
$i^2 : a^2 =$	0,0973	0,0963	0,0950	0,0935	0,0916	0,0895	0,0667

Inertiradien bliver størst ved ca. 2% Armering, men varierer iøvrigt kun lidt.

**130.** Indsættes i Ritters Formel findes følgende sammenhørende Værdier af  $\varphi$  og  $s_E$ :

$\varphi =$	0	0,75	2%
$s_E =$	$\frac{s_b}{1 + 12\left(\frac{L}{a}\right)^2}$	$\frac{s_b}{1 + 10,73\left(\frac{L}{a}\right)^2}$	$\frac{s_b}{1 + 10,25\left(\frac{L}{a}\right)^2}$

Naar Armeringsprocenten ligger mellem  $\frac{3}{4}$  og 4, er man paa den sikre Side ved at bruge Formlen

$$s_E = \frac{s_b}{1 + 10,73\left(\frac{L}{a}\right)^2}, \quad (37)$$

og der vindes intet nævneværdigt ved at regne med den sande Værdi af  $i^2 : a^2$ . Er en given Søjle med  $\varphi = \frac{3}{4}\%$  for svag, kan man derfor uden nye Under-søgelsler forøge  $\varphi$  indtil 2% og regne med det samme  $s_E$ .

Da  $s_E$  er omtrent uafhængig af  $\varphi$ , kan (37) bruges, selv om der ikke er 4, men flere Jærn i Søjlen. Endvidere kan den bruges for rektangulære Tværnit med mindste Sidelinie  $a$ , eftersom  $i^2 : a^2$  er uafhængig af Tværnittets Brede.

**131. Eksempel.** En Søjle som Fig. 101, men med  $\frac{3}{4}\%$  Armering, kan, naar  $s_b = 35$  og  $n = 15$ , belastes med:

$$s_E = \frac{35}{1 + 10,73 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{35}{1,275} = 27,4 \text{ at.}$$

$$\text{Betonen alene bærer: } 625 \cdot 27,4 = 17100 \text{ kg}$$

$$\frac{3}{4}\% \text{ Armering } \gg : \frac{0,75}{100} \cdot 625 \cdot 15 \cdot 27,4 = 1930 \gg$$

$$2 \gg \gg : \frac{2}{100} \cdot 625 \cdot 15 \cdot 27,4 = 5140 \gg$$

Mellem disse to Armeringer kan man da vælge den, der svarer til Søjlen Belastning. Er denne f. Eks. 21 600 kg, skal Armeringen tage 21 600 — 17 100 = 4500 kg, saa det søgte Jærnareal bliver:  $\frac{4500}{15 \cdot 27,4} = 10,9 \text{ cm}^2$ , svarende til 4 Rj. 19 mm. En

Sammenligning med Beregningen til Fig. 101 viser, at Formlen er lidt paa den sikre Side, fordi den forudsætter det dækkende Betonlag en lille Smule større.

### Dimensioneringsformler for kvadratiske Søjler.

**132.** I de foran givne Former kan Ritters Formel kun bruges til at undersøge en given Søjles Bæreevne eller til at bestemme det nødvendige Jærndtlæg, naar Betontværsnittets Størrelse er givet. Det er imidlertid let at omdanne den til en praktisk Dimensioneringsformel for det almindelige Tilfælde, at Søjlen er kvadratisk med et Jærn i hvert Hjørne

Er Søjlen Last  $P$  kg, bliver det søgte Tværnit  $F = P : s_E$ , altsaa:

$$F = s_E = \frac{s_b}{1 + \left(\frac{L}{i}\right)^2} = \frac{s_b i^2}{i^2 + L^2}, \quad \text{hvoraf: } P i^2 + P L^2 = F s_b i^2.$$

Sættes:  $i^2 = \alpha F$ , faas  $P \alpha F + P L^2 = F^2 s_b \alpha$ , der ordnet og løst giver:

$$F^2 - F \frac{P}{s_b} - \frac{P L^2}{\alpha s_b} = 0; \quad F = \frac{P}{2s_b} + \sqrt{\frac{P^2}{4s_b^2} + \frac{P L^2}{\alpha s_b}} = \frac{P}{2s_b} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4s_b L^2}{\alpha P}}\right), \quad (38)$$

idet Minustegnet foran Kvadratroden ikke giver nogen brugelig Løsning.

Endvidere havs  $F = F_b(1 + 0,15\varphi)$ , altsaa:

$$F_b = \frac{P}{2(1+0,15\varphi)s_b} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4s_b L^2}{\alpha P}}\right) \quad (39)$$

Kendes  $\varphi$  og  $\alpha$ , giver denne Ligning det nødvendige Betonareal som en simpel Funktion af de givne Størrelser.

Med  $\varphi = \frac{3}{4}\%$ , altsaa  $\alpha = 0,0837$ , og med  $\varphi = 2\%$ , altsaa  $\alpha = 0,0751$ , faas:

$$F_b = \frac{P}{2,225s_b} \left(1 + \sqrt{1 + 47,78 s_b \frac{L^2}{P}}\right) \text{ og } F_b = \frac{P}{2,6 s_b} \left(1 + \sqrt{1 + 53,26 s_b \frac{L^2}{P}}\right). \quad (40) \quad (41)$$

Indføres  $P$  i Tons og skrives Formlen:

$$F_b = c_1 \cdot P_t \cdot \left(1 + \sqrt{1 + c_2 \frac{L^2}{P_t}}\right), \quad (42)$$

faar  $c_1$  og  $c_2$  de i efterfølgende Tabel indførte Værdier:

	$s_b = 50$	45	40	37,5	36	35	32	30	28,8	24	19,2
$\varphi = \frac{3}{4}$	$c_1 = 8,99$	10,0	11,2	12,0	12,5	12,9	14,1	15,0	15,6	18,7	23,4
	$c_2 = 2,39$	2,15	1,91	1,79	1,72	1,67	1,53	1,43	1,38	1,15	0,92
$\varphi = 2$	$c_1 = 7,69$	8,55	9,62	10,3	10,7	11,0	12,0	12,8	13,4	16,0	20,0
	$c_2 = 2,66$	2,40	2,13	2,00	1,92	1,86	1,70	1,60	1,53	1,28	1,02

Formlen kan bruges, selv om Søjlejærnenes Antal overstiger 4.

**133. Eksempel.** En 3,16 m lang Søjle skal med  $\frac{3}{4}\%$  Armering og  $s_b = 40$  at bære 100 t. Man faar:  $F_b = 1120(1 + \sqrt{1 + 0,191}) = 2340 \text{ cm}^2$  Sidelinien bliver:

$$a = \sqrt{2340} = 48,4 \sim 49 \text{ cm}, \text{ Jærnarealet: } f = 2340 \cdot \frac{0,75}{100} = 17,5 \text{ cm}^2 \sim 8 \text{ Rj. } 18 \text{ mm} (\S 104).$$

Slyngbaand af 7 mm Rj. indlægges som Fig. 77 i § 105 viser med en lodret Afstand af  $15 \cdot 1,8 = 27 \sim 25 \text{ cm}$ .

### Udenlandske Dimensioneringsregler.

**134.** Medens Ritters Formel altid giver  $s_E < s_b$ , selv om Søjlerne er ganske korte (Fig. 100), bruger man andre Steder at regne med hele  $s_b$ , saalænge Søjlernes Slankhed ikke overstiger en vis Grænse, først derover tages Hensyn til Udbøjningsfaren.



Efter de tyske Bestemmelser (1915) regnes  $s_E = s_b$ , saalænge  $\frac{l}{a} < 15$ , for  $\frac{l}{a} > 15$  regnes med Formel (31), og for  $\frac{l}{a} > 20$  skal der desuden regnes med, at Søjlen er paavirket af Momentet

$P \cdot \frac{l}{200}$  kgcm virkende i den ugunstigste Retning. Af Hensyn til at Eulerformlen endnu er den i Tyskland mest brugte, kræves det i alle Tilfælde paavist, at denne er tilfredsstillet med 10 Gange Sikkerhed; den skrives med  $E = 140\,000$ ,  $P$  i Tons,  $l$  i Meter:  $\text{n\ddot{a}dvendigt } I = 70 P_l \cdot L^2$ .

De schweiziske Normer (1909) sætter  $s_E = 35$  at, saalænge Søjlen totale Længde ikke overstiger 20 Gange den mindste Sidelinie, derefter regnes med Formel (31), men  $s_b$  sættes til 45 at. Dette medfører, at  $s_E$  ved  $l = 20a$  pludselig springer fra 35 til 30. Jærnprocenten skal ligge mellem 0,6 og 5.

I Frankrig regnes med Ritters Formel og  $s_b = \frac{1}{3,5} S^c$

### e. Dimensionering af almindelige Søjler.

135. Da Jærnarealet i et Søjletværsnit kun virker som et 15 Gange saa stort Betonareal, og da  $1 \text{ cm}^3$  Jærn er langt over 15 Gange dyrere end  $1 \text{ cm}^3$  Beton, er det naturligt at spare paa Jærnet, men paa den anden Side er en vis Jærnmængde nødvendig for at retfærdiggøre de høje Betonspændinger (§ 112), og Jærnarealet bør derfor ikke være mindre end  $\frac{3}{4}\%$  af Betonarealet<sup>1)</sup>:

$$f \geq \frac{0,75}{100} \cdot F_b. \quad (43)$$

Ogsaa Hensynet til, at Søjlerne er sammenstøbt med Dragerne og saaledes let kan faa Bøjningsspændinger, gør sig her gældende.

Man dimensionerer derfor paa Grundlag af  $\varphi = \frac{3}{4}\%$ , og kun hvis Søjlerne skal holdes særlig spinkle, og man ikke vil gaa over til at bruge en stærkere Beton, forøges  $\varphi$ . Da Jærnsæmplingen er proportional med  $s_E$ , er det mindst uøkonomisk at forøge  $\varphi$  for korte, svære Søjler af stærk Beton. Hvis  $\varphi$  overstiger  $2\%$ , maa Overskuddet i Henhold til de danske Normer kun føres i Regning med  $\frac{1}{3}$  af Værdien<sup>2)</sup>.

Den tilladelige Betonspænding er omtalt i § 94 og 144, og Formel (42) giver da det søgte  $F_b$ , naar Søjletværsnittet er kvadratisk: skal det være rektangulært, kender man som Regel den mindste Sidelinie, og  $s_E$  kan da bestemmes af (37). For  $L$  indføres Afstanden fra den nedre Etageadskillelse (evtl. Fodpladens) Overside til Undersiden af Drageren, idet de eventuelle Konsoller regnes med til denne.

Vil man forøge Søjlen Bæreevne ved Hjælp af tætliggende Søjlebaand, bruges Formel (25) i § 119.

Iøvrigt henvises til § 103—5 og til Eksemplet i § 133.

I visse Arter af Bygninger med mange Etager er Sandsynligheden for Totalbelastning i alle Etager samtidig saa ringe, at det er berettiget at tage Hensyn dertil ved Søjlernes Dimensionering. Se desangaaende *Husbygningsnormerne* § 10.

### ζ. Beviklede Betonsøjler.

136. *Considère* har udvidet Bøjlesystemet til en fuldstændig Bevikling af Betonen med Jærntraad i Skruelinier (Fig. 103—4). Naar Søjlen belastes, vil Betonens Tværuddvidelse fremkalde Trækspændinger i Beviklingen; der holder sammen paa Betonkærnen, saa at Bæreevnen i høj Grad forøges.

<sup>1)</sup> De danske Normer (1913) sætter  $\frac{3}{4}\%$ , de schweiziske (1909)  $0,6\%$ , de tyske (1915)  $0,8\%$ .  
<sup>2)</sup> De østrigske Normer sætter  $\frac{1}{4}$ . Efter de tyske Bestemmelser (1915) er det tilladt at gaa til  $\varphi = 3\%$ .

Dette System, der gør det muligt at reducere svært belastede Søjlers Tværsnit i væsentlig Grad, bruges en Del i Udlandet, men er, saavidt vides, ikke benyttet i Danmark<sup>1)</sup>.

Forholdene ligner dem, der gør sig gældende, naar man belaster Sand, der er indesluttet i en Jærncylinder; men Betonen mangler Sandets Bevægelighed, og man skulde derfor vente, at den vilde knuses, inden Tværuddvidelsen blev saa stor, at Beviklingen kunde virke. Forsøgene viser imidlertid, at Beviklingen bibringer Betonen en vis Grad af Plasticitet, saa at den kan sammentrykkes langt ud over det normale, inden Bruddet sker<sup>2)</sup>.

At skøre Legemer kan blive plastiske, naar de faar Tryk fra alle Sider, er kendt fra flere Forsøg. *Kármán*<sup>3)</sup> har eksperimenteret med *Marmorcylindre*, der, samtidig med at de var i Pressen, blev udsat for et Vædsketryk paa deres cylindriske Overflade. Naar Vædsketrykket var tilstrækkelig stort, lod Legemet sig ikke knuse, selv om Pressens Tryk steg til det firedobbelte af, hvad der ellers krævedes, men det lod sig sammentrykke indtil  $9\%$  og antog Tøndeform ganske som et plastisk Materiale. En mikroskopisk Undersøgelse viste, at naar Sidetrykket var ringe, skete Bruddet som Følge af Forskydninger langs Kornenes Grænseflader; de større Sidetryk pressede derimod Kornene saa fast mod hinanden, at en Forskydning var udelukket, og de store, blivende Deformationer var en Følge af talrige Glidninger langs Spaltefladerne i de enkelte Korn, Glidninger som ikke i væsentlig Grad svækkede Sammenhængen; Prøvelegemer, der havde forkortet sig  $6-9\%$ , blev bagefter knuste paa almindelig Maade og viste en Styrke, der kun var  $15-20\%$  under den normale.

137. Beviklingen virker kun paa den indesluttede Beton, ikke paa den ydre Skal. Denne springer af, naar Sammentrykningen har naaet en Værdi, der svarer til Brudværdien for et uarmeret Prisme. Er Brudlasten for en almindelig Jærnbeton-Søjle  $100^t$ , vil samme Last fremkalde Revner og Afskallinger paa en beviklet Søjle med samme Tværsnitsareal<sup>4)</sup>, men Kærnen vil kunne sammentrykkes videre og ved rationel Bevikling bære en Maksimallast af op imod  $200^t$  (Fig. 104). Ved Bestemmelsen af en beviklet Søjles Bæreevne, bør man derfor se bort fra Dæklaget og kun regne med det indenfor Beviklingsjærnets Midtlinie liggende *Kærnetværsnit*,  $F_k$ , thi kun dette er virksomt i Brudøjeblikket. Samtidig maa man sikre sig mod Revner i den ydre Betonskal ved, uafhængig af hvor stærkt Søjlen er armeret, at holde Spændingen  $\frac{P}{F_b}$  lavere end  $2s_E$ .



Fig. 104. Knust 8-kantet Prisme med cylindrisk Bevikling<sup>5)</sup>.

Der sker ingen egentlig Knusning af Kærnen, thi i Tidens Løb kan Styrken stige. To beviklede Søjler, hvis »Brudbelastning« i en Alder af 45 Døgn var henholdsvis ca.  $334$  og ca.  $517^t$  (naar der kun regnes med Kærnetværsnittet og ikke tages Hensyn til Armeringen), bar ved fornyet Prøvning i en Alder af ca. 95 Døgn henholdsvis  $479$  og  $674^t$ , og da man derefter pillede Beviklingen af, bar den blottede Kærne henholdsvis  $161$  og  $219^t$ <sup>6)</sup>.

<sup>1)</sup> Se E. Suenson: *Beton fretté — Beviklet Beton* (Ing. 1903, S. 301); A. Considère: *Le béton fretté et ses applications*, Paris 1907; Mörsch: *Der Eisenbetonbau*, Stuttgart 1912.

<sup>2)</sup> I et enkelt Tilfælde har Forkortelsen været  $4,2\%$  (Ing. 1903, S. 302).

<sup>3)</sup> Mitt. u. F., Heft 118; lignende Forsøg har Considère og Adams og Nicolson udført.

<sup>4)</sup> Mörsch: *Der Eisenbetonbau* 1912, S. 121; se ogsaa Kleinlogels Forsøg (B. u. E. 1912, S. 150).

<sup>5)</sup> Mörsch S. 129. <sup>6)</sup> Mörsch S. 130.

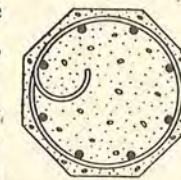


Fig. 103.

Samme Virkning, som Beviklingen har paa Beton, har den ogsaa paa en Kærne af Støbejern (§ 141), Granit eller Murværk. Ved Genopførelsen af Christiansborg blev to gamle, murede Piller forstærkede paa denne Maade ved Omstøbning med en armeret Kappe.

**138.** Beviklingen kommer bedst til sin Ret, naar den er cylindrisk, og Søjle's Tværsnit gøres derfor hyppigst cirkulært eller ottekantet, undertiden dog ogsaa kvadratisk (Fig. 92<sup>1)</sup>). Naar Beviklingen er rationelt udført, virker den omtrent dobbelt saa stærkt, som naar den samme Jærnmængde indlægges i Form af Søjlebaand, og for beviklede Søjler ændres Formlen (21) derfor til<sup>2)</sup>:

$$F = F_b + 15f + 30f' \quad (44)$$

De danske Normer tillader Brugen af denne Formel under følgende Forudsætninger:  $f$  skal mindst være lig  $\frac{1}{3}f'$  og skal ligge mellem  $\frac{3}{4}$  og  $2\frac{1}{2}\%$  af  $F_b$ <sup>3)</sup>; hvis  $f$  er større end  $2\frac{1}{2}\%$  af  $F_b$ , maa Overskuddet kun føres i Regning med  $\frac{1}{3}$  af Værdien. Værdien af  $15f + 30f'$  maa ikke overstige  $F_b$ ; Skruengangens Højde maa ikke overstige  $\frac{1}{2}$  af dens Diameter<sup>4)</sup>.

Skruegangshøjden bør heller ikke overstige 8 cm.

Da den ydre Skal, som nævnt, falder af paa et tidligt Tidspunkt og slet ikke bærer med i Brudøjeblikket, er det rigtigere for  $F_b$  kun at indføre Kærnetværsnittet  $F_k$  (indenfor Beviklingsjærnets Midtlinie), hvilket ogsaa stemmer med Considères oprindelige Beregningsmaade. Til Gengæld kan man regne med en noget større Virkning af Beviklingen. De tyske Bestemmelser (1915) sætter den tilladelige Last til:

$$P = s_E \cdot (F_k + 15f + 45f'), \quad \text{dog højst} \quad P = s_E \cdot 2F_b \quad (45) \quad (46)$$

**Dimensioneringseksempel.** En 8-kantet Søjle (Fig. 392 i § 437) med  $a = 50$  cm, altsaa  $b = 20,7$  cm, skal bære 119 t. Den tilladte Trykspænding ved central Paavirkning er  $s_b = 50$  at, men af Hensyn til en mulig ekscentrisk Paavirkning sættes  $s_b = 0,9 \cdot 50 = 45$  at, idet Søjle's Stilling antages at være som angivet i Fig. 109 a. Betonarealet er  $F_b = a^2 - b^2 = 4,83 b^2 = 2080$  cm<sup>2</sup>, og vi armerer med 8 Rj. 16 mm (16,08 cm<sup>2</sup>) eller lidt over  $\frac{3}{4}\%$  af  $F_b$ . Længden er en saadan, at  $\frac{L}{i} = 0,354$ , og den tilladelige Søjlepaavirkning bestemmes da af (31):  $s_E = \frac{45}{1,125} = 40$  at. Ved for-nøden Bevikling kan Søjlen bringes til at bære (46):  $40 \cdot 2 \cdot 2080 = 166\,000$  kg, saa Opgaven er løselig. Idet Beviklingsjærnets Diameter skønnes til 10 mm, bliver Kærnetværsnittets Diameter 47 cm, og dets Areal:  $\frac{1}{4}\pi \cdot 47^2 = 1735$  cm<sup>2</sup>. Kærnetværsnittet kan da bære  $40 \cdot (1735 + 15 \cdot 16,08) = 40 \cdot 1976 = 79\,000$  kg, mens Resten af Lasten, 40\,000 kg, maa tages af Beviklingen, altsaa:  $40 \cdot 45 f' = 40\,000$  eller  $f' = 22,2$  cm<sup>2</sup>. Denne Værdi er brugbar, da den ikke overstiger  $3\%$  Beviklingsjærnets Volumen skal altsaa pr. løb. m Søjle udgøre 2220 cm<sup>3</sup>, og da Kærnediameteren er 47 cm, bliver det søgte Tværsnit:  $\frac{2220}{\pi \cdot 47} = 15,02$  cm<sup>2</sup>/m eller 20 Rj. 10 mm pr. m. Skruengangshøjden bliver 5 cm, hvilket er tilladeligt.

**139.** Mörsh, der har beskæftiget sig meget med den beviklede Beton, anbefaler (Der Eisenbetonbau 1912, S. 135) at bruge Formel (23), men kun indføre Kærnetværsnittet  $F_k$  for  $F_b$ :

$$P = S^c \left( 1 + m \frac{f'}{F_k} \right) F_k + FG \cdot f \quad (47)$$

For Flydegrænsen sættes 2400–2800 at. Da Beviklingen har givet større Virkning paa daarlig Beton end paa god, sættes:

for $S^c = 120$	140	160	180	200	220 at
$m = 71$	59	50	43	38	34.

For kvadratiske Søjler sætter han  $m = 33$  uden Hensyn til Betonens Kvalitet.  $f + f'$  skal ligge mellem 1,5 og  $8\frac{1}{2}\%$  af Kærnetværsnittet<sup>5)</sup>;  $\frac{f'}{F}$  skal ligge mellem 1 og  $\frac{1}{3}$ ; for  $f' \geq 2\%$  skal

<sup>1)</sup> En kvadratisk eller rektangulær Bevikling anerkendes ikke som saadan af de tyske Bestemmelser (1915).

<sup>2)</sup> Se f. Ex. Saliger: *Versuche über die Tragkraft von Säulen aus Gussbeton*, Wien 1915.

<sup>3)</sup> Forsøg med smaa Mørtelcylindre har givet fuld Virkning af Beviklingen, selv om Længdearmeringen manglede (Ing. 1903, S. 301), og for store Prismer kan det samme opnaas, naar Beviklingen er meget tæt; af Hensyn til Støbningen maa man imidlertid have en mindre tæt Bevikling, og Længdearmeringen er da nødvendig for at hindre Betonen i at presse sig ud mellem Vindingerne; en saadan Udpresning vil ske eensidig, idet Prismet krummer sig og faar Tværværner, hvilket hindres af Længdearmeringen.

<sup>4)</sup> Denne og den foregaaende Regel findes ogsaa i de schweiziske Normer (1909), men Virkningen af  $f'$  regnes 2,4 Gange saa stor som Virkningen af  $f$ . Tallet 2,4 er det af Considère oprindeligt opgivne, men senere Forsøg har vist, at 2 passer bedre. I Frankrig bruges Formel (22) med  $m$  varierende fra 15–32.

<sup>5)</sup> Kleinogel anbefaler  $f = 1\%$  og  $f' = 3,5\%$ ; han fandt Brudstyrken  $P = S^c \cdot F_k + 2400(f + 2,4f')$  (Über neuere Versuche mit umschnürtem Beton samt B. u. E. 1912, S. 150).

Skruengangshøjden være ca.  $\frac{1}{7} - \frac{1}{8}$  af Skruengangsdiameteren, for  $f' > 2\%$  skal den være  $\frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ . Den tilladelige Spænding sættes lig  $\frac{1}{5}$  af Prismestyrken ( $S^c$ ), men for at sikre sig mod Revner i den ydre Betonskal, maa man desuden sørge for, at  $\frac{P}{F_b} \leq \frac{1}{2}S^c$ .

**140.** Angaaende Konstruktionen bemærkes iøvrigt følgende. Der bør mindst være 6, helst 8 Længdejærn, og Skruengangshøjden bør ikke være under  $3\frac{1}{2} - 4$  cm af Hensyn til Støbningen. Beviklingen fabrikeres ved at rulle Traaden eller Rundjærnet (5–14 mm) op paa en Tromle med passende Diameter og lægge Vindingerne med en passende Afstand indbyrdes. Da en stor Del af Formforandringen er elastisk, maa man anvende en mindre Diameter og Skruengangshøjde end det færdige Produkt skal have, men det finder man sig hurtigt til Rette med. Cylindrene fremstilles saa lange, som Traaden rækker, hvilket vel vil blive en 10–40 Vindinger, og samles ved at man bringer den enes første Vinding ind mellem de sidste Vindinger af den anden og former Enden, som Fig. 103 viser. Længdejærnene fastbindes paa Indersiden af Cylindrene. I Stedet for en fortløbende Bevikling har man ogsaa brugt tætliggende Ringe, samlede som Fig. 105 viser, men de er ikke saa nemme at holde paa Plads under Støbningen. Ved Forsøg<sup>1)</sup> har de givet samme Virkning som rigtig Bevikling, men i Praksis vil det næppe være Tilfældet (§ 45).



Fig. 105.

## η. Beviklede Støbejernssøjler.

**141.** Hvis man omgiver en rund Støbejernssøjle med en Kappe af beviklet Beton, kan man udnytte Betonens og Støbejernets Trykstyrke samtidig, og desuden kommer Støbejernets Skørhed ikke til at gøre sig gældende, og Konstruktionen er paa Forhaand brandsikker.

Mens en alm. Støbejernssøjle brødes med et Brag ved en Belastning af 137 t, har 3 lignende Søjler, der var omstøbt med beviklet Beton, henholdsvis 315, 307,5 og 342 t; Betoncylindren var 6,3 cm tyk indenfor Beviklingen i de tre Tilfælde, mens Beviklingen var udført paa forskellig Maade. Brugen af Staalrør giver ringere Brudbelastninger, da det her er Flydegrænsen, der bestemmer Bruddet. En Betingelse for, at man kan addere Brudstyrkerne, er, at Beviklingens Skruengangshøjde mindst er lig den mindste Betontykkelse. Angaaende Konstruktionen, der er patenteret af den østrigske Ingeniør v. Emperger, henvises iøvrigt til B. u. E. 1912, S. 57; 1913, S. 137 og 365; 1916, S. 69; Die Giesserei 1914, Heft 5–6; Hager: *Theorie des Eisenbetons* S. 33.

## b. Søjler paavirkede af et ekscentrisk Tryk.

### a. Dimensionering.

**142.** I § 122 betonedes det, at man ved Dimensionering af en Søjle havde to hinanden uvedkommende Hensyn at tage, nemlig til at Materialet ikke knuses og til at Søjlen ikke bøjer sig ud. Det er disse to Hensyn, der paa en saa bekvem Maade er forenede i Ritters Formel.

Er Søjlen ekscentrisk paavirket, bliver Forholdet ganske tilsvarende; man maa holde sig i en passende Afstand fra den kritiske Søjlespænding (der kun afhænger af Søjle's Dimensioner, ikke af Ekscentriciteten), og man skal blive i en lignende Afstand fra Materialets Brudgrænse. Man maa altsaa først dimensionere Søjlen, som om den var centralt paavirket, og dernæst undersøge, om Summen af de Tryk- og Bøjningsspændinger, den ekscentriske Kraft fremkalder, ligger indenfor de tilladelige Grænser. Hertil benyttes den kendte Formel:

$$\sigma_b = \frac{P}{F} \pm \frac{P \cdot e}{W} \quad (48)$$

hvor  $P$  er Normalkraften,  $e$  Ekscentriciteten,  $F$  og  $W$  det til Beton transformerede Tværsnits Areal og Modstandsmoment<sup>2)</sup>. Det af (48) fundne største Tryk maa ikke overstige den ved Bøjning tilladelige Spænding.

<sup>1)</sup> Se Rudeloffs Forsøg i D. A. f. E., Heft 28, S. 54.

<sup>2)</sup> I Stedet for  $e$  burde egentlig indføres  $e + \delta e$ , hvor  $\delta e$  er Udبøjningen, som Momentet  $Pe$  fremkalder, men denne Størrelse er i Reglen forsvindende lille. De tyske Bestemmelser (1915) fordrer dog, at naar Søjle's Længde,  $l$ , overstiger 20 Gange Tværmaalet, skal der for  $\delta e$  indføres  $\frac{1}{200}l$  (§ 134).

Et rektangulært Tværnsnit med symmetrisk Armering vil efter Transformeringen se ud som Fig. 106, hvor Fligenes Tyngdepunktslinier falder sammen med Jærnets, medens deres Areal er  $n$  Gange dettes. Andre Tværnsnitsformer er omtalt i § 435—37.

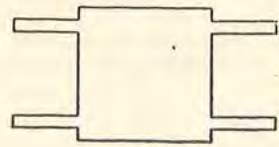


Fig. 106.

**Eksempel.** En 3,16<sup>m</sup> lang Søjle skal med  $\frac{3}{4}\%$  Armering bære 100<sup>t</sup>, der virker 3<sup>cm</sup> ekscentrisk. Ved centralt Tryk er den tilladelige Spænding 40<sup>at</sup>, ved Bøjning 50<sup>at</sup>.

Først dimensioneres Søjlen for centralt Tryk, som gjort i § 133. For det fundne Tværnsnit udregnes, idet Mørtellaget udenfor Jærnene forudsættes 1<sup>cm</sup> tykt:

$$F = 49^2 + 15 \cdot 8 \cdot 2,54 = 2401 + 305 = 2706 \text{ cm}^2, I = \frac{1}{12} \cdot 49^4 + 15 \cdot 6 \cdot 2,54 \cdot 22,6^2 \\ = 480\,000 + 116\,700 = 596\,700 \text{ cm}^4, W = \frac{I}{\frac{1}{2}a} = \frac{596\,700}{24,5} = 24\,350 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Formel (48) giver da: } \sigma_b = \frac{100\,000}{2706} \pm \frac{100\,000 \cdot 3}{24\,350} = 37 \pm 12,3 = 49,3 \text{ og } 24,7.$$

Tværnsnittet er altsaa stærkt nok.

143. Er  $\frac{P}{F} < \frac{P \cdot e}{W}$ , kommer der Trækspændinger i Søjlen. Dette Tilfælde vil blive behandlet i § 439 for armerede Søjler, mens **uarmerede Søjlers** Forhold skal omtales her.

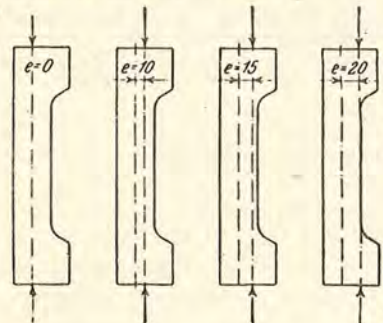


Fig. 107.

Formel (48) er udledet paa Grundlag af Hookes Lov. I Virkeligheden er Betonens Arbejdslinie krum, og Kantspændingen bliver derved mindre, end Formlen angiver. For et uarmet, rektangulært Tværnsnit med Højde  $a$  og Bredde  $b$  findes:

$$\left. \begin{matrix} \sigma_b^+ \\ \sigma_b^- \end{matrix} \right\} = \frac{P}{ab} \pm \frac{Pe}{\frac{1}{6}ba^2}, \quad (49)$$

naar der regnes med Betonens Trækspændinger. En Ekscentricitet paa blot  $\frac{1}{6}a$  vil altsaa fordoble Trykspændingen. Denne Formel stemmer godt med *Bach* og *Graf's* Forsøg<sup>1)</sup>. Saaledes fandtes for de i Fig. 107 viste uarmerede Søjler,

der var 2,5<sup>m</sup> høje og 40·40<sup>cm</sup> i Tværnsnit, at de revnede, naar  $\sigma_b^+$  bestemt af Formel (49) var 28,6, 31,4 og 29,0<sup>at</sup>, henholdsvis for  $e = 10, 15$  og 20<sup>cm</sup>;  $\sigma_b^+$  er altsaa paa det nærmeste konstant. Den er dog ikke lig Trækstyrken (18,6<sup>at</sup>), men væsentlig større, thi her gør de samme Forhold sig gældende som ved Bøjningsforsøg (*Byggematerialer* § 1151).

Naar Betonen er revnet, forsvinder Trækspændingerne (Fig 88), og Trykspændingen kan da ikke længer bestemmes af (49), men af:

$$\sigma_b = \frac{2}{3} \frac{P}{b \left( \frac{a}{2} - e \right)}. \quad (50)$$

Denne Formel kan imidlertid ikke bruges, naar Spændingerne nærmer sig Brud, fordi Arbejdsliniens Krümming da gør sig gældende. Saaledes fandtes ved de nævnte Forsøg:

<sup>1)</sup> Mitt. ü. F., Heft 166—69.

Ekscentricitet i cm	0	10	15	20
Brudlast i t	276	136	81,8	24,0
$\sigma_b^+$ i at (Formel 50)	173	224	269	$\infty$

Man kan af disse Forsøg udlede en meget simpel Lov for Styrken af ekscentrisk paavirkede Betonsøjler, nemlig følgende: En centralt paavirket Søjle svækkes ikke ved en eensidig Tværnsnitsforøgelse, der gør den ekscentrisk paavirket. Hvis man nemlig dividerer Brudlasten med den centralt paavirkede Del af Tværnsnittet, altsaa med henholdsvis 40·40, 20·40 og 10·40 faas:

$$\sigma_b = 173 \quad 170 \quad 205.$$

Loven vedbliver at gælde, selv om Søjlen armeres.

144. Hvis **Ekscentriciteten varierer** med Belastningens Størrelse, er det paa Forhaand umuligt at sige, hvilken Belastningstilstand, der er den farligste. Man nøjes da ofte med at undersøge Grænsetilfældene, nemlig største Last i Forbindelse med den samtidige Ekscentricitet og største Ekscentricitet i Forbindelse med den samtidige Maksimallast.

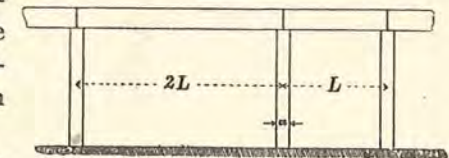


Fig. 108.

En Søjle, der bærer to Bjælker af Spændvidde  $L$  og  $2L$  (Fig. 108), skal altsaa undersøges for Totalbelastning paa den lange Bjælke (Ekscentricitet  $\frac{a}{4}$ , naar der ses bort fra den korte Bjælkes Egenvægt) og for Totalbelastning paa begge Bjælker (Ekscentricitet  $\frac{a}{12}$ ).

Som Regel er Søjlen **sammenstøbt med Bjælkerne**, saa der overføres bøjende Momenter til den; disse kan beregnes, som angivet i næste Afsnit, men som Regel indlader man sig ikke derpaa; man dimensionerer Søjlen, som om den var centralt paavirket, og reducerer til Gengæld den tilladelige Spænding. Hvis ingen af Bjælkerne stopper op ved Søjlen (Fig. 109, a), kan man regne med 0,9  $s_b$ , stopper een Bjælke op (b), kan man regne med 0,75  $s_b$ , stopper to Bjælker op (c), kan man regne med 0,6  $s_b$ .

En anden tilladelig Fremgangsmaade er at tænke sig Bjælkerne løsskaarne fra Søjlen og gennemskaarne i dennes Akse og derefter regne som angivet ved Fig. 108. Er Forbindelsen mellem Bjælke og Søjle forstærket ved Konsoller, medregnes disse til Bjælken og ikke til Søjlen.

### β. Bestemmelse af de fra Bjælke til Søjle overførte bøjende Momenter<sup>1)</sup>.

145. Hvis Bjælken er kontinuert og støbt i eet med Søjlen, vil der kunne overføres bøjende Momenter til denne, nemlig naar Fagene har forskellig Spændvidde eller er uens belastede. I det følgende forudsættes Faglængden konstant.

Hvis Bjælkens Vinkeldrejning over Søjlen er  $v$  (Fig. 110), maa Søjleenden dreje sig samme Vinkel, naar Forbindelsen mellem Søjle og Bjælke er fuldkommen stiv, og det ses let, at Søjls Moment alene afhænger af denne Vinkeldrejning og er proportional med den. Er Søjlen uendelig bøjelig, virker

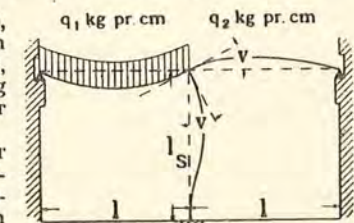


Fig. 110.

<sup>1)</sup> Se desangaaende A. Ostenfeld: Nogle simple Formler for de bøjende Momenter, der paavirker Søjlerne i Konstruktioner af armeret Beton (*Ing.* 1905, S. 83) og Husbygningssammekonstruktion (*Ing.* 1913, S. 519 og 657). Fremstillingen ovenfor følger i det væsentlige *Faber and Bowie: Reinforced Concrete Design.*

den ganske som et Vuggeleje for Bjælken, og Vinklen  $v$  kan beregnes af de almindelige Formler for simpelt understøttede, kontinuerlige Bjælker. I det følgende vil vi beregne  $v$  paa denne Maade og derefter bestemme de Momenter, som denne Vinkeldrejning fremkalder i Søjlen, naar der tages Hensyn til det Inertimoment, dens Tværsnit faktisk har. Da Søjleens Stivhed vil gøre  $v$  mindre end forudsat, bliver de fundne Momenter for store og er altsaa paa den sikre Side. Ønskes der en nøjagtigere Bestemmelse, maa ogsaa  $v$  beregnes med Hensyntagen til Søjleens Stivhed.

**146. Vinkeldrejningens Virkning paa Søjlen** afhænger af Søjleens Længde og Inertimoment samt af Maaden, hvorpaa den nedre Ende er støttet. Er Søjlen sammenstøbt med en stor Fodplade, kan den regnes for indspændt.

I alle Tilfælde maa Søjleens Moment variere efter en ret Linie fra dens Top til dens Fod, og

Momentet kan udtrykkes ved: 
$$M_S = z \cdot E \cdot v \cdot \frac{I_S}{l} \text{ kgem,} \quad (51)$$

hvor  $I_S$  er Søjletværsnittets Inertimoment, der ofte beregnes uden Hensyn til Armeringen, og hvor  $z$  er en Størrelse, der afhænger af Forholdene ved Søjleens nedre Ende.

Kan denne frit dreje sig (Fig. 111), antager  $z$  Værdierne  $z = 3$  foroven og  $z = 0$  forneden.

Er Søjlefoden indspændt (Fig. 112), findes  $z = 4$  foroven og  $z = -2$  forneden.

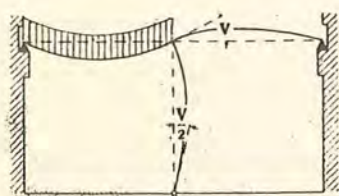


Fig. 111.

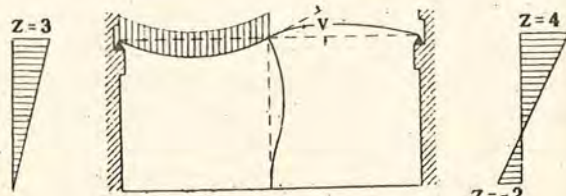


Fig. 112.

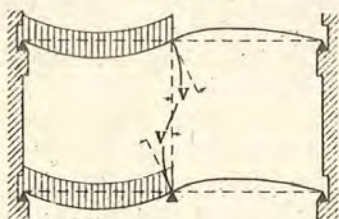


Fig. 113.

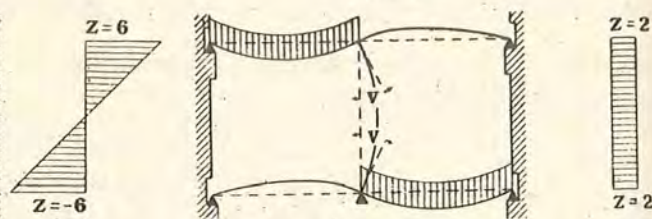


Fig. 114.

Er Forholdene som i Fig. 113, findes  $z = 6$  foroven og  $z = -6$  forneden.

Er Forholdene som i Fig. 114, findes  $z = 2$  saavel foroven som forneden.

Værdierne af  $z$  afhænger kun af Forholdet mellem Vinkeldrejningerne ved Søjleens øvre og nedre Ende; de vedbliver derfor at gælde, selv om Søjlen fortsætter sig opefter og nedefter, og selv om Bjælken Ender ikke er simpelt understøttede, eller det er andre Belastninger, der frembringer de viste Vinkeldrejninger.

**147. Søjlen undersøges** gerne for største Moment i Forbindelse med det samtidige Tryk og for største Tryk i Forbindelse med det samtidige Moment<sup>1)</sup>.

Betonspændingen bestemmes af: 
$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{M_S}{W_S} \quad (52)$$

og maa ikke overstige den tilladelige Bøjningsspænding. Desuden skal Søjlen undersøges for største Tryk virkende centralt uden noget Moment, idet der regnes med den under disse Forhold gældende tilladelige Spænding.

Hvis den neutrale Akse falder udenfor Søjleens Tværsnit, saa at man kan addere Spændingen fra det direkte Tryk og fra Momentet, behøver man slet ikke at bestemme  $I_S$ , idet Bøjningsspændingen i Afstanden  $y$  fra Tværsnittets Nullinie (Midterlinien ved symmetrisk Armering) er:

$$\sigma_b = M_S \cdot \frac{I_S}{y} = z \cdot E \cdot v \cdot \frac{I_S}{l} \cdot \frac{I_S}{y} = z \cdot E \cdot v \cdot \frac{y}{l} \quad (53)$$

Da  $v$  som bekendt vokser med Bjælkenes Længde, viser (51), at korte Søjler, der bærer lange Bjælker, bliver særlig stærkt paavirkede til Bøjning.

Hvis Søjlen ikke kan optage det bøjende Moment, maa den forstærkes, og man maa da lægge Mærke til, at hvis man f. Eks. fordobler  $I_S$ , vil  $v$  kun ændres i ringe Grad, og  $M_S$  vil

<sup>1)</sup> Det kan imidlertid vises, at den Paavirkning, Søjlen faar i det første Belastningstilfælde, forøges noget, naar den svære Last strækker sig lidt ind i Nabofaget, thi derved ændres  $v$  meget lidt, mens Søjletrykket forøges væsentligt.

derfor omtrent fordobles. Er Søjleens Tværsnit  $a \cdot b$ , vil en Fordobling af  $a$  ottefoldig  $I_S$  og kun firefoldig  $W_S$  og følgelig gøre mere Skade end Gavn. Man maa tilstræbe at faa  $W_S : I_S$  saa stor som mulig, altsaa forringe  $a$  og til Gengæld forøge  $b$ , men navnlig bruge en stor Armeringsprocent, mange Søjlebaand og en stærk Beton.

### Mellemsøjler.

**148. For den kontinuerlige Bjælke over 2 Fag** i Fig. 110 findes Trykket paa Søjlen at være  $R_S = \frac{2}{3}(q_1 + q_2)l$  og Momentet over Søjlen  $M = -\frac{1}{6}(q_1 + q_2)l^2$  kgem og Vinkeldrejningen over Søjlen  $v = \frac{q_1 - q_2}{48EI} \cdot l^3$ , under Forudsætning af at Søjlen er uendelig bøjelig. Ved Beregning

af Bjælkenes Inertimoment  $I$  tages der som Regel ikke Hensyn til Armeringen og til den eventuelle Plade. Naar den beregnede Værdi af  $v$  indsættes i (51), faas  $M_S$  udtrykt ved  $z$ , der varierer som Fig. 112 viser.  $z = 4$  giver altsaa det største Moment.

Tages der Hensyn til Søjleens Stivhed findes:

$$R_S = \frac{2}{3}(q_1 + q_2)l \quad \text{og} \quad v = \frac{(q_1 - q_2)l^2}{8E \left( 6 \frac{I}{l} + z \frac{I_S}{l} \right)}$$

$z_o$  er Værdien af  $z$  ved Søjleens øvre Ende, hvis Vinkeldrejning søges. I dette Tilfælde maa altsaa  $I_S$  bestemmes, og derefter kan Formel (51) og eventuelt (53) bruges.

Hvis Søjlen gaar gennem flere Etager (Fig. 115), er det indlysende, at ogsaa Søjlen over Bjælken paavirker  $v$ , og i

Nærværens Parentes maa derfor tilføjes Leddet  $z'_n \cdot \frac{I'_S}{l'_S}$ , hvor

$z'_n$  er Værdien af  $z$  for den øvre Søjles Fodpunkt. Momentet i Søjlen under den betragtede Bjælke bliver størst, naar  $v$  og  $z$  er saa store som muligt, følgelig skal  $z'_o$  være Maksimum (Fig. 113) og  $z'_n$  Minimum (Fig. 114). Det farligste Belastningsforhold er altsaa det i Fig. 115 viste.

**149. Hvis Bjælken har 3 Fag af samme Vidde**, faar Søjlerne de største bøjende Momenter, naar Belastningen er som i Fig. 116. Man har da:

$$R_S = 0,55(q_1 + q_2)l \quad \text{og} \quad v = \frac{3q_1 - 2q_2}{10 \frac{I}{l}} \cdot \frac{l^2}{12E}$$

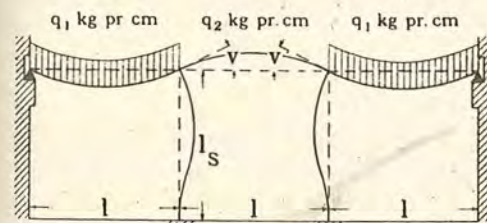


Fig. 116.

$$R_S = 0,55(q_1 + q_2)l \quad \text{og} \quad v = \frac{1,5q_1 - q_2}{I_S + 4 \cdot \frac{l}{l}} \cdot \frac{l^2}{12E}$$

naar Søjlerne Stivhed lades ude af Betragtning. Er der Forskel paa Yderbjælkenes Inertimoment  $I_1$  og Midterbjælkenes  $I_2$ , haves tilnærmelsesvis:

$$v = \frac{3q_1 - 2q_2}{\left( 10 + 7,5 \left( 1 - \frac{I_2}{I_1} \right) \right) \frac{l}{l}} \cdot \frac{l^2}{12E}$$

der er helt rigtig for  $I_2 = 0,8 I_1$ .

Tages Hensyn til Søjlerne Stivhed, findes:

**150. Har Bjælken 4 eller flere Fag**, kan man undersøge den første og sidste Betonsøjle, som om de tilhørte en 3 Fags Bjælke (Fig. 116), mens den eller de indenfor staaende Søjler kan behandles, som om Bjælken havde uendelig mange Fag. For en Bjælke med uendelig mange Fag, der skiftevis er stærkt og svagt belastede, haves  $v = \frac{q_1 - q_2}{I_S + 4 \cdot \frac{l}{l}} \cdot \frac{l^2}{12E}$ , altsaa alene afhængig af den bevægelige Last:  $p = q_1 - q_2$ .

### Ydersøjler.

**151. Det har hidtil været forudsat**, at Bjælkenes Ender var simpelt understøttede. Er de støbt i eet med Ydersøjlen, vil det forringe de bøjende Momenter i de indre Søjler, og man er

følgelig paa den sikre Side ved at beregne disse efter de tidligere udviklede Formler. For Ydersøjens Vedkommende har man med de i Fig. 117 viste Forhold:  $v = \frac{q}{2} \cdot \frac{l^2}{12E}$ , naar der ses bort fra Søjens Stivhed. Af  $v$  bestemmes Søjlemomentet paa vanlig Vis. Med Hensyntagen til Søjens Stivhed er

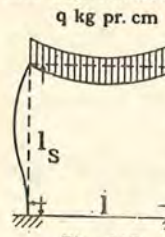


Fig. 117.

$$v = \frac{q}{z_0 \cdot \frac{I_s}{I_s} + 2} \cdot \frac{l^2}{12E}$$

Er der flere Etager, fremkommer det største Moment ved den i Fig. 118 viste Belastning; der giver  $z_0 = 6$  for den undersøgte Søjle og  $z_n = 4$  for Søjlen ovenover, altsaa:

$$v = \frac{q}{6 \frac{I_s}{I_s} + 4 \frac{I_s}{I_s} + 2} \cdot \frac{l^2}{12E} \quad \text{og} \quad M_s = 6 \cdot E \cdot v \cdot \frac{I_s}{I_s} \text{ kgcm}$$

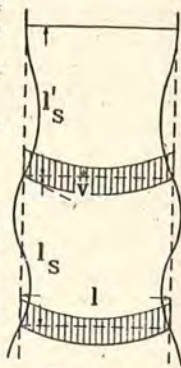


Fig. 118.

udfor Bjælken. Slige Ydersøjler bliver langt værre paavirkede end Mellemsøjler.

### 3. Funderingspæle.

#### a. Egenskaber.

152. Jærnbetonpæle bruges meget til Funderinger, navnlig fordi de kan rage op over Grundvandet uden at raadne som Træpæle, men ogsaa fordi de kan belastes stærkere<sup>1)</sup>. For deres Brug til Broag og Bolværker (§ 14)<sup>2)</sup>, spiller det en Rolle, at de ikke angribes af Pæleorm og Pælekrebs. Derimod kan Mosebund indeholde tærende Stoffer (Byggematerialer 1911, § 1161). I Storbyerne sænkes Grundvandet i Tidens Løb som Følge af Kloakering og Anlæg af dybe Kældere og underjordiske Baner, saa her vil det ofte være rigtigst at bruge Betonpæle, selv om den øjeblikkelige Vandstand tillader Brugen af de baade i Anskaffelse og Ramning billigere Træpæle<sup>3)</sup>.

Almindelige Jærnbetonpæle rammes efter fornøden Hærdning; saadanne Pæle er de stærkeste, men de maa støbes i Tide og ofte med Overlængde, fordi man ikke ved, hvor dybt de vil gaa. Disse Ulemper kan undgaas, naar Pælene støbes paa deres Plads i Jorden (§ 164).

#### b. Form og Armering.

153. Fig. 119 viser en Jærnbetonpæl i dens almindeligste Form<sup>4)</sup>. For Længden er der ingen øvre Grænse, naar blot man har en tilstrækkelig stor Rambuk<sup>5)</sup>. I visse Tilfælde har man afbrudt Ramningen, blottet Pæleenderne

<sup>1)</sup> De er opfundne af Coiseau (se *Le Ciment* 1903, Nr. 6, S. 85), der har det oprindelige Patent, og blev første Gang anvendt af Coignet 1894, men deres Betydning var ringe, indtil Hennebique anvendte dem i Nantes 1897.

<sup>2)</sup> Se *Ing.* 1906, S. 315; 1908, S. 121 og 1916, S. 469—71.

<sup>3)</sup> Vejbroen, der fører over Fæstningskanalen ved *Norre Ellegaard*, nær Gentofte, blev af økonomiske Grunde funderet paa Træpæle, men der toges Hensyn til en mulig, fremtidig Sænkning af Vandspejlet, ved at Pælene kappedes 50 cm under daglig Vande, hvorefter forud støbte Forlængelsesstykker af Jærnbeton trykkedes ned over dem.

<sup>4)</sup> Saafremt Spidsen ikke naar ned i virkelig fast Bund, anbefaler *Mörsch* (*Der Eisenbetonbau* 1912, S. 473) at forme Pæleens nederste Trediedel som en Pyramidestub for at faa et tykkere Jordlag til at bære med. I saadan blød Bund skal Pælene rammes dybt for at sidde fast, og man bruger derfor en slankere Spids' end til haard Bund. Baade *Spunspæle* (*B. u. E.* 1911, S. 317) og *Spunsplanker* (*B. u. E.* 1912, S. 34) kan forsynes med Fjer og Not, navnlig naar de skylles ned.

<sup>5)</sup> 19 m lange Pæle er f. Eks. rammet i *Cuxhaven* Havn af Firmaet *Christiani & Nielsen*.

og paastøbt en Forlængelse, og saa efter fornøden Hærdning rammet videre. Af Hensyn til Transport og Ramning bør Tværsnittets Side-linie staa i et passende Forhold til Pæleens Længde og som Regel mindst være  $a = \frac{1}{50}l + 10 \text{ cm}$ . Det er godt at affase **Pælehovedet**, da man derved modarbejder Faren for, at Ramklodsen skal ramme Pælen ekscentrisk og slaa Flager af Siderne. Pælene **armeres** som Søjler, altsaa med mindst  $\frac{3}{4} \%$  Jærn, men med flere Bøjler, navnlig i Enderne<sup>1)</sup>. Til Bøjler bruges 5—7 mm Rj., og de skal passe meget stramt. Fig. 122 bør ikke tages til Mønster. Om **Pælespidsen** behøver en Beskyttelse afhænger af Bundens Beskaffenhed, navnlig af om den er stenet. Den i Fig. 122 viste Pæl er saaledes uden Beskyttelse, idet Jærnenderne blot er svejst sammen til en udragende Spids<sup>2)</sup>, men i Almindelighed bruges en Pælesko. Denne kan være smedet, eller den kan være støbt af Staal som den i Fig. 121 viste, hvor en Dorn presser Jærnene fast mod Skoen<sup>3)</sup>. Hyppigst fremstilles Skoen dog af Pladejærn (Fig. 119), og man bøjer da nogle Flige af Pladen ind i Betonen, for at Skoen ikke skal smutte af. En saadan Sko styrer ikke Pælen saa godt som en rigtig Spids<sup>4)</sup>, men den er billig<sup>5)</sup>. Spidsen formes gerne som en ligesidet Trekant.

#### c. Støbning.

154. Pælene støbes vandret i en firkantet Kasse, hvis Længde svarer til de længste Pæles; kortere Pæle kan da støbes i samme Kasse, idet Længden afgrænses med en flyttelig Endevæg. Jærnskelettet nedlægges samlet i Kassen, hvorefter Pæleskoen og den korte Jærnstump, der skal styrke Eggen, hvis den støder paa en Sten, anbringes.

<sup>1)</sup> Bøjleafstanden kan passende sættes til 10d og i Enderne 5d. Om beviklede Pæle se *B. u. E.* 1906, S. 297 og *Mörsch: Der Eisenbetonbau* 1912, S. 471.

<sup>2)</sup> Denne Pæleform brugtes af *Möbus* til en Bygning i Berlin; Sammensvejsningen kostede kun ca. 50 Øre (*B. u. E.* 1903, S. 246). Det trekantede Tværsnit giver en forholdsvis større Friktionsflade end det kvadratiske, men bruges ikke mere.

<sup>3)</sup> Konstruktionen er patenteret af *Züblin* og brugt ved Funderingen af Hamburgs Hovedbanegaard (*B. u. E.* 1903, S. 246).

<sup>4)</sup> Naar Pælene rammes paa et skraanende Terræn, har Spidsen Tilbøjelighed til at vige ud i Retning af Skraaningens Fod, idet Modstanden i denne Retning er mindst. En skæv Sko kunde muligvis bøde herpaa.

<sup>5)</sup> Arbejdslønnen var i 1917 ca. 13 Øre pr. Stk.

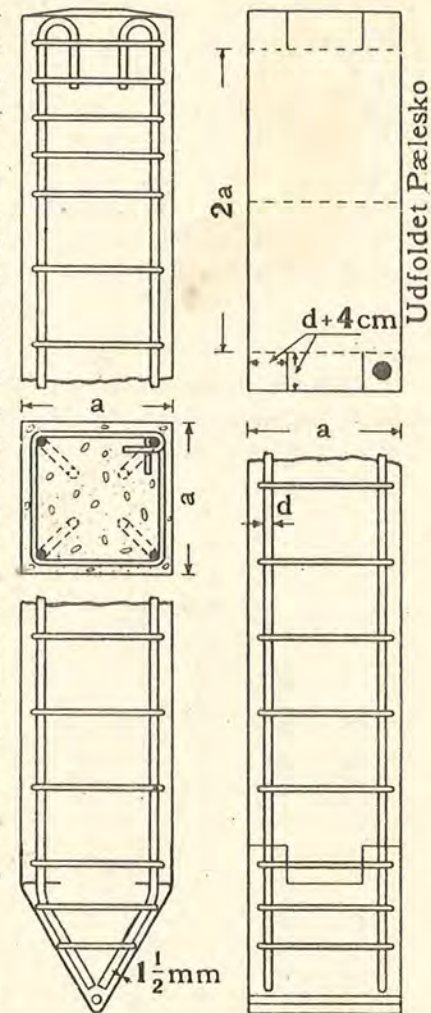


Fig. 119.

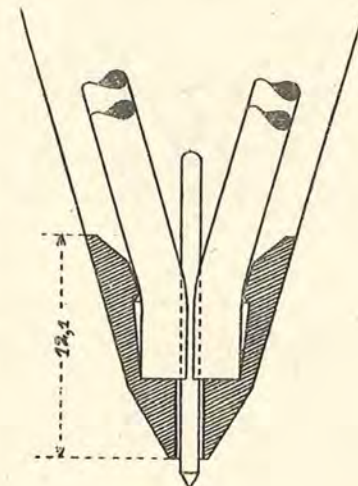


Fig. 121.

Eftersom Ramningen skal ske kortere eller længere Tid efter Støbningen, maa Betonen være federe eller magrere. Undertiden bruges en federe Blanding til Pælens Top og Spids end til det øvrige. **Blandingsforholdet** 1:2:3 vil som Regel være passende, naar Pælene faar Lov at hærde i 6 Uger, hvilket er det almindeligste, men ved Brug af federe Beton har man forkortet Tiden til det halve<sup>1)</sup>.

Af Hensyn til de tunge Pæles Transport bør **Støbe- og Lagerpladsen** ligge nær Forbrugsstedet, og den maa være forholdsvis stor, eftersom det ikke kan betale sig at stable højt, da Pælene i underste Lag hyppigst skal bruges først.

#### d. Ramning.

155. I Sandbund bliver Pælene ofte **skyllet** ned, hvortil deres store Egenvægt gør dem særlig egnede. Slige Pæle fremstilles hyppigst med en Kanal i Midten<sup>2)</sup>, men man kan ogsaa føre et Jærnrør ned langs Pælens Side og pumpe

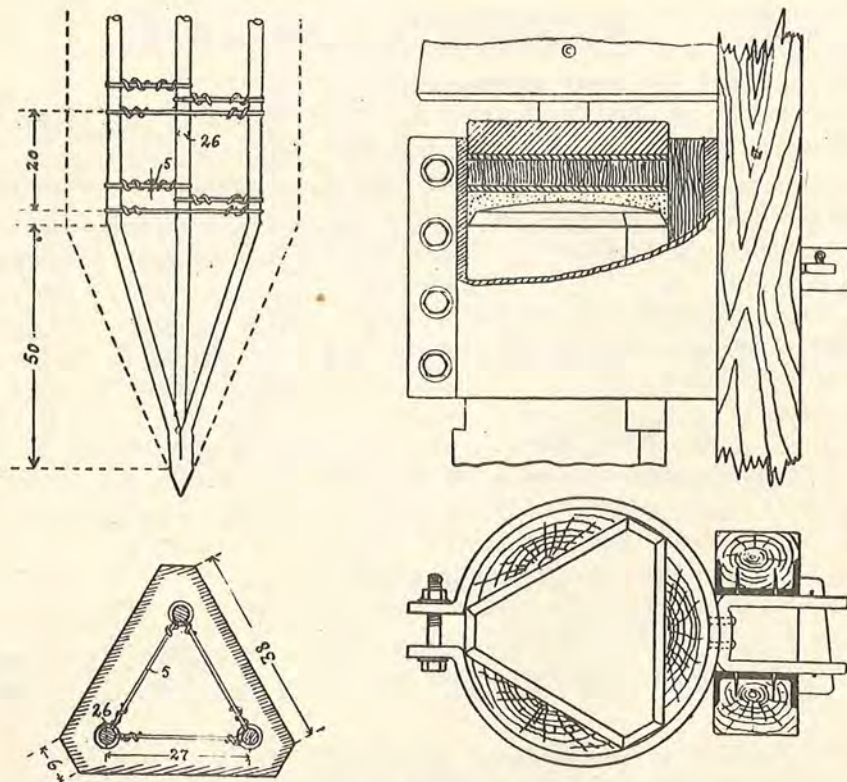


Fig. 122.

<sup>1)</sup> Som Eksempler paa anvendte Blandingsforhold skal nævnes: Til Hamburgs Hovedbanegaard brugtes 1:2:3, 1:1 $\frac{1}{2}$ :2 $\frac{1}{2}$  og 1:1 $\frac{1}{2}$ :1 $\frac{1}{2}$ , til Banegaarden i Metz 1:1 $\frac{1}{2}$ :3 (Alder: 4-6 Uger), Considère har brugt 1:1 $\frac{1}{4}$ :2 $\frac{1}{2}$ , nemlig 1 m<sup>3</sup> Skærver (10-25 mm),  $\frac{1}{2}$  m<sup>3</sup> Sand (< 5 mm), 560 kg Cement.

<sup>2)</sup> Kanalen udmunder foroven et Stykke nede paa Pælens Sideflade, hvor den sættes i Forbindelse med Trykledningen (5-10<sup>at</sup>). Efter Skyllingens Ophør er der tomt under Spidsen, og Pælen maa derfor sluttelig have nogle Ramslag (se B. u. E. 1911, S. 317 og Leske: Der Betonpfaal S. 65).

Vandet ned igennem det. I leret Bund, eller hvor Vand mangler, sænkes Pælene ved **Ramning**<sup>1)</sup>.

Pælens Transport til Rambukken og selve Ramningen maa foretages forsigtigt. Naar Pælene rejses op, vil de, hvis Bunden er blød, synke et Stykke ned i Jorden paa Grund af deres store Vægt, og naar Ramklodsens derefter sættes ovenpaa, vil de yderligere synke. Man paabegynder saa Ramningen med ganske lette Slag og forøger ikke Faldhøjden, førend det bliver nødvendigt. Større Faldhøjde end 1<sup>m</sup> plejer man ikke at bruge (se dog § 157).

Af Hensyn til, at Betonen ikke skal knuses under Slagene, maa den **øvre Pæleende** beskyttes paa en eller anden Maade. De meget vidtgaaende Forsigtighedsregler, man har iagttaget i tidligere Tid, har dog nu vist sig overflødige<sup>2)</sup>.

Som Regel nøjes man med at lægge  $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{1}$  Dusin sammenlagte Sække ovenpaa Pælen, saa der bliver ialt 80-100 Lag<sup>3)</sup>. Jo mere Slaget afbødes, des bedre beskyttes Pælen, men samtidig forringes Slagets Nyttvirkning, hvilket der burde tages Hensyn til ved Bedømmelsen af Pælens Bæreevne.

#### e. Bæreevne.

156. Pælens Bæreevne afhænger dels af deres Styrke, dels af Grundens Bæreevne.

Pælene **dimensioneres** som Søjler, idet man dog kun byder dem  $\frac{5}{6}$  af den Spænding, der tillades for Søjler, altsaa højst  $\frac{5}{6} \cdot 50^{at}$ . Er Pælen rammet ned i fast Bund, men foroven omgivet af Luft eller Vand, da regnes med denne frie Længde som Søjlelængde; er den helt eller delvis omgivet af bløde Lag, kan man tænke sig disse Lag erstattet af et halvt saa højt Luftlag; er Pælen omgivet af fast Fyld, regner man slet ikke med Fare for Udbøjning<sup>4)</sup>. Ved koniske Pæle regnes med Tværsnittet midt i Søjlelængden.

**Grundens Bæreevne** bedømmes efter hvor fast Pælen kan rammes<sup>5)</sup>. Der findes en Mængde forskellige Formler, der alle er ret teoretiske, idet de

<sup>1)</sup> Prisen for Ramningen sammensættes af Prisen for Rambukkens Transport til Arbejdsstedet, dens Flytning her og selve Rammearbejdet. Prisen afhænger derfor ikke blot af Pælens samlede Antal; er de fordelt i smaa, spredte Grupper, saa Rambukken skal flyttes ofte og langt, forøges Prisen. 8<sup>m</sup> lange Pæle med 30 cm Sidelinie kan rammes for 12-15 Kr. pr. Pæl, naar de staa nogenlunde bekvemt, og der er en 20-30 Stkr. 5<sup>m</sup> lange Pæle, 20 20 cm, kan rammes for ca. 6 Kr. pr. Stk., idet der med et Ramslag betjent af 3 Mand kan rammes ca. 5 om Dagen.

<sup>2)</sup> Man har omgivet Pæleenden med et Hylster af Jærnplade (Fig. 122), der ragede lidt op over den, og som enten spændtes fast om Pælen eller efterlod et Mellemrum paa 3 cm, der fyldtes med fugtigt Sand. Hensigten var i bægge Tilfælde at hindre Betonen i at vige ud til Siden. Oven paa Pæleenden lagdes Savsmuld dækket af et Stykke haardt Træ, der modtog Slagene. Man er endog gaaet saa vidt med at afbøde Slagene, at man først lagde en Blyskive, saa en tynd Jærnplade, derpaa en Træskive, atter en tynd Jærnplade og endelig en svær Jærnplade. Man bruger ogsaa rigtige **Hætter af Staalstøbegods** (Fig. 123), der gennem et lille Hul i Toppen fyldes med Sand eller Savsmuld og tættes forinden med Ler. Slagene falder da direkte paa Hætten. Endnu simplere er det at fylde denne med gamle Sække. Hvis man omhyggeligt **bevikler** Jærnene i Pæleenden, er der iøvrigt intet i Vejen for at ramme direkte paa denne uden nogen anden Beskyttelse. De øverste 8-15 cm af Pælen vil da blive knust og virke som en Stødpude for Resten (B. u. E. 1906, S. 297).

<sup>3)</sup> Pælens Jærn bør have Kroge, ellers kan de ved Ramningens Slutning trænge gennem Sækkene og blive vejnede, saa Sækkene ikke kan fjernes. Disses Virkning aftager, efterhaanden som de komprimeres, og der maa da indlægges nye Sække mellem de gamle.

<sup>4)</sup> Ved de saakaldte **Friktionspæle**, der ikke naar ned til fast Bund, men udelukkende bæres af Friktionen, regnes heller ikke med Fare for Udbøjning.

<sup>5)</sup> Se B. u. E. 1903, S. 9 og 316.

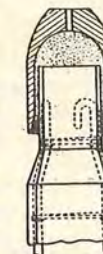


Fig. 123.

ikke tager Hensyn til Bundens Beskaffenhed. I Danmark bruges *Eytelweins* Formel:

$$P = \frac{1}{u} \cdot \left( \frac{G_R^2}{G_R + G_P} \cdot \frac{h}{y} + G_R + G_P \right), \text{ hvori } \begin{cases} P = \text{Pælens tilladelige Last i kg} \\ G_R = \text{Ramklodsens Vægt i kg} \\ G_P = \text{Pælens Vægt i kg} \\ h = \text{Faldhøjden i cm} \\ y = \text{Synkningen i cm for det sidste Slag} \\ u = \text{en Usikkerhedskoefficient.} \end{cases} \quad (54)$$

Saaframt  $G_R \geq \frac{1}{2} G_P$ , og det bør altid være Tilfældet, sættes  $u = 5$ . Skal Pælen bære  $P^{kg}$ , maa Ramningen altsaa fortsættes, indtil Synkningen som Middeltal for de sidste 5 eller 10 Slag er bragt ned til Værdien:

$$y = \frac{G_R^2}{G_R + G_P} \cdot \frac{h}{5P - G_R - G_P} \quad (55)$$

Ved Fastsettelsen af Usikkerhedskoefficienten bør man dog ogsaa tage Hensyn til, hvor stor en Skade en eventuel Synkning vil forvolde.

**Friktionen** mellem Pæl og Jord er mindre under Ramningen end senere hen, naar Jorden har faaet Ro til at lejre sig tæt om Pælen. Det viser sig undertiden meget tydeligt, naar man afbryder Ramningen af en Pæl om Aftenen og fortsætter næste Morgen. Det kan da hænde, at Pælen næsten ikke synker, og først efter nogen Tids Ramning antager Synkningen samme Værdier som Aftenen forud. Hurtigt paa hinanden følgende Slag er derfor ogsaa virksommere end langsomme.

157. Formel (54) kan ikke bruges, naar Slagets Energi er lille i Forhold til Pælens Vægt; sættes f. Eks.  $G_R = 1^{kg}$ , vil  $y$  selvfølgelig blive Nul, og altsaa  $P = \infty$ ; bruges en meget lille Faldhøjde, kommer man til samme Resultat. Der er næppe Tvivl om, at Ramklodsens Vægt har større Indflydelse paa Pælens Bæreevne end Formlen lader formode, og man bør derfor søge at faa den tungest mulige Ramklods (helst  $G_R \leq 2G_P$ ), saa at den nødvendige Energi kan frembringes uden Brug af store Faldhøjder<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Slagets Nyttetvirkning afhænger imidlertid i høj Grad af **Jordbundens Beskaffenhed**. Lerbund er sammenhængende og klæbrig og søger at følge med Pælen, hvorved den kommer i Svingninger, der optager en Del af Slagets Energi. Sandbund er derimod hverken sammenhængende eller klæbrig, og hele Pælens Bevægelse bliver derfor uelastisk. Det ligger derfor nær at regne med en større Usikkerhedsgrad for Lerbund end for Sandbund, men paa den anden Side er det muligt, at Friktionens Vækst med Tiden (hvorom senere) er størst for Lerbund.

I Tyskland bruges hyppigst **Brix' Formel**:  $P = \frac{1}{u} \cdot \frac{h}{y} \left( \frac{G_R}{G_R + G_P} \right)^2 \cdot G_P$ , (56) i hvilken  $u$  kun sættes lig 2, da det ved alle Prøvebelastninger har vist sig, at Pælene bærer 2–3 Gange saa meget, som Formlen angiver. Formel (54) er dog sikkert at foretrække, da den tildeler  $G_R$  en større Indflydelse.

<sup>2)</sup>  $G_R$  ligger gerne mellem 800 og 4000 kg. Faldhøjden bør, som tidligere nævnt, ikke overstige 1 m. Hvis man vilde sikre sig, at Pælen ikke knuses, selv om der rammes paa den, efter at den sidder fast, maatte hele Slagets Arbejdsmængde kunne optages af Pælen, uden at Spændingen overstiger Trykstyrken. Naar Pælens elastiske Forkortelse har naaet sit Maksimum  $\lambda$  cm (der er forsvindende lille i Forhold til  $h$ ), vil der i Pælen være et totalt Tryk  $P$ , der, under Forudsætning af parabolisk Arbejdslinie, bestemmes af  $G_R \cdot h = \frac{2}{3} \cdot P \cdot \lambda$ . Løses Ligningen med Hensyn til

$$h \text{ og sættes } P = F \cdot \sigma_b \text{ og } \lambda = \frac{2}{10000} l \text{ (§ 101), faas: } h = \frac{\frac{2}{3} F \sigma_b \cdot \frac{2}{10000} l}{G_R} = \frac{F l \cdot \sigma_b}{3000 \cdot G_R}$$

Indføres  $G_P = \frac{2400}{100^3} \cdot Fl$  og  $\sigma_b = 210$  at (Prismestyrken), findes

$$h = \frac{4}{3000} \cdot \frac{100^3}{2400} \cdot \sigma_b \cdot \frac{G_P}{G_R} = \frac{\sigma_b}{1,8} \cdot \frac{G_P}{G_R} = 117 \frac{G_P}{G_R}$$

For  $G_R = G_P$  vil man altsaa under de givne Forudsætninger kunne gaa til  $h = 117$  cm. Indføres

Overhovedet bør man ikke blindt stole paa Formlen, men saa vidt muligt fortsætte med Ramningen, til Pælen er kommen 1,5–2 m ned i fast Bund. Denne Dybde vil man ogsaa kunne regne med ved Projektering, saafremt en Prøveramning ikke er foretaget. Er der Jordlag med nogen Bæreevne over den faste Bund, kan man regne med en noget ringere Rammedybde<sup>1)</sup>.

158. Ved høje Bygværker, f. Eks. Vandtaarne, kan man undertiden have Brug for at regne Pælens Modstandsevne mod Optrækning til Gunst for Stabiliteten. Slige **Trækpæle** kan man byde en Belastning, der er  $\frac{3}{4}$  af det Tryk, man vilde byde den samme Pæl, naturligvis forudsat at Pælen er armeret derefter.

#### f. Huses Fundering paa Pæle.

159. Naar et Hus skal funderes paa Pæle, begynder man med at beregne Vægten af de enkelte Mure og Piller, indbefattet deres Belastning, og indtegner derefter Pælene paa **Funderingsplanen**, saaledes at de saa vidt muligt alle faar lige meget at bære.

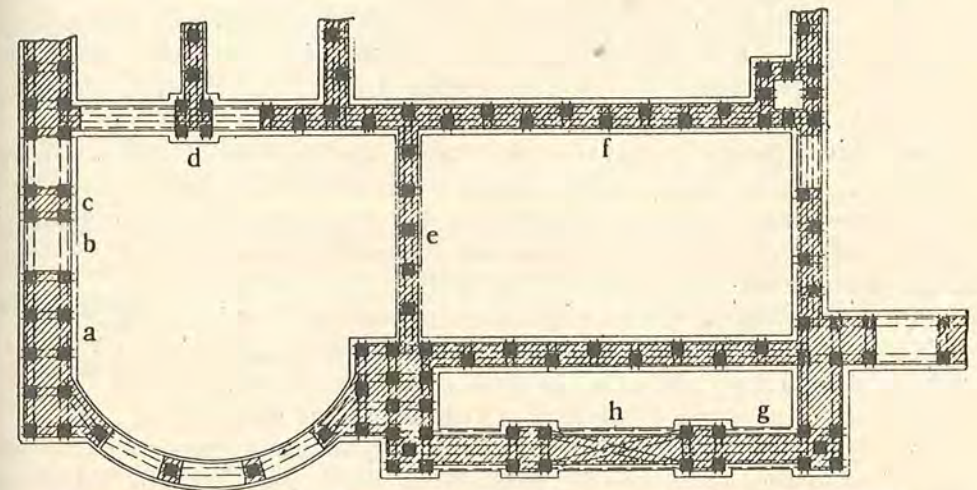


Fig. 124. Funderingsplan for Indgangspartiet af Studenterforeningen i København.

Af Hensyn til Faren for en Gennemlokning bør **Fundamentets Højde** ikke være mindre end Pælens Sidelinie, og det bør rage en halv Pælebredde udenfor Pælene. Betonen i Fundamentet maa være stærk nok til at taale Pælens Tryk og tæt nok til at beskytte Jærnet mod Rust.

Under en Mur uden Gennembrydninger og med nogenlunde jævnt fordelt Belastning fordeles ogsaa Pælene jævnt enten i een Række, naar Muren er tynd (Fig. 124 e) eller i flere Rækker, naar den er tyk (a); under middeltikke Mure

atter  $G_P = \frac{2400}{100^3} \cdot Fl$ , kommer man til Udtrykket:  $hG_R = 117 \frac{2400}{100^3} \cdot Fl = 0,28 Fl$  eller med  $h$  og

$l$  i Meter:  $\frac{hG_R}{F} = 0,28 L$ . Under almindelige Forhold, hvor Pælen synker for Slaget, er det

Friktionen, der optager Størstedelen af Arbejdet, saa Pælens Spænding bliver langt ringere og tillige mindre afhængig af  $L$ . Ved Ramning af Træpæle fastsættes undertiden  $3,5 \text{ kg/cm}^2$  som en Maksimalværdi for  $\frac{HG_R}{F}$ ; for Jærnbetonpæle har man været oppe paa Værdien 5, men hvis

Slagene kun afbødes ved Hjælp af Sække, kan man næppe være sikker paa at komme op over ca. 2.

<sup>1)</sup> Om Rammedybden for Spunspæle har Havneingeniør E. V. Møller skrevet i *Ing.* 1909, S. 389

kan de rammes i Zigzag (f). Er der Aabninger i Muren, saa Trykket fordeler sig uensartet over Grunden, maa Pælene stilles derefter, og navnlig bør man ikke stille Pæle paa Steder, hvor Kældermuren har Dør eller Vinduesaabninger (b). Hvis Pælene rammes i Zigzag eller i flere Rækker, er det naturligt at lade deres Yderflader flugte med Murens, idet man derved opnaar en god Stabilitet uden at gøre Fundamentet bredere end vanligt. Er Pladsen under

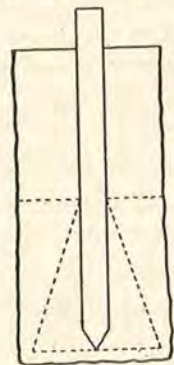


Fig. 125.

Muren kneben, kan man godt rykke Pælene noget ud (c), men maa da eventuelt samtidig gøre Fundamentet bredere (d). Til Bæring af en **Jærnbetonsøjle** kan man nøjes med en enkelt Pæl, men det er ikke at anbefale, da den ikke kan rammes nøjagtig centralt; 3 eller flere Pæle grupperede om Søjle's Akse er bedre.

Den fri **Afstand mellem Pælene** maa ikke gerne være mindre end  $1\frac{1}{2}$  Gange Pælens Sidelinie, thi ved stærk Koncentrering kan man næppe gøre Regning paa at faa Pælens Bæreevne fuldt udnyttet. Om Pælene er stillede for tæt, kan man danne sig et Skøn over ved at antage, at Trykket forplanter sig ned gennem de bæredygtige Lag under en Hældning af 1:3 (Fig 125); i det vandrette Plan gennem Pælespidserne maa Trykket paa Grunden da ikke overstige den tilladelige Værdi.

160. Efter Ramningen skal Pæleenderne **sammenstøbes** med et Betonfundament, og man fjerner derfor Betonen i de opragende Ender. Dette sker ret let, naar man først slaar Hjørnerne af, overklipper Tværarmingen og bøjer Længdejærnene ud til Siden; al den resterende Beton kan da fjernes under eet med et Slag. Er de blottede Jærn for lange, højes de vandret hen over Pælen enten forneden som vist tilvenstre paa Fig. 126, hvorved de hindrer en Flækning af Pælen og hjælper til at optage Forskydning, eller, hvis der er anden Armering i Fundamentets Underside, foroven, som vist tilhøjre paa Fig. 126.

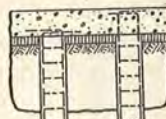


Fig. 126.

161. Er der langt mellem Pælene, maa **Fundamentet armeres** og gøres saa højt, at det kan bære Lasten paa den paagældende Strækning; man nøjes gerne med at armere Undersiden og regner da med simpel Understøtning. Jærnet lægges over Pælene, som vist punkteret paa Fig. 124, og over hver Pæl paabindes 2 Tværjærn (7<sup>mm</sup> Rj.), der dels holder Længdejærnene i Stilling og dels modvirker en Gennemlokning. Som Spændvidde kan indføres Lysvidden mellem Pælene, og selv om Pælene staar i Zigzag, kan man godt regne, som om de stod i een Linie (Fig. 124 f). Jærnene bør saavidt muligt hvile paa Pælene; ved g har man sat sig ud over denne Regel for at faa Jærn midt i Fundamentsbjælken; ved h er bægge Dele opnaaede ved at krydse Jærnene. Naar der ingen Pæle er sat under g og h, er det fordi det massive Murværk her er ganske lavt og afløses af Muraabninger lidt højere oppe.

Skal Fundamentet armeres, bør Jorden omkring Pælene dækkes med et 5—10<sup>cm</sup> tykt Lag **Grovbeton** 1:4:7 eller magrere (Fig. 126), saa man har en ren Flade at lægge Jærnene paa, men denne svage Beton maa naturligvis ikke føres hen over Pælene og udlægges derfor bedst inden disses Afkortning.

162. Ved store Haller uden Tværmure maa Pælene under Ydermurene kunne optage del vandrette Vindtryk. Er dette lille, vil Jorden, der ligger an mod Pæle og Fundamentsbjælke, muligvis kunne optage det; er det stort, maa der rammes **Skraapæle**, hvis Hældning af Hensyn til Ramningen ikke bør overstige 1:2.

## g. Andre Funderingsmaader.

163. Valget af Funderingsmaade for et Hus afhænger dels af Dybden til fast Bund, dels af Grundvandspejlets Beliggenhed, men desuden af den overliggende Jords Løshed og mange andre Forhold, saaledes at almenlydige Regler ikke kan gives. Den følgende Vejledning maa derfor kun opfattes som et Fingerpeg i den rigtige Retning. Hvis den faste Bund ligger **højere end Grundvandet**, kan man bruge et **gennemgaaende Betonfundament**, forudsat dettes Højde, regnet fra Kældergulvets Overside ikke overstiger 3—4 m; er Funderingsdybden større, vil Jærnbetompæle være billigere. Hvis Hensynet til Trykket paa Grunden ikke kræver et gennemgaaende Betonfundament, men kun enkelte Piller (der da foroven forbindes med en Bue eller Jærnbeton-Drager), vil man ofte med Fordel kunne bruge denne Funderingsmaade, naar Funderingsdybden overstiger 2 m, og selv ved en Dybde af 7 m kan den stille sig billigere end Jærnbetompæle. Hvis den faste Bund ligger **lavere end Grundvandet**, kan man bruge et gennemgaaende Betonfundament, forudsat dettes Højde regnet fra Kældergulvets Overside ikke overstiger 3—4 m, og forudsat man ikke kommer mere end ca.  $1\frac{1}{2}$  m ned i Grundvandet; staar Grundvandet højere, vil Fundering paa Træpæle være billigere. Er der over 4 m til fast Bund, vil man fundere paa Pæle, og Træpæle er da billigst, forudsat man ikke af Grundvandets Stand tvinges til at støbe et meget højt Betonfundament ovenpaa dem. Hvis dette Fundaments Højde overstiger  $\frac{2}{3}$  af Dybden til fast Bund, vil Jærnbetompæle være billigere. Ogsaa ved høj Vandstand kan dog en Fundering paa enkelte Piller give en økonomisk Konstruktion<sup>1)</sup>, idet de enkelte Huller er lettere at afstive og at holde fri for Vand end en gennemgaaende Grav.

164. Som nævnt i § 152 kan der vindes Tid ved at fundere paa **Betompæle, der hærdner i Jorden**. Disse Pæle er gerne uarmerede, men en Armering er i de fleste Tilfælde mulig. En Omtale af de forskellige Systemer og en Literaturliste findes i *Leake: Der Betonpfaal*, 1916.

Undertiden **komprimeres Byggegrunden** ved Nedramning af smaa Træpæle, der atter trækkes op, hvorefter Hullerne fyldes med Beton. En nyere Fremgangsmåde er den saakaldte **Compressol-Fundering**, hvor Hullet frembringes ved gentagne Fald af en slank, kegelformet Jærnkloids (Perforator). Det saaledes dannede cylindriske Hul fyldes med Beton, der komprimeres med en anden Ramklods. Er der Vandaarer i Bunden, kræver Metoden særlige Forholdsregler (B. u. E. 1911, S. 316). For ikke at faa Jord blandet ind i Betonen gik den russiske Ing. Strausz over til at sænke et 25<sup>cm</sup> vidt Jærnrør ned i Grunden ved at bore Jorden bort indenfor det; naar den gode Byggegrund er naaet, stemples der Beton ned i Røret, samtidig med at dette trækkes tilvejs for atter at anvendes. Betonforbruget er  $2\frac{1}{2}$ —4 Gange saa stort som Rørets Volumen, idet Betonen viger sideværts ud og sammenpresser Jordlagene, og da disses Modstand varierer, danner der sig Vulster paa Pælen, hvorved Bæreevnen forøges: Metoden egner sig til Forstærkning af gamle Fundamenter, da man er fri for Rambukken, saa Arbejdet kan ske i en Kælder af faa Meters Højde og uden Rystelser. Er der Vandaarer i Bunden, duer Metoden ikke, og heller ikke i stenet Fyld, da Boringen er for besværlig. Paa Bunden af det borede Hul kan man anbringe en Patron og antænde den, efter at Betonen er fyldt i. Ved **Ekspllosionen** presses Jorden til Side og giver Plads for Betonen, saa Pælen faar en bred Fod at staa paa (Ing. 1914, S. 512). Ved Fremstilling af de amerikanske **Simplexpæle** bliver det 40—60<sup>cm</sup> vide og 2<sup>cm</sup> tykke Staalrør rammet ned, idet det ender i en løs Støbejerns Sko eller, ved blød Bund, i en saakaldet Aligatorspids, et Par lukkede Kæber, der, naar Røret trækkes op, aabner sig og lader Betonen passere. Ogsaa disse Pæles Tværnsnit bliver større end Rørets; i blød Bund kan Forholdet mellem Diametrene være som 60 til 40, men i Almindelighed er Forholdet kun som 45 til 40, idet Jorden forud er komprimeret ved Ramningen. Undertiden kan de nystøbte Pæle lide ved Nabopælens Ramning (Ing. 1910, S. 247; T. F. T. A. f. J. 1910, S. 35). Ved System **Mast** er Røret kun et Blikhylster, der er nippet til Skoen og som trækkes ned af denne, idet der midlertidigt anbringes en Træpæl inde i Hylsteret og rammes paa Pælen. Hylsteret bliver siddende i Jorden og fyldes med Beton. Træpælens Optrækning volder en Del Vanskelighed, undertiden følger Hylsteret med, og undertiden deformeres det tomme Hylster af Jordtrykket (Ing. 1911, S. 10; 1913, S. 464).

## C. Strakte Bygningsdele.

### 1. Uarmeret Betons Forhold overfor Træk.

#### a. Betonens Trækstyrke.

165. Trækstyrken ligger mellem  $\frac{1}{8}$  og  $\frac{1}{20}$  af Trykstyrken, og er hyppigst 10—20<sup>at</sup>, altsaa kun ringe; da den tilmed helt kan svigte, enten som Følge af Svindspændinger eller ved mangelfuld Udførelse navnlig i Støbeskel, ser man som Regel bort fra den og indlægger saa meget Jærn, at det kan optage alle Trækspændingerne. Ved god Udførelse vil imidlertid Betonen optage Størsteparten af Trækket, først naar dette bliver saa stort, at Betonen revner, faar Jærnet det hele at bære. Trækstyrken vokser med Betonens Cementindhold (§ 28),

<sup>1)</sup> Se en grafisk Fremstilling i *H. Struif: Der Betonpfaal System Mast*, 1910, S. 16.



men i ringere Grad end Trykstyrken; den aftager med voksende Vandtilsætning, men ogsaa i ringere Grad end Trykstyrken (§ 27). Alderens Indflydelse er omtalt i § 31, Svindspændingers Indflydelse i § 168.

### b. Betonens Trækelasticitet.

166. Trækelasticitetskoefficienten  $E_b^t$  vokser med Styrken altsaa med Betonens Fedme, med aftagende Vandmængde og med Alderen, og den er større for Skærvebeton end for Grusbeton. I Praksis sættes gerne  $E_b^t = 140\,000^{at}$ , men denne Værdi passer ikke for smaa Spændinger<sup>1)</sup>. For en given Beton er  $E_b^t$  og  $E_b^c$  ligestore, saalænge Spændingerne er smaa, men  $E_b^t$  aftager hurtigere med voksende Spænding end  $E_b^c$ .

### c. Betonens Rumfangsændringer under Hærdningen

167. Som bekendt vil Beton svinde, naar den hærdner i Luften, og udvide sig, naar den hærdner i Vand<sup>2)</sup>. For 1<sup>m</sup> lange Prismer, 20·20<sup>cm</sup> i Tværsnit,

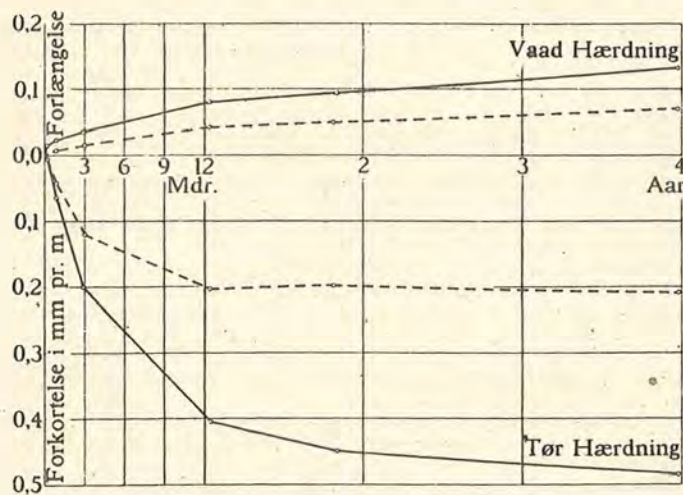


Fig. 127.  
 ———— Uarmeret Betons Længdeforandringer.  
 - - - - - Jærnets Længdeforandringer i en tilsvarende Beton armeret med 0,79% Jærn.

med Vandhærdning, ikke blot fordi det Svind, der indtræder efter Vandhærdningens Afbrydelse, udlignes mer eller mindre af den allerede indtraadte Ud-

<sup>1)</sup> Efter de tyske Bestemmelser (1915) skal der regnes med  $n = E_j : E_b^t = 10$ . Bach har for 45 Døgn gammel Beton af god Kvalitet (1:2:3 og lign.), som den bruges til Jærnbeton, fundet  $E_b^t = 250 - 350\,000^{at}$  ved 7,5<sup>at</sup> Spænding.

<sup>2)</sup> Betonlegemer, der hærdner liggende paa fugtigt Sand og bedækkede med Sække, der holder fugtigheden (en Hærdningsmaade, der ofte bruges paa Laboratorierne), udvider sig ikke fuldt saa meget, som naar Hærdningen sker i Vand (Mitt. u. F. Heft 45—47, S. 95).

<sup>3)</sup> H. f. E. I 1912, S. 325. I de første Dage vil der ogsaa ved Lufthærdning ske en Udvidelse. F. Eks. fandt Rudeloff, at Betonen udvidede sig i de første 4 Døgn og derpaa trak sig sammen, saaledes at Længden af den 8 Døgn gamle Beton var lig den oprindelige (D. A. f. E., Heft 28, S. 83). I de første Uger vil Svindet ved Lufthærdning derfor være ringere end Udvidelsen ved Vandhærdning, navnlig naar Legemet er svært, saa Fordampningen foregaar langsomt (D. A. f. E., Heft 23, S. 21). Senere hen vil Svindet som Regel være større end Udvidelsen (Fig. 127), men Forholdet er formentlig afhængig af Vandtilsætningens Størrelse og Materialernes Karakter, thi Rudeloff har ved meget omhyggelige Forsøg med jordfugtig tilberedt Grusbeton 1:3 fundet Svind og Udvidelse ens (D. A. f. E., Heft 23, S. 21).

videlse, men ogsaa fordi selve dette Svind er ringere end det Svind, som indtræder ved udelukkende Lufthærdning<sup>1)</sup>. Paa tilsvarende Maade vil lufthærdnet Mørtel, der lægges i Vand, straks forlænge sig relativt stærkt, des stærkere jo ældre den er, men den vil aldrig naa den Udvidelse, som den vilde have naaet ved udelukkende Vandhærdning.

### d. Indre Kræfter, fremkaldte af Svindet.

168. Naar vandhærdnet Mørtel udtørres, opstaar der indre Kræfter i den. Fordampningen sker fra Overfladen, der altsaa svinder mere end det indre, saaledes at der nærmest Overfladen opstaar Trækspændinger, der holdes i Ligevægt af Trykspændinger i det indre. Først naar Legemet er helt gennemtørret, forsvinder disse Spændinger. De forsvinder dog ikke helt, thi i Udtørningsperioden har den vaade Hærdning fortsat sig i Legemets Indre, hvorved dette har udvidet sig.

De overfladiske Trækspændinger kan forringe Trækstyrken betydeligt. Bach har paavist dette ved Hjælp af de smaa Normalprøvelegemer, som bruges ved Cementundersøgelser. Han fremstillede 45 af disse Legemer og lod dem hærdne i Vand paa vanlig Vis. Da de var 28 Døgn gamle, blev 5 trukket over, mens Resten anbragtes i Luften og først blev prøvede paa de nedenfor anførte Tidspunkter:

Lufthærdning i .	0 Tm.	6 Tm.	14 Tm.	24 Tm.	2 Døgn	3 Døgn	4 Døgn	6 Døgn	12 Døgn
Trækstyrke i at .	34,5	38,4	32,1	26,3	21,5	24,5	28,0	34,4	43,2

Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 128. I de første 6 Timer stiger Styrken, men derefter synker den stærkt som Følge af de overfladiske Trækspændinger; efterhaanden som Udtørringen naar længere ind, forsvinder Trækspændingerne atter, og den gavnlige Virkning af Udtørringen gør sig da gældende. Jo større Legemets Tværsnit er, des senere mærkes naturligvis Udtørringens gavnlige Virkning. Brudfladen hos de 5 Legemer, der kun havde ligget 6 Timer i Luften, var fugtig over det hele; ved de paafølgende Forsøg viste der sig en stadig voksende tør Randzone, og i

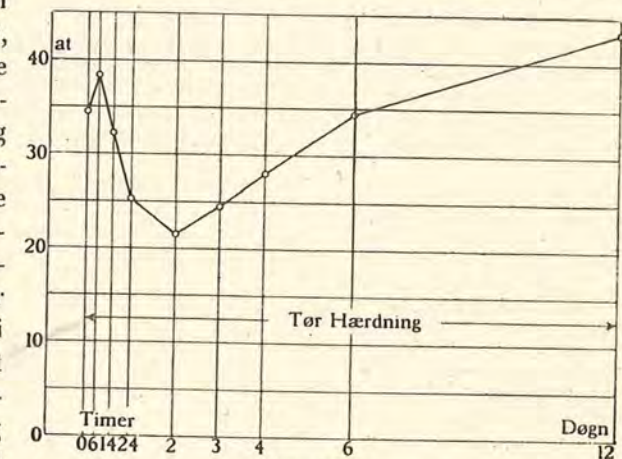


Fig. 128.

<sup>1)</sup> Saaledes fandt Rudeloff (D. A. f. E., Heft 23, S. 54 og 60), at Længden af 1000<sup>mm</sup> lange Prismer af jordfugtig tilberedt Grusbeton 1:3 varierede som følger, naar de efter 1 Døgn Lufthærdning lagdes i Vand og senere anbragtes i Luften:

Efter Vandhærdning i	3	7	28	90 Døgn
var Længden . . . . .	1000,053	1000,086	1000,144	1000,264 mm.
Efter yderligere 141 Døgn Lufthærdning				
var Længden . . . . .	999,898	999,914	999,989	1000,145 mm
Svind i disse 141 Døgn	0,155	0,175	0,155	0,119 „

medens samme Beton ved udelukkende Lufthærdning svandt 0,316<sup>mm</sup> i de første 140 Døgn, altsaa dobbelt-saa meget.

I Henhold til amerikanske Forsøg kan Svindet forringes ved Tilsætning af Mineralolie, men samtidig forringes Styrken.

de Legemer, der havde ligget 2 Døgn i Luften, var der kun 1 cm<sup>2</sup> tilbage af den fugtige Kærne<sup>1)</sup>.

I det følgende Afsnit vil vi se bort fra disse indre Kræfter og alene beskæftige os med de ydre Kræfter, som i visse Tilfælde fremkaldes af Betonens Svind.

### e. Svindrevner i uarmerede Betonkonstruktioner.

169. Fig. 130 viser venstre Ende af en lang, uarmeret Betonmur. Den vil svinde stærkest foroven; fordi Fordampningen her er stærkest, og fordi Fugtigheden vil trække nedefter under Paavirkning af Tyngdekraften. Murens underjordiske Del er nærmest underkastet en vaad Hærdning og vil følgelig udvide sig. Paa Grund af disse Forhold vil Muren søge at krumme sig, saaledes at dens

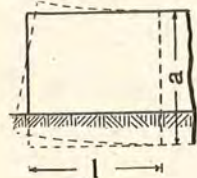


Fig. 130.

Ende paa en Strækning  $l$  hæver sig fra Grunden. Vejer Muren  $P$  kg pr. løb. cm, og er dens Modstandsmoment  $W$ , vil der i det punkterede Snit opstaa et bøjende Moment, der foroven fremkalder en Trækspænding:  $\sigma_b^t = Pl \cdot \frac{1}{2} l : W$ ; heraf findes:

$$l = \sqrt{2 W \sigma_b^t : P}. \quad (57)$$

Efterhaanden som Svindet vokser, vil  $l$  og  $\sigma_b^t$  vokse, indtil de Æne omsider naar Betonens Bøjningsstyrke, og Muren revner. Naar Revnen har dannet sig, opstaaer der en ny fri Ende, for hvilken samme Betragtning kan opstilles; Afstanden mellem de enkelte Revner maa derfor ventes at blive konstant og proportional med Kvadratroden af Murens Modstandsmoment og Bøjningsstyrke, og omvendt proportional med Kvadratroden af dens Vægt.

For en Mur med rektangulært Tværsnit og vejende  $\gamma$  kg/m<sup>3</sup> bliver  $W = \frac{1}{6} ba^2$  og  $P = \gamma ab : 1000 000$ , altsaa  $l = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{6} ba^2 \cdot \sigma_b^t : (\gamma ab : 1000 000)} = 1000 \sqrt{\frac{a \sigma_b^t}{3 \gamma}}$ . Er Bøjningsstyrken 23 at og Vægten 2300 kg/m<sup>3</sup>, bliver  $l = \sqrt{a : 300}$ , altsaa for en 3 m høj Mur lig 10 m.

Af ovenstaaende følger, at eventuelle Dilatationsfuger bør indlægges med en indbyrdes Afstand, der er proportional med Kvadratroden af Murens Højde.

170. Ganske tilsvarende er Forholdet, naar en lang Altanplade (af Jærnbeton uden Længdearmering) er indspændt i en Mur. Pladens Forkant svinder stærkt, medens den i Muren værende

<sup>1)</sup> Mitt. Æ. F., Heft 72-74, S. 104. Andre 45 Prøvelegemer hærdnede 1 Døgn i fugtig Luft, 6 Døgn i Vand og 21 Døgn i Luft. Efter 28 Døgn Hærdning blev 5 af Legemerne undersøgt, mens Resten lagdes i Vand og først blev prøvet paa de nedenfor angivne Tidspunkter (s. S. S. 107):

Vandhærdning i Timer	Trækstyrke i at
0	48,8
3	26,8
6	24,8
9	24,0
24	25,9
2 Døgn	28,0
3	31,2
7	31,7
14	33,6

Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 129. Her skyldes det stærke Styrkefald dog næppe indre Kræfter, men simpelt hen Oplødningen, og den senere Stigning skyldes en Efterhærdning.

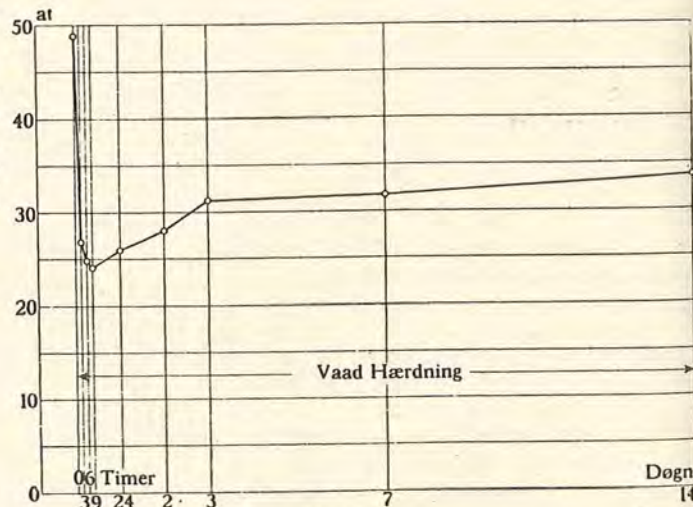


Fig. 129.

Del hærdner vaadt. Pladen søger at krumme sig (i et vandret Plan), men hemmes af Muren, og Forskellen fra før er blot, at den hemmende Kraft  $P$  her er uafhængig af Pladens Vægt og alene afhængig af Murens Modstand<sup>1)</sup>.

Undertiden kan man se en Hegnsvæg af Jærnbeton, der er støbt oven paa en overjordisk Sokkel, revne ved Sökkelen, saaledes at Revnen taber sig opefter. Dette kan forklares ved, at Svindet her er nogenlunde ens overalt og søger at trække Enden af Væggen til højre (Fig. 130), mens Bevægelsen hemmes af Friktionen mellem Væggens Underside og Sökkelen. Bruges de samme Betegnelser som før, og kaldes Friktionskoefficienten  $\alpha$  og Væggens Tværsnit  $F$ , vil den totale Friktion paa Strækningen  $l$  være  $\alpha Pl$ , og den største Trækspænding i det punkterede Snit:

$$\sigma_b^t = \frac{\alpha Pl}{F} + \frac{\alpha Pl \cdot \frac{1}{2} a}{W}$$

Den første Revne vil derfor komme i en Afstand fra Væggens frie Ende af:

$$l = \frac{\sigma_b^t}{\alpha P} \cdot \left( \frac{1}{F} + \frac{1}{2} \frac{a}{W} \right), \quad (58)$$

hvor  $\sigma_b^t$  betegner den mellem Træk- og Bøjningsstyrken liggende Brudspænding for Betonen. Er Væggen  $b$  cm bred, bliver  $l = \sigma_b^t \cdot ab : 4\alpha P$ . Afstanden mellem Revnerne bliver altsaa proportional med den totale Trækraft, som Væggen kan optage, og omvendt proportional med den hemmende Kraft.

Tilsvarende Forhold indtræder, naar en Tunnel med murede Sidevægge er dækket med en vandret Betonplade uden Fordelingsjærn (eller naar en saadan Plade er udstøbt mellem to Jærnbjælker). Er Pladens Tykkelse  $a$  cm, Spændvidden  $b$  cm og Vægten  $P$  kg pr. løb. cm, vil hver af Murene modsætte sig Svindet med Kraften  $\frac{1}{2} \alpha P$  pr. løb. cm, saa at Afstanden  $l$  fra den frie Ende til første Revne bestemmes af Ligningen:  $l \cdot \alpha P = \sigma_b^t \cdot ab$ , altsaa:  $l = \sigma_b^t \cdot ab : \alpha P$ . I Virkeligheden er den hemmende Kraft dog ikke blot afhængig af Pladens Vægt, thi der er i Lejeffaderne en vis Forskydningsstyrke, hvis Værdi ikke lader sig skønne, men vi ser dog, at Revnernes Afstand maa blive konstant, og at de maa ligge des tættere, jo større den hemmende Kraft er, og jo mindre den totale Trækraft er, som Pladen kan optage.

171. I de opstaaede Revner vil næsten hele Betonens Svind paa Strækningen  $l$  give sig Luft; vi faar altsaa i uarmerede Betonkonstruktioner faa, men brede Revner.

En Armering vil — i Modsætning til den gængse Tro — ikke altid hemme Revnedannelsen, ja vil tværtimod ofte fremme den, men naar Armeringen udføres fornuftigt, kan man fordele Revnerne saaledes, at Antallet vokser, samtidig med, at hver enkelt Vidde formindskes.

## 2. Armeret Betons Forhold overfor Træk.

### a. Spændingsbestemmelse.

172. Ved Beregning af Trækspændingerne i et armeret Prisme gør man de samme Forudsætninger som ved Beregning af Trykspændingerne (§ 109). Man regner altsaa med et tænkt Betontværsnit:

$$F = F_b + nf = \left( 1 + \frac{ng}{100} \right) \cdot F_b, \quad (59)$$

hvor  $n$  er Forholdet mellem Trækelasticitetskoefficienterne for Jærn og Beton og gerne sættes lig 15 (§ 166).

En centralt virkende Trækraft  $P$  fremkalder altsaa en Betonspænding:

$$\sigma_b^t = \frac{P}{F_b + nf}, \quad (60)$$

mens Jærnspeendingen bliver  $n$  Gange saa stor.

### b. Revnedannelse.

173. Jærnbetonens Brudforlængelse har været Genstand for megen Strid. Medens franske Forskere har fundet, at armeret Beton kan forlænge sig langt

<sup>1)</sup> En Længdearmering langs Altanpladens Forkant vil forringe dennes Forkortelse og derved Faren for Revner.



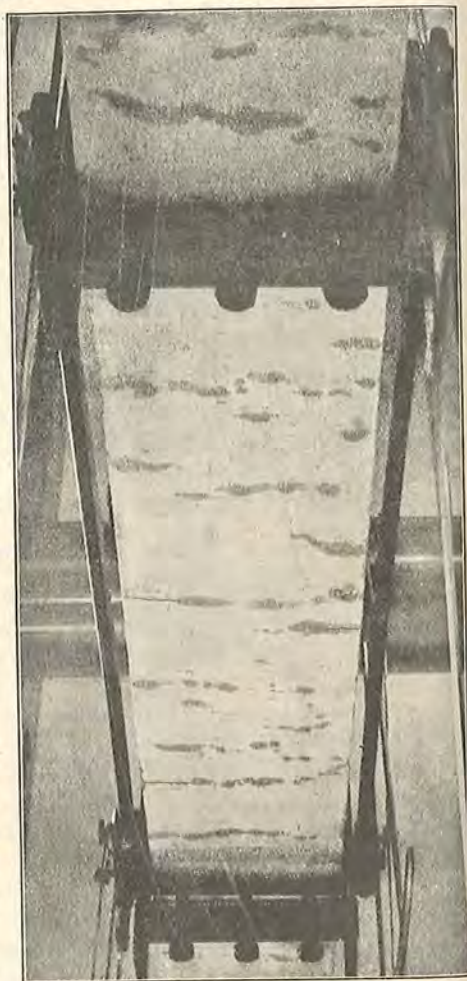
Fig. 131.

ud over, de  $0,2 \text{ mm/m}$ , som er en øvre Grænse for uarmeret Betons Brudforlængelse, er man i Tyskland kun kommet op paa godt  $0,4 \text{ mm/m}$ , og dette er kun opnaaet ved en særlig effektiv Armering, nemlig en  $7 \text{ mm}$  tyk Plade (Fig. 131), i hvilken der blev udfræsset to Længderiller, saaledes at de tiloversblevne tre Strimler hang sammen ved Enderne. Dette Forsøg vil blive nærmere omtalt i § 179.

Jærnet vil hæmme Betonens Rumfangsændringer under Hærdningen (Fig. 127), og naar de derved fremkaldte Spændinger medregnes, kan der efter de Forsøg, der nu foreligger, næppe være Tvivl om, at den Spænding, ved hvilken Betonen revner, er ens for armeret og uarmeret Beton (§ 181), og det vil vi forudsætte i det følgende<sup>1)</sup>. Revnen behøver imidlertid ikke at være synlig; der kan godt findes Tværsnit, i hvilke Trækspændingen er Nul, uden at de to Flader fjerner sig saa meget fra hinanden, at det kan ses paa Betonens Overflade. Dette fremgaar af forskellige Bøjningsforsøg. Bach, der ved at hvidte Bjælkerne gjorde det lettere at opdage Revnerne, fandt, at Revnens Vidde mindst skulde være  $\frac{1}{200} \text{ mm}$  for at blive synlig under Lupe.

Hackstroh gjorde de for det blotte Øje usynlige Revner synlige ved at væde den belastede Bjælkes strakte Side (denne vendte opad) med en fortyndet, rød Anilinopløsning; efter at Opløsningen var trængt ind, aflastedes Bjælken, hvorved Anilinen pressedes ud af Revnerne, som derved blev synlige. Hemert forbedrede Metoden ved at anbringe Anilinen i Længdestriber, der stadig holdtes fugtige; naar Bjælken belastedes, viste de efterhaanden opstaaende Revner sig ved, at Anilinen flød sideværts ind i dem<sup>2)</sup>.

174. Naar vaadthærdnede Jærnbetonbjælker belastes, opstaar der paa et givet Tidspunkt fugtige Pletter paa Bjælkerens Underside, som først paavist af Turneure<sup>3)</sup>. Et Stykke Beton, der udsavedes ved en af disse Pletter, var uden Sammenhæng. Pletterne er senere iagttagne af Ferel og Bach, fra hvis Forsøg Fig. 132 stammer. Naar de rigtige Revner viser sig, er det altid i disse Vandpletter, saa de skyldes utvivlsomt mikroskopiske Revner, gennem hvilke Vandet træder ud indefra. Ved Længdemaalinger paa Bjæl-

Fig. 132<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> En Oversigt over de talrige Forsøg paa dette Omraade findes i Graf: *Einiges zur Rissbildung des Eisenbetons* (B. u. E. 1910, S. 175). Se ogsaa *Mitt. ü. F.*, Heft 45—47, S. 156.

<sup>2)</sup> *I. M.'s Kongress in Kopenhagen 1909*, IX 1 d. S. 6.

<sup>3)</sup> *Engineering News* 1904, Bd. 52, S. 214. <sup>4)</sup> *Mitt. ü. F.*, Heft 45—47, Textblatt 1.

kernes Over- og Underside konstaterede Bach, at Formforandringerne begyndte at vokse stærkere, naar disse Pletter viste sig. Ved Opdagelsen af den første Vandplet havde Bjælkerens Underside forlænget sig  $0,06—0,10 \text{ mm/m}$ , mens Revnerne først opdagedes ved en Forlængelse af  $0,12—0,18 \text{ mm/m}$ .

### c. Spændingsforhold i et revnet Prisme.

175. Fig. 133 viser et Betonprisme med en Jærnstang indstøbt i Midten. Naar Prismet strækkes, saaledes at Forlængelsen pr. Længdeenhed overalt er den samme (∴ at Tværsnittene forbliver plane), vil der være samme Spænding i alle Jærnets Tværsnit, og denne Spænding er afsat fra Jærnets Overside opefter; paa samme Maade er Betonspændingen afsat fra Jærnets Under-

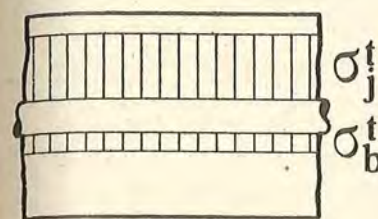


Fig. 133.

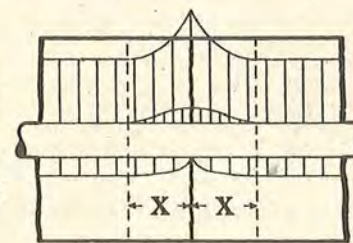


Fig. 134.

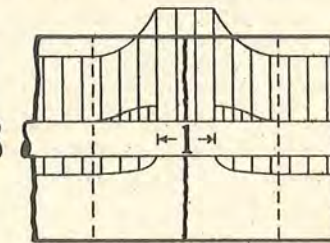


Fig. 135.

side nedefter. Betonspændingen er for Tydeligheds Skyld tegnet relativ stor. Naar Betonen revner, ændres Spændingstilstanden til den i Fig. 134 viste, idet Betonspændingen synker til Nul i Revnens Plan, medens Jærnspeændingen stiger i tilsvarende Grad; betragtes en af Prismehalvdelen for sig, er den i Revnens Plan kun paavirket af Trækket i Jærnet, og der maa følgelig opstaa AdhæSIONsspændinger mellem dette og Betonen; disse Spændinger er afsatte opefter fra Jærnets Overside. I en Afstand  $x$  fra Revnen vil Trækspændingerne atter have deres oprindelige Værdi, og AdhæSIONsspændingen altsaa være Nul. Den første Revne aflaster derfor Betonen paa Strækningen  $x$  til bægge Sider, men i den øvrige Del af Prismet er Betonspændingen oppe paa Brudværdien  $S_b$ , og der vil følgelig opstaa nye Revner med en indbyrdes Afstand af højst  $2x$ .

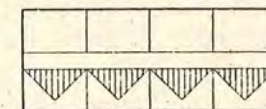


Fig. 136.

Forudsætter vi for Simpelheds Skyld, at Spændingerne varierer efter rette Linier, vil Spændingsfordelingen i et revnet, homogent Betonprisme være som Fig. 136 viser, hvor Højden i Spændingstrekanten er en Ubetydelighed lavere end Betonens Trækstyrke.

Jo spinklere Jærnet er, des kortere er den Strækning,  $x$ , som det behøver, for ved AdhæSION at afgive sin Kraft til Betonen. **Revnernes Afstand** vil derfor aftage sammen med Jærndiameteren.

176. Saafremt AdhæSIONen ikke ophæves, vil **Revnens Vidde** være Nul inde ved Jærnet, og naar dette ligger nær Betonens Overflade, som det gør i rationelle Konstruktioner, vil Revnen forblive meget fin. I slige Konstruktioner vil en tydelig Revne formentlig kun forekomme, naar AdhæSIONen ophæves paa en Strækning  $l$ , hvorved Spændingstilstanden bliver den i Fig. 135 viste. Revnens Vidde vil da være lig med Jærnets Forlængelse paa Strækningen  $l$  og vil altsaa vokse med  $l$  og med Jærnspeændingen. Ved at bruge meget og spinkelt Jærn kan man bringe AdhæSIONsspændingen saa langt ned, at Adhæ-

sionen overhovedet ikke ophæves, og Revnerne altsaa forbliver ganske fine. Hvad enten Adhæsionen ophæves eller ej, vil den Længde ( $x$ ), som kræves til at faa Trækket i Jærnet ensformig fordelt over Tværnittet, være des mindre, jo bedre Jærnet er fordelt over Tværnittet, og jo mindre  $\sigma_j^t$  er. Stærk Armering og spinkle Jærn giver derfor tætliggende, fine Revner; svag Armering og svære Jærn giver færre og grovere Revner.

Ser man bort fra Tværnittenes Krumning, kan man beregne den Værdi af  $l$ , der giver Revnen en vis Vidde f. Eks.  $\frac{1}{200}$  mm. Man har nemlig:  $\epsilon_j^t = \frac{\lambda}{2000} : l = \sigma_j^t : E_j$ , altsaa:

$$l = E_j : 2000 \sigma_j^t = 2100\ 000 : 2000 \sigma_j^t = 1050 : \sigma_j^t.$$

Hvis f. Eks.  $\sigma_j^t = 1050$  at, findes:  $l = 1$  cm.

Konsekvensen af det foregaaende er tilsyneladende, at man ved Brugen af Jærn, der ikke kan glide, f. Eks. Knudejærn, maa kunne udskyde Dannelsen af tydelige Revner til det Tidspunkt, paa hvilket Jærnet flyder, men i Virkeligheden viser den første Revne i en bøjst Bjælke sig paa samme Tidspunkt, uden Hensyn til om Bjælken er armeret med Knudejærn eller med Rundjærn<sup>1)</sup>. Denne tilsyneladende Uoverensstemmelse forsvinder, naar man betænker, at Adhæsionen kun behøver at ophæves paa en Længde af ca. 1 cm, for at Revnen skal blive synlig; da Knudernes Længde som Regel er større end 1 cm, kan de selvfølgelig ikke hindre, at Betonen trækker sig løs paa denne Strækning; men Revnerne kan ikke blive større end den Forlængelse, Jærnet faar paa en Knudes Længde, og spinkelt Knudejærn vil derfor utvivlsomt være i høj Grad egnet til at udelukke Dannelsen af grovere Revner saa længe det ikke flyder.

#### d. Jærnbetons Trækstyrke.

177. Trækstyrken paavirkes af Svindspændingerne (§ 180), men det ser vi her bort fra. Naar  $\sigma_b^t$ , bestemt af Formel (60), har naaet Trækstyrken,  $S_b^t$ , vil Betonen revne, og hele Trækraften i det revnede Tværnsnit overføres til Jærnet, som da muligvis trækkes over. I saa Fald bliver Brudbelastningen:

$$P = S_b^t \cdot (F_b + nf). \quad (61)$$

Kan Jærnet derimod optage Trækket, bliver Brudbelastningen:

$$P = S_j^t \cdot f. \quad (62)$$

Grænsetilfældet indtræder for:

$$S_b^t \cdot (F_b + nf) = S_j^t \cdot f \quad \text{eller:} \quad \frac{f}{F_b} = \frac{S_b^t}{S_j^t - nS_b^t} = \frac{\varphi}{100}. \quad (63)$$

Med  $S_j^t = 4000$  at,  $S_b^t = 15$  at og  $n = 15$  findes:  $\varphi = 0,4$  %.

Under de givne Forudsætninger vil man altsaa faa **pludseligt Brud**, naar Jærnprocenten er lavere end 0,4. Er  $\varphi$  noget større, vil Jærnet ikke brydes, men naar Betonen revner, vil det **pludseligt flyde**, saa der sker store Deformationer, og Revnerne i Betonen bliver gabende. En saadan Tilstand er økonomisk at sidestille med et Brud og bør ikke indtræde uden Varsel (§ 1). Den kritiske Værdi af  $\varphi$  findes af (63) ved Indsættelse af 2800 at i Stedet for  $S_j^t$  og bliver 0,58. Det vil imidlertid i § 188 blive vist, at denne Værdi er noget for høj, fordi der ikke er taget Hensyn til Betonens Svindspændinger, og at **Minimumsværdien for  $\varphi$**  passende kan sættes til ca. 0,5 %. Et sejt Brud kan dog ogsaa tilvejebringes paa den Maade, at man ved særlige Forholdsregler under Støbningen ophæver Betonens Trækstyrke i eet eller flere Tværnsnit.

178. Har man dimensioneret en Trækstang efter (62), vil den revne, naar Trækket har naaet den ved (61) bestemte Værdi. Forholdet mellem de to Kræfter er:

$$\frac{P_R}{P_B} = \frac{S_b^t}{S_j^t} \frac{F_b + nf}{f} = \frac{S_b^t}{S_j^t} \cdot \left( \frac{F_b}{f} + n \right) = \frac{S_b^t}{S_j^t} \cdot \left( \frac{100}{\varphi} + n \right), \quad (64)$$

altsaa aftagende med voksende  $\varphi$ . For et uarmeret eller svagt armeret Legeme falder Revnelast og Brudlast sammen, med voksende  $\varphi$  fjerner de sig fra hin-

<sup>1)</sup> Se mine Forsøg i *Ingeniøren* 1908, S. 135.

anden. Da Konstruktionerne udføres med konstant Sikkerhed overfor Brud vil **Sikkerheden mod Revner** aftage med voksende  $\varphi$ . Sættes  $S_b^t = 15$  at,  $S_j^t = 4000$  at,  $\varphi = 1$  % og  $n = 15$ , faas  $P_R = 0,43 P_B$ . Har man 4 Gange Sikkerhed mod Brud ( $S_j = 1000$  at), bliver Sikkerheden mod Revner:  $0,43 \cdot 4 = 1,72$ . Skal ogsaa Sikkerheden mod Revner være konstant, maa  $\varphi$  bestemmes af (63) idet man i Stedet for Brudværdierne  $S_j$  og  $S_b$  indfører de tilladelige Spændinger. Er den tilladelige Jærns pænding 1200 og den tilladelige Betons pænding 15 at

(altsaa Sikkerheden mod Revner kun 1) findes:  $\varphi = 100 \cdot \frac{15}{1200 - 15 \cdot 15} = 1,54$  %

Meget over 1 % bør  $\varphi$  altsaa ikke være, hvis man vil have nogen Sikkerhed mod Revner, og man kommer derved til meget store Tværnsnit.

For indendørs Konstruktioner i normal Atmosfære forlanges der ingen Sikkerhed mod Revner, man gør ikke Betontværsnittet større end at det netop kan rumme Jærnene, men for udendørs Konstruktioner foreskrives der ofte i Udlandet<sup>1)</sup> en Maksimalværdi for  $\sigma_b^t$ . En saadan Forskrift sikrer imidlertid ikke mod Revner, thi disse vil i Tidens Løb danne sig som Følge af Svind og Temperaturvariationer, selv om de af Belastningen fremkaldte Trækspændinger er smaa<sup>2)</sup>. De sekundære Spændinger bliver ganske vist ogsaa formindskede, naar Betontværsnittet forøges, men det er tvivlsomt, om det, der opnaas, er Umagen værd.

Overhovedet er der næppe Grund til at tillægge de fine Revner, der her er Tale om, en saa stor Betydning, at man forøger Betontværsnittet for at undgaa dem. Det vigtigste er, at der ikke kommer gabende Revner, og det sikrer man sig imod ved at bruge ikke en lav, men en høj Jærnprocent.

For at forøge Sikkerheden mod Revner har den norske Ingeniør *Lund* foreslaaet at belaste Jærnene med ydre Trækkræfter under Indstøbningen og Hærdningen. Betonen vil da blive sammentrykket, naar de ydre Kræfter fjernes. Forsøg (§ 180) har vist, at Fremgangsmaaden svarer til Hensigten, men den er vanskelig at gennemføre i Praksis, undtagen i særlige Tilfælde, som f. Eks. ved Buebroer med Kørebanen hængende under Buen; Omstøbningen af Hængestængerne kan da opsættes til Konstruktionen er afskallet, og Jærnene har faaet den til den hvilende Last svarende Spænding. Ogsaa Buers og Rammers Trækbaand kan undertiden lades uomstøbt, indtil Konstruktionen er afskallet.

#### e. Jærnbetons Trækelasticitet.

179. Saalænge Betonen ikke er revnet, vil et Jærnbetonprisme kunne regnes at forlænge sig som et uarmeret Prisme med det af Formel (59) bestemte, tænkte Tværnsnit. Efter Revnedannelsen vil Forlængelserne vokse hurtigere, men de vil dog ikke være saa store, som en Beregning paa Grundlag af Jærns pændingen i de revnede Tværnsnit giver. Den teoretiske Jærns pænding er nemlig kun til Stede i selve Revnerne, i Betonen mellem disse virker der stadig Trækspændinger (Fig. 136), der allaster Jærnet, saa det forlænger sig mindre. Betonens Virkning svarer paa det nærmeste til den Virkning, det vilde have, om man anbragte Fortykkelser paa Jærnet mellem Revnerne. Naar

<sup>1)</sup> Ved Bøjning, hvor Forholdene er tilsvarende, forlanger de schweiziske Statsbaner (1915), at Trækspændingen ikke maa overstige 25 at i Jærnbanebroer og 30 at i andre Broer og i saadanne Bygværker, der er stærkt udsatte for Røg o. l. Ved denne Beregning sættes  $n = 1$  og  $E_b^t = E_b^c$ ,  $\sigma$ : der regnes med et homogent Tværnsnit. Se ogsaa § 95, næstsidste Stykke.

<sup>2)</sup> *Inq.* 1916, S. 237.

man ved Træk eller Bøjning ser bort fra Betonens Trækspændinger, finder man derfor noget for store Deformationer, ogsaa efter at Betonen er revnet.

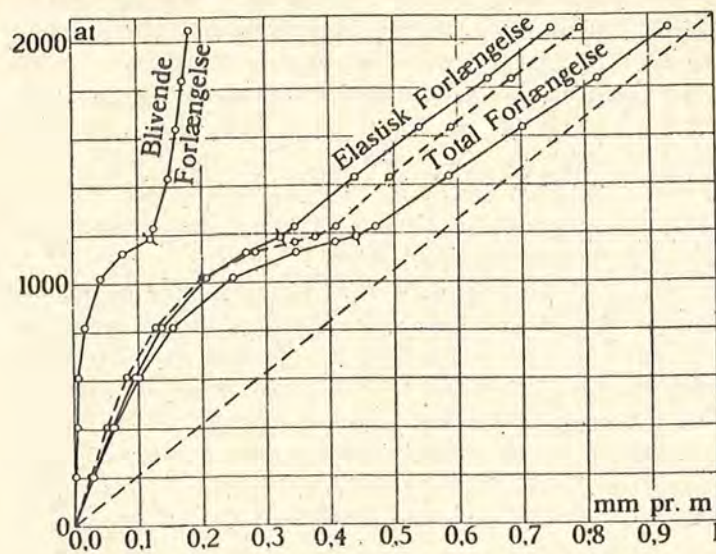


Fig. 137.

Kurverne angiver det Tidspunkt, paa hvilket den første Revne blev synlig. Samtidig maalttes Jærnets Forlængelse, og den punkterede Kurve viser dets totale Forlængelse<sup>2)</sup>. Endelig er der tegnet en punkteret, ret Linie, som angiver, hvor meget Jærnet skulde have forlænget sig, hvis den strakte Beton slet ikke var medvirkende, og hvis i øvrigt Forudsætningerne for de i Praksis brugte Formler var rigtige. At Afvigelserne i Begyndelsen er saa store er en simpel Følge af, at Betonen optager største Delen af det Træk, som Formlerne tildele Jærnet. Ved en Forlængelse af 0,2 mm/m er Kurven for Betonens totale Forlængelse parallel med den punkterede, rette Linie, hvilket vil sige, at Betonspændingen paa dette Stadium ikke mere er i Stigen, men kun Jærnspeændingen; paa den følgende Strækning begynder de usynlige Revner at danne sig, hvorved Kurven bliver meget flad, og først noget efter at den første Revne er bleven synlig, er Kraftens Overførelse fra Beton til Jærn saa vidt tilendebragt, at det nu i Hovedsagen er Jærnet, der bestemmer det yderligere Forløb af Kurven.

At de maalte Forlængelser af Jærnet ogsaa efter Revnedannelsen er mindre end de teoretiske, skyldes det ovenfor nævnte Forhold, at Betonen mellem Revnerne aflaster Jærnet. Den teoretiske Jærnspeænding er altsaa kun tilstede i Revnerne, Spændingens Middelværdi er lavere.

En Jærnbetonbjælkes Nedbøjninger følger samme Lov. Nedbøjningskurven er som Regel ikke kontinuerlig, men sammensat af en stejlere og en fladere Del, mellem hvilke Overgangen er mer eller mindre jævn. Det er hovedsagelig Revnerne, der er Skyld i denne Retningsforandring, men de bliver sjældent synlige, før man er inde paa den flade Del.

<sup>1)</sup> *Mitt. ü. F.*, Heft 45—47, S. 90. Bjælken var 20 cm høj, 15 cm bred og støbt af Grusbeton 1:1:2.

<sup>2)</sup> Forholdet mellem Jærnets og Undersidens Forlængelser svarede til Forholdene mellem Afstandene til den neutrale Akse.

Som Eksempel skal *Bachs* Forsøg med den i Fig. 131 viste Bjælke fremdrages. Bjælken hærdnede i Vand<sup>1)</sup>. I Fig. 137 viser de fuldt optrukne Kurver Betonens Forlængelse, som den maalttes paa Bjælkens Underside, idet Ordinaterne angiver den teoretiske Jærnspeænding, som man regner sig til ( $n=15$ ), naar Betonen slet ingen Trækspændinger kan optage. En Tværstreg paa

## f. Svindspændinger og Revnedannelse.

### a. Svindets Indflydelse paa Styrke og Brudforlængelse.

180. Naar Betonen armeres, vil dens Længdeforandringer modarbejdes af Jærnet (Fig. 127 i § 167), og et Betonprisme med en Jærnstang i Midten vil

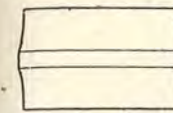


Fig. 138. Lufthærdning.

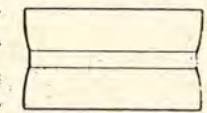


Fig. 139. Vandhærdning.

derfor antage de i Fig. 138 og 139 viste Former, henholdsvis ved Lufthærdning og Vandhærdning: Formforandringerne er dog tegnede stærkt overdrevne. Ved Lufthærdning vil der opstaa Trykspændinger i Jærnet og Trækspændinger i Betonen, ved Vandhærdning vil Forholdet være omvendt<sup>1)</sup>. Er den numeriske Værdi af Betonens Begyndelsespeænding  $\sigma_s$ , mens den af det ydre Træk fremkaldte Spænding er  $\sigma_b^t$ , vil Betonen revne, naar

$$\sigma_b^t \pm \sigma_s = S_b^t. \quad (65)$$

Den armerede Betons **tilsyneladende Brudspænding**, bliver altsaa:

$$\sigma_b^t = S_b^t \pm \sigma_s \quad (66)$$

∴ større end den uarmerede Betons ved Vandhærdning og mindre end den uarmerede Betons ved Lufthærdning; jo federe Betonen er, des større vil Forskellen være<sup>2)</sup>.

Forsøg paa dette Omraade er navnlig gjort med Bjælker. Naar der er Jærn nok til at optage Trækspændingerne, vil de indre Kriester ingen Indflydelse have paa Bjælkenes Brudlast, men derimod paa den Belastning, ved hvilken Betonen revner. Vaadhærdnede Jærnbetonbjælker har en større Brudforlængelse end vaadhærdnede, uarmerede Bjælker, og disse har større Brudforlængelse end tørhærdnede Jærnbetonbjælker. Eetaarige Jærnbetonbjælker, hærdnede henholdsvis i Luft og i fugtig Sand, revnede ved Belastninger, der forholdt sig som 57:100<sup>3)</sup>. Den Belastning, ved hvilken Revnerne viser sig, er des ringere, jo magrere og yngre Betonen er, jo vaadere den er udstøbt, og jo kortere Tid den vandes. Jo længere Tid Betonen vandes, desto mere vokser Sikkerheden mod Revnedannelse med Alderen. For ganske ens Jærnbeton-Bjælker fandtes<sup>4)</sup>:

Lagringsmaade	Revnelast
45 Døgn i fugtig Sand . . . . .	5687 kg
38 — — — — —, 7 Døgn tort . . . . .	4500 —
7 — — — — —, 38 — — — — —	3583 —

Begyndelsespeændinger, der frembringes ad anden Vej, har samme Virkning; ved at indstøbe Jærnet i strakt Tilstand ( $\sigma_j^t = 600$  at) fandt *Bach*, at den Belastning, der fremkaldte Revner, steg med ca. 50 pCt.<sup>5)</sup>

Armerede Trækprøvelegemer bliver stærkere (∴ revner senere) ved Vandhærdning end ved Lufthærdning; armerede Trykprøvelegemer forholder sig omvendt<sup>6)</sup>.

181. Uarmet Betons **Brudforlængelse** er 0,1—0,2 mm pr. m, mens den for armeret Beton er enten større eller mindre, eftersom Hærdningen er sket i Vand eller i Luft, idet den forøges eller formindskes med en til  $\sigma_s$  (Formel 66) svarende Størrelse. *Considère* og andre franske Forskere paastaar rigtignok, at Jærnet, ganske bortset fra Svindspændingerne, har en Evne til at hindre Revnedannelse, saaledes at Brudforlængelsen kan stige til 2 mm pr. m eller 20 Gange den uarmerede Betons<sup>7)</sup>, men dette beror utvivlsomt paa, at der ikke er anvendt fornøden Omhu paa Opdagelsen af Revnerne. *Bach* er, som tidligere nævnt (Fig. 137), ikke naaet højere end til godt 0,4 mm/m, og selv om man ved Brug af endnu højere Jærnprocenter og en finkørnet Mørtel, der jo ved Vand-

<sup>1)</sup> Ved gentagne Belastninger og Aflastninger vil disse Spændinger enten forøges eller formindskes som Følge af Betonens blivende Deformation.

<sup>2)</sup> Se *D. A. f. E.*, Heft 24.

<sup>3)</sup> *Mitt. ü. F.*, Heft 95, S. 13. <sup>4)</sup> *Bach u. Graf, Mitt. ü. F.*, Heft 72—74, S. 63. <sup>5)</sup> *Mitt. ü. F.*, Heft 90—91, S. 61. <sup>6)</sup> *Mitt. 12 aus Wien*, S. 12 og 15.

<sup>7)</sup> Naar man indslæmmer en Jærnstang med ren Cement og efter indtraadt Hærdning udfører et Trækforsøg, saa vil Cementhuden først revne, naar Jærnspeændingen er nær Flydegrænsen ∴ ved en Forlængelse af ca. 2 mm pr. m.

hærdning udvider sig langt stærkere end en grovkornet Beton<sup>1)</sup>, kan komme endnu højere op, er der næppe Tvivl om, at de franske Tal er overdrevne.

For de Betonsorter og Armeringsprocenter, der bruges i Praksis, er det tilfulde godtgjort, at den Forlængelse, ved hvilken der fremkommer synlige Revner, ikke væsentlig overstiger 0,2 mm/m, og at den som Regel ligger mellem 0,1 og 0,2 mm/m<sup>2)</sup>, altsaa samme Værdi som for uarmeret Beton. Ved Lufthærdning skulde man i Overensstemmelse med Ligning (66) vente Revnedannelse paa et tidligere Tidspunkt, og Revnerne er der formentlig ogsaa, men Jærnet hindrer dem i at aabne sig. Da Jærnet følges med Betonen, maa det i dennes Brudøjeblik ogsaa have forlænget sig 0,1 à 0,2 mm pr. m, og Jærnspændingen maa derfor være:

$$\sigma_j = 2\,100\,000 \frac{0,1 \text{ à } 0,2}{1000} = 210 \text{ à } 420 \text{ at } ^3) \quad (67)$$

Inden Betonen er revnet, er Jærnspændingerne altsaa smaa; det er først, naar Kraften fra den revnede Beton overføres til Jærnet, at dette udnyttes.

**β. Svindspændingernes Fordeling over et Prisme.**

182. Spændingerne i Betonen vil være størst nærmest Jærnet og aftage udefter, men vi vil i det følgende forudsætte, at Spændingerne er ensformig fordelte, og at altsaa Tværnittene forbliver plane, hvilket tilnærmelsesvis kan realiseres, naar Jærnet fordeles jævnt over Tværnittet<sup>4)</sup>.

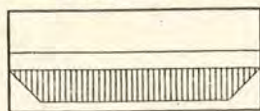


Fig. 141.

Jærnspændingen maa have samme Værdi gennem hele Stangens Længde indtil et Stykke fra Prismets Endeflader; fra dette Punkt og ud til den frie Endeflade maa den aftage til Nul. Forudsætter vi for Simpelheds Skyld, at Spændingen aftager efter en ret Linie, bliver Spændingsfordelingen som vist paa Fig. 141, der efter Behag kan tænkes at være en Fremstilling af Jærnets Trykspænding eller Betonens Trækspænding, da Ligevægten fordrer, at Summen af Trykspændingerne skal være lig Summen af Trækspændingerne inden for et hvilket som helst Tværnit. At Spændingen maa være konstant i Prismets midterste Del forstaaes ved følgende Betragtning. Hvis Jærnets Forbindelse med Betonen tilvejebringes, i Stedet for ved Adhæsion, ved Hjælp af Dorne, som Fig. 142 viser, kan Spændingerne i to paa hinanden følgende Afsnit bestemmes. Kaldes Jærnarealet  $f$ , Betonarealet  $F$ , Jærnets Trykspænding  $\sigma_1^c$  og  $\sigma_2^c$ , Betonens Trækspænding  $\sigma_1^t$  og  $\sigma_2^t$ , kræver Ligevægten:

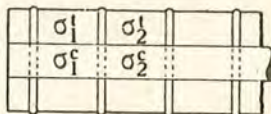


Fig. 142.

$$f \cdot \sigma_1^c = F \cdot \sigma_1^t \text{ og } f \cdot \sigma_2^c = F \cdot \sigma_2^t, \text{ hvoraf: } \sigma_1^t = \sigma_1^c \cdot \frac{f}{F} \text{ og } \sigma_2^t = \sigma_2^c \cdot \frac{f}{F}. \quad (68)$$

Er den uarmerede Betons Svind pr. Længdeenhed  $\epsilon_s$ , vil Betonen mellem de to første Dorne forkorte sig et Stykke, der svarer til dette Svind, men samtidig forlænge sig et Stykke, der svarer

til Trækspændingen; den resulterende Forkortelse pr. Længdeenhed bliver da  $\epsilon_s - \frac{\sigma_1^t}{E_b^t}$ , der maa være lig Jærnstangens Forkortelse:  $\frac{\sigma_1^c}{E_j^c}$ . Man har altsaa:

$$\epsilon_s - \frac{\sigma_1^t}{E_b^t} = \frac{\sigma_1^c}{E_j^c} \text{ og } \epsilon_s - \frac{\sigma_2^t}{E_b^t} = \frac{\sigma_2^c}{E_j^c}, \text{ hvoraf: } \epsilon_s = \frac{\sigma_1^c}{E_j^c} + \frac{\sigma_1^t}{E_b^t} \text{ og } \epsilon_s = \frac{\sigma_2^c}{E_j^c} + \frac{\sigma_2^t}{E_b^t}$$

<sup>1)</sup> Considère eksperimenterede med smaa Prismer af Mørtel 1:3.

<sup>2)</sup> Disse Tal er fundne ved Bøjningsforsøg. Ved Trækforsøg fandt Bach 0,06—0,10 mm/m (Mitt. u. F., Heft 72—74), altsaa samme Værdier ved hvilke Vandpletterne i de vaadt hærdnede Bjælker viste sig (§ 174).

<sup>3)</sup> Dette bekræftes fuldstændig af Bach og Graf's Forsøg (D. A. f. E., Heft 10, S. 126; Heft 12, S. 144; Heft 122—23, Sammenstilling 14). Det gælder for baade svag og stærk Armering, for Plader og T-Bjælker (Heft 20, Sammenstilling 21). Det hele er sammenstillet i Heft 24.

<sup>4)</sup> Ved Bøjningsforsøg med vaadthærdnede Bjælker fandt Bach og Graf (D. A. f. E. Heft 24, S. 5), at naar  $l$  (Fig. 140) var større end ca. 9 cm, var  $\sigma_b^t$  ens for uarmerede og armerede Bjælker, naar den bestemtes af Formelen  $\sigma_b^t = \frac{M}{W}$ , hvor  $M$  er henholdsvis Brudmomentet og Revnemomentet og  $W$  Modstandsmomentet ( $n = 15$ ). Betonen i Hjørnet har altsaa været fri for Hærdningsspændinger. Naar  $l$  var mindre, fandtes  $\sigma_b^t$  større for de armerede Bjælker end for de uarmerede, og Forskellen voksede med aftagende  $l$ .

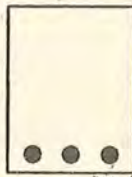


Fig. 140.

og følgende  $\frac{\sigma_1^c}{E_j^c} + \frac{\sigma_1^t}{E_b^t} = \frac{\sigma_2^c}{E_j^c} + \frac{\sigma_2^t}{E_b^t}$ , der kombineret med (68) giver:  $\frac{\sigma_1^c}{E_j^c} + \frac{\sigma_1^c}{E_b^t} \cdot \frac{f}{F} = \frac{\sigma_2^c}{E_j^c} + \frac{\sigma_2^c}{E_b^t} \cdot \frac{f}{F}$ ,

hvoraf  $\sigma_1^c = \sigma_2^c$ . Paa den midterste Del, hvor Jærnspændingen er konstant, paavirktes Dornene ikke til Forskydning, og hele den Kraft, hvormed Betonen trækker Jærnet med sig, maa folgelig overføres til dette gennem den yderste Dorn. Paa samme Maade vil der i et almindeligt Jærnbetonprisme kun optræde Adhæsionsspændinger ved Enderne.

Hvis Svindspændingerne overstiger Betonens Trækstyrke, skulde der efter Teorien (se Fig. 141) i Prismets midterste Del danne sig uendelig mange Revner, men der vil i Virkeligheden altid være eet eller flere Tværnit, der er svagere end de andre og revner først. I de revnede Tværnit forsvinder baade Beton- og Jærnspændingerne, saa at det mellem to Revner liggende Stykke af Prismet forholder sig som et selvstændigt Prisme med den i Fig. 141 viste Spændingsfordeling. I et homogent Betonprisme med Svindrevner maa Betonspændingen altsaa fordele sig, som Fig. 136 i § 175 viser. Jærnspændingen vil fordele sig paa ganske tilsvarende Maade.

**γ. Jærnprocentens Indflydelse paa Svindspændingerne.**

183. Betonens Svind kan udgøre indtil 1/2 mm pr. m, og hvis Armeringen ikke hæmmede det,  $\epsilon_s$ : hvis Jærnarealet var uendelig lille, vilde Jærnspændingen blive:  $\sigma_{js}^c = E_j \cdot \epsilon_s = 2100000 \cdot \frac{1}{1000} = 1050 \text{ at}$ , medens Betonen forblev spændingsløs. Med voksende Armering aftager Jærnets Trykspænding, samtidig med at der opstaar Trækspændinger i Betonen, og da der skal være Ligevægt, maa det totale Tryk i Jærnet være lig det totale Træk i Betonen, altsaa:

$$F_b \cdot \sigma_{bs}^t = f \cdot \sigma_{js}^c \text{ eller } \frac{\sigma_{bs}^t}{\sigma_{js}^c} = \frac{f}{F_b} = \frac{\varphi}{100} \quad (69)$$

naar Jærnarealet er  $\varphi$  % af Betonarealet. Forholdet mellem Spændingerne afhænger altsaa kun af Jærnprocenten.

Har man ved Maaling bestemt den uarmerede Betons Svind pr. Længdeenhed,  $\epsilon_s$ , kan man paa Grundlag af Hooke's Lov beregne Spændingerne. Fig. 143 forestiller et Betonprisme af Længde  $ab = 1$ . I uarmeret Tilstand vilde det svinde ind til Længden  $ac$ , men Jærnet modsætter sig Svindet, saa at den resulterende Længde bliver  $ad$ , hvorved Jærnet faar en Forkortelse  $\epsilon_j$  og Betonen en Forlængelse  $\epsilon_b^t$ ; de hertil svarende Spændinger er:

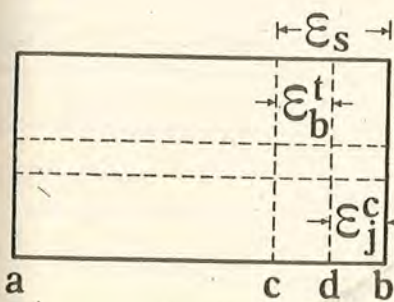


Fig. 143.

$\sigma_{js}^c = E_j \cdot \epsilon_j = E_j \cdot (\epsilon_s - \epsilon_b^t)$  og  $\sigma_{bs}^t = E_b \cdot \epsilon_b^t$ . (70)

Jo større Jærnprocenten er, des mindre bliver  $db$  og des større altsaa  $cd$ , hvorved det kan hænde, at Betonen revner. Ligningerne (70) gælder kun, saa længe Betonen ikke er revnet,  $\sigma_{bs}^t$  kan aldrig overstige Betonens Trækstyrke  $S_b^t$ , og kaldes Betonens Brudforlængelse  $\epsilon_{Brud}$ , bliver Jærnspændingens Maksimalværdi:

$$\sigma_{js}^c = E_j (\epsilon_s - \epsilon_{Brud}). \quad (71)$$

184. Indføres Værdierne fra (70) i (69), findes:  $\frac{E_b^t \cdot \epsilon_b^t}{E_j \cdot \epsilon_j} = \frac{\varphi}{100}$  eller  $\frac{\epsilon_b^t}{\epsilon_j^c} = \frac{E_j}{E_b^t} \cdot \frac{\varphi}{100}$ .

Endvidere haves (se Fig. 143):  $\epsilon_b^t = \epsilon_s - \epsilon_j^c$ , altsaa:  $\frac{\epsilon_s - \epsilon_j^c}{\epsilon_j^c} = \frac{E_j}{E_b^t} \cdot \frac{\varphi}{100}$ , hvoraf:

$$\epsilon_j^c = \frac{\epsilon_s}{1 + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot \frac{\varphi}{100}} \quad (72)$$

Det armerede Primes Svind er altsaa reduceret til  $\frac{1}{1 + \frac{E_j \cdot \varphi}{E_b^t \cdot 100}}$  Gange det uarmeredes. For

$\varphi = 1 \text{ ‰}$  og  $E_b^t = 140\,000$  formindskes Svindet kun til 0,87 Gange det uarmerede Primes<sup>1)</sup>.

185. Indsættes (72) i (70), faas:  $\sigma_{js}^c = \frac{\epsilon_s}{\frac{E_j \cdot \varphi}{E_b^t \cdot 100} + 1} \cdot E_j$ , og af (69):  $\sigma_{bs}^t = \sigma_{js}^c \cdot \frac{\varphi}{100}$  (73) (74)

Vi har ovenfor benyttet Hooke's Lov ved at sætte  $\sigma_{bs}^t = E_b^t \cdot \epsilon_b^t$ , men da vi kun ønsker at anvende Ligningerne (73) og (74) paa Brudtilstanden, kan vi opheve den begaaede Fejl ved for  $E_b^t$  at indføre Forholdet mellem Brudværdierne af  $\sigma_{bs}^t$  og  $\epsilon_b^t$ . Betonens Trækstyrke kan sættes til  $S_b^t = 15 \text{ at}$ , og dens Brudforlængelse til 0,15 mm pr. m, hvoraf:  $E_b^t = 15 : \left(\frac{0,15}{1000}\right) = 100\,000 \text{ at}$  og  $\frac{E_j}{E_b^t} = \frac{2100000}{100000} = 21$ , der indført i (73) og (74) giver:

$$\sigma_{js}^c = \frac{\epsilon_s}{21 \cdot \frac{\varphi}{100} + 1} \cdot E_j \quad \text{og} \quad \sigma_{bs}^t = \sigma_{js}^c \cdot \frac{\varphi}{100} = \frac{\varphi \cdot \epsilon_s \cdot E_j}{21\varphi + 100} \quad (75) (76)$$

Løses den sidste Ligning med Hensyn til  $\varphi$ , faas:  $\frac{\varphi}{100} = \frac{\sigma_{bs}^t}{E_j \cdot \epsilon_s - 21\sigma_{bs}^t} = \frac{1}{21 \left(100000 \frac{\epsilon_s}{\sigma_{bs}^t} - 1\right)}$

der ved Indførelse af  $\sigma_{bs}^t = S_b^t$  giver en øvre Grænse for den Armeringsprocent, som Betonen kan taale uden at faa Svindrevner. En stærk Beton taaler altsaa en stærkere Armering end en svag Beton, og en lidet svindende Beton taaler en stærkere Armering end en meget svindende Beton. Stærkt armerede Genstande f. Eks. Ledningsmaster, bør derfor støbes af en Beton med stor Trækstyrke og ringe Svind. Er Armeringsprocenten givet, vil Faren for Revner vokse med Forholdet  $\epsilon_s : S_b^t$ , og Brugen af fint Sand, der samtidig forøger  $\epsilon_s$  og formindsker  $S_b^t$ , er derfor uheldig, mens der ikke kan siges noget almenlydigt om, hvorledes en forøget Alder eller en forøget Cementtilsætning vil virke paa Revnedannelsen, da disse Faktorer samtidig hæver bægge Værdier.

Er Trækstyrken 15 at, findes følgende sammenhørende Værdier:

$\epsilon_s = 0,7$	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15 mm/m,
$\varphi = 1,30$	1,59	2,04	2,86	4,76	14,3	$\infty \text{ ‰}$

186. Vil man bestemme Svindspændingerne i et ikke revnet Prisme, da bør man ikke bruge Værdien 100 000 at for  $E_b^t$ , men gaa tilbage til Ligningerne (73) og (74) og indføre en større Værdi, f. Eks.  $E_b^t = 140\,000 \text{ at}$ . For en Beton med  $\epsilon_s = \frac{1}{2} : 1000$  og  $\varphi = \frac{3}{4}$  findes da  $\sigma_{js}^c = 945 \text{ at}$  og  $\sigma_{bs}^t = 945 \cdot 0,75 : 100 = 7,08 \text{ at}$ . Ved direkte Maaling paa Jærnet har Considère fundet Begyndelses-spænding af indtil 1000 at (B. u. E. 1905 S. 5).

δ. Revnedannelse som Følge af et ydre Træk, hvis Størrelse er uafhængig af Svindet.

187. Indføres i Ligningerne (73) og (74):  $\frac{\varphi}{100} = \frac{f}{F_b}$ , faas:

<sup>1)</sup> For  $\varphi = 0,79 \text{ ‰}$  bliver Reduktionen 0,89, hvilket daarligt stemmer med Fig. 127 i § 167, hvor Reduktionen efter en Hærdningstid

	af 4 Uger	3 Mdr.	1 Aar	4 Aar
er	0,65	0,60	0,50	0,43.

Jærnets Forkortelse er altsaa langt ringere, end Ligning (72) angiver, men denne gælder ogsaa kun for en jævnt fordelt Armering (σ: plane Tværsnit), ikke for en koncentreret Armering som Forsøgets. For en saadan vil  $\sigma_{bs}^t$  aftage fra Jærnet udefter, hvilket vi kan tage Hensyn til ved i Ligning (69) at lade  $\sigma_{bs}^t$  betyde Middelspændingen; samtidig vil i Fig. 143 den lodrette Linie over  $d$  blive en Kurve som paa Fig. 138, og bibeholdes Betegnelsen  $\epsilon_b^t$  for Betonens Forlængelse umiddelbart ved Jærnet, maa Ligning (70) ændres til  $\sigma_{bs}^t = \alpha \cdot E_b^t \cdot \epsilon_b^t$ , hvor  $\sigma_{bs}^t$  er Middelspændingen og  $\alpha$  en ægte Brøk, hvis Størrelse afhænger af Spændingsfordelingen. Derefter kan vi operere med Ligningerne som ovenfor, og Forskellen i Ligning (72) bliver blot, at  $E_b^t$  skal erstattes med den mindre Værdi  $\alpha E_b^t$ . Forsøget viser, at  $\alpha E_b^t$  aftager med voksende Alder, til Trods for at  $E_b^t$  vokser; Spændingsfordelingen bliver altsaa mere og mere uensartet.

$$\sigma_{js}^c = \frac{E_j \epsilon_s}{F_b + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot f} \cdot F_b \quad \text{og} \quad \sigma_{bs}^t = \frac{E_j \epsilon_s}{F_b + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot f} \cdot f \quad (77) (78)$$

Hvis Prismet udsættes for en ydre Trækraft af Størrelse  $P$  at, vil denne give en Trækspænding:

$$\sigma_b^t = \frac{P}{F_b + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot f}$$

Dersom Summen af de to Trækspændinger overstiger Betonens Trækstyrke ( $S_b^t$ ), vil Prismet revne. Den kritiske Værdi af  $P$  findes derfor af Ligningen:

$$\frac{P}{F_b + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot f} + \frac{E_j \epsilon_s f}{F_b + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot f} = S_b^t, \text{ der}$$

giver:  $P = S_b^t \left( F_b + \frac{E_j}{E_b^t} \cdot f \right) - E_j \epsilon_s f$  og  $P = S_b^t F_b + f E_j \left( \frac{S_b^t}{E_b^t} - \epsilon_s \right) = S_b^t F_b + f E_j (\epsilon_{Brud} - \epsilon_s)$  (79) (80)

For at dette Træk skal være større end det Træk ( $S_b^t F_b$ ), for hvilket et uarmeret Prisme revner, maa  $\epsilon_{Brud} > \epsilon_s$ , hvilket som Regel ikke vil være Tilfældet, da  $\epsilon_{Brud}$  kun er ca. 0,15 mm/m. En Armering vil derfor som Regel befordre Revnedannelsen.

188. Naar Betonen revner, maa Jærnet optage hele Kraften, hvorved dets Spænding bliver

(se Ligning 79):  $\sigma_j^t = \frac{P}{f} = S_b^t \left( \frac{F_b}{f} + \frac{E_j}{E_b^t} \right) - E_j \epsilon_s = S_b^t \left( \frac{100}{\varphi} + \frac{E_j}{E_b^t} \right) - E_j \epsilon_s$  (81)

Hvis denne Størrelse overskrider Flydegrænsen (2800 at), vil der komme en gabende Revne; skal dette undgaas, maa Armeringsprocenten have en vis Størrelse, som vi vil søge at bestemme.

Løses Ligningen med Hensyn til  $\varphi$ , faas:  $\varphi = \frac{100 S_b^t}{\sigma_j^t + E_j \epsilon_s - \frac{E_j}{E_b^t} S_b^t}$  (82)

Denne Ligning adskiller sig kun fra (63) i § 177, ved at Leddet  $E_j \epsilon_s$  er kommet til.

For god Beton kan sættes  $S_b^t = 10$  à 20 at og  $\epsilon_s = 0,3$  à 0,5 mm/m; vi vil endvidere fastholde den tidligere anvendte Værdi  $E_b^t = 100\,000$ , hvilket er ensbetydende med at forudsætte Brudforlængelsen proportional med Trækstyrken, hvad den sandsynligvis er. Indsættes den mindste Værdi af  $S_b^t$  og den største Værdi af  $\epsilon_s$  samt  $\sigma_j^t = 2800 \text{ at}$ , faas:  $\varphi = 1000 : (2800 + 1050 - 210) = 0,27 \text{ ‰}$  (83)

Indsættes de to andre Værdier, faas:  $\varphi = 2000 : (2800 + 630 - 440) = 0,67 \text{ ‰}$  (84)

Indsættes Middeltallene  $S_b^t = 15$  og  $\epsilon_s = 0,4$ , faas:  $\varphi = 1500 : (2800 + 840 - 315) = 0,45 \text{ ‰}$  (85)

Vil man undgaa en gabende Revne, maa man altsaa armere des stærkere, jo større Betonens Trækstyrke er, jo mindre dens Svind er, og jo lavere Jærnets Flydegrænse ligger. Der er her ikke Tale om Betonens absolute Styrke, men kun om, hvorvidt den revner fint eller revner groft, naar den revner; er Armeringsprocenten givet, vil en stærk Beton kunne taale et større Træk end en svag Beton, men overvindes Trækstyrken, er Faren for en gabende Revne størst hos den stærke Beton paa Grund af den større Kraft, der overføres til Jærnet.

Er Armeringsprocenten for lav i Forhold til Betonens Kvalitet, vil der altsaa fremkomme en gabende Revne ligesom i uarmeret Beton. Er der derimod saa meget Jærn, at det kan optage hele Trækket uden at flyde, vil der fremkomme et større Antal finere Revner, som forklaret i § 175.

ε. Revnedannelse som Følge af et ydre Træk, hvis Størrelse vokser med Svindet.

189. Vi har hidtil betragtet  $P$  som en af Svindet uafhængig ydre Kraft, men meget ofte er  $P$  en elastisk Modstand, der fremkaldes af Svindet; naar f. Eks. en Gitterstang svinder, vil Knudepunkterne ofte yde en elastisk Modstand, naar en Bjælke svinder, vil Søjlerne yde en elastisk Modstand, naar en Plade svinder, vil Bjælkerne yde en elastisk Modstand.

Fig. 144 viser Længdesnit i et Betonprisme, der er indstøbt i to Mure, saaledes at Enderne er fuldstændig fastholdte og Længden  $l$  absolut uforanderlig. Under Prismets Forsøg paa at blive kortere, opstaar der Trækspændinger, der til enhver Tid er saa store, at de giver Prismet en Forlængelse, der netop opvejer Svindet. Naar Svindet og dermed Forlængelsen er naaet op til 0,15 mm/m, vil Prismet revne, og Revnens Vidde vil være lig 0,15 mm multipliceret med Prismets Længde i Meter. Senere vil de to Prismestykker naturligtvis svinde yderligere.

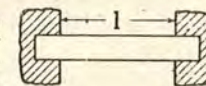


Fig. 144.



Fig. 145.

Er Prismet armeret med en Jærnstang, maa ogsaa dennes Længde forblive uforandret, og det indses let, at den ikke nogle Steder kan være trykket og andre Steder strakt; følgelig maa den forblive spændingsløs under Svindet og uden Indflydelse paa Brudspændingen. Først efter at Betonen er revnet, træder den i Funktion, idet de to Prismestykker ikke kan trække sig bort fra hinanden, saa længe de adhærerer til Stangen (Fig. 145). I det revnede Tværsnit faar Jærnstangen en Trækspænding, der er noget mindre end  $S_b^t \cdot F_b : f$ , da de ydre Delé af Prismet har kunnet forkorte sig noget, og denne Trækspænding aftager hen imod Enderne og gaar jævnt over i en Trykspænding, saaledes at Stangens Længde stadig forbliver konstant. Betonens Trækspænding er Nul i Revnen, men vokser indefter, og i nogen Afstand fra Revnen vil den atter være oppe paa Brudværdien, saa der ogsaa her maa komme en Revne, o. s. v. I Stedet for det uarmerede Prismes ene, brede Revne faar vi altsaa her flere fine Revner, hvis samlede Vidde er ringere end den enes, da der stadig er Trækspændinger i de mellem Revnerne liggende Betonstykker (Fig. 136 i § 175).

190. Hvis Prismet ikke møder en absolut Modstand mod Svindet, men f. Eks. er faststøbt til nogle Fjere (Fig. 146), kan Udtørringen drives videre end før, inden Prismet revner, men ser vi bort fra Styrketilvæksten i denne Periode, vil Brudspændingen ligesom før være 15<sup>at</sup>, og Revnens Vidde vil blive 0,15 mm/m plus det Stykke, som Fjerene trækker sig tilbage.

Af Ligning (78) følger, at Betonens Svindspænding i et armeret Prisme kan findes ved at betragte Prismet som uarmeret, men paavirket af et ydre Træk:

$$P_j = \sigma_b^t P_b = \frac{E_j \epsilon_s f F_b}{F_b + \frac{E_j}{E_b^t} f} = \frac{E_j \epsilon_s f}{1 + \frac{E_j}{E_b^t} \frac{\varphi}{100}}$$

Naar nu Fjerene ogsaa modsætter sig Svindet med en Kraft  $P_j$ , vil disse to Kræfter være ganske sideordnede og tilsammen paavirke Betonen til Overrivning. Brudet vil ske, naar  $(P_y + P_j) : F_b = S_b^t$ , uden Hensyn til om Prismet er uarmeret ( $P_j = 0$ ) eller er afskaaret fra Omgivelserne ( $P_y = 0$ ). Armeringsjærnet virker simpelthen til at forøge den ydre Modstand mod Svindet, og er denne givet, vil et uarmeret Prisme kunne taale et større Svind end et armeret, førend det revner. Mens  $P_j$  er uafhængig af Prismets Længde, vokser  $P_y$  med denne. Betonens elastiske

Forlængelse er nemlig  $\frac{P_y + P_j}{F_b E_b^t}$  pr. Længdeenhed, mens Svindet er  $\epsilon_s$ , og da  $P_y$  er proportional med Prismets totale Forkortelse, haves:

$$P_y = kl \left( \epsilon_s - \frac{P_y + P_j}{F_b E_b^t} \right), \text{ hvoraf: } P_y = \frac{F_b E_b^t \epsilon_s - P_j}{1 + \frac{F_b E_b^t}{kl}} \quad (86)$$

Hvis Betonen revner i et enkelt Tværsnit, vil  $P_y$  kun formindskes i uvæsentlig Grad, og

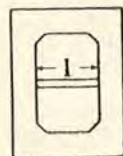


Fig. 147.

Jærnspringen i det revnede Tværsnit bliver da  $\sigma_j^t = P_y : f$ . Heraf ses, at Jærnspringen i det revnede Tværsnit vokser med Prismets Længde, og vil man undgaa, at Jærnet flyder, saa at Revnen gaber, maa Armeringsprocenten vokse med Prismets Længde.

Hvis man f. Eks. i en svær Rammekonstruktion anbringer en spinkel Tværstang (Fig. 147), vil denne paa Grund af sin Spinkelhed svinde stærkere end Rammen og trække de to Sider til sig, og Rammens Modstand er proportional med Indbøjningen. Er Stangens Tværsnit, Armeringsprocent og Svind givet, er alle Størrelser i Ligning (86) konstante, undtagen  $l$ . Betonspændingen i en saadan Stang paa et givet Tidspunkt, f. Eks. 1 Maaned efter Støbningen, vil altsaa være des større, jo større  $l$  er, naar Rammens Stivhed forudsættes uafhængig af  $l$ .

### ζ. Oversigt over Revnedannelsen i lufthærdnet Jærnbeton.

191. Et uarmeret Prismes Brudlast er  $P_B = S_b^t \cdot F_b$ ; hvis det revner som Følge af Svind, vil Revnens Vidde være lig Svindet.

Naar Prismet armeres, vil det revne for et Træk  $P_R$ , der er mindre end  $P_B$ , og  $P_B - P_R$  vokser med Jærnarealet og med Svindet. Prismets videre Forhold afhænger af Jærnarealets Størrelse  $f$ .

Er  $\frac{P_R}{f} > 4000$ <sup>at</sup>, vil Jærnet springe, samtidig med at Betonen revner. I dette Tilfælde har Armeringen kun gjort Skade, idet Brudlasten er formindsket fra  $P_B$  til  $P_R$ . Hvis vi i Ligning (83) indsætter 4000 i Stedet for 2800, findes  $\eta = 0,207$ ; en Armering under ca. 0,2% vil saaledes under de givne Forudsætninger altid forringe Prismets Styrke.

Er  $2800 < \frac{P_R}{f} < 4000$ <sup>at</sup>, vil Jærnet flyde, saa der fremkommer en gabende Revne ligesom i uarmeret Beton.

Er  $\frac{P_R}{f} < 2800$ <sup>at</sup>, forandres Spændingstilstanden kun lige ved Revnen, i øvrigt er den uforandret, og hvis Betonen er homogen, vil der derfor samtidig danne sig Revner jævnt fordelt over hele Prismets Længde. For at opnaa dette maa man armere des stærkere, jo større Betonens Trækstyrke er, og jo mindre dens Svind er, og jo lavere Jærnets Flydegrænse ligger, men med  $\eta = 0,5\%$  vil man som Regel være paa den sikre Side. Hvis Adhæsionen ikke ophæves, og hvis Jærnene ligger tæt og nær Prismets Overflade, vil de nævnte Revner være usynlige eller næsten usynlige. En tydelig Revne opstaar kun, naar Adhæsionen ophæves, eller naar Jærnene ligger dybt under Overfladen eller med stor Afstand, og modarbejdes derfor ved Brug af spinkelt Jærn og Specialjærn, der ikke kan glide.

## 3. Dimensionering af strakte Bygningsdele.

### a. Almindelige Regler.

192. Ved Dimensionering af strakte Jærnbetonlegemer tør man ikke regne med Betonens Trækstyrke, men indlægger saa meget Jærn, at dette alene er i Stand til at optage Kraften, altsaa:

$$f = \frac{P}{s_j} = \frac{P}{1000 \text{ à } 1200} \quad (87)$$

At Betonen maa revne, førend Jærnet kan faa den tilladelige Spænding, bekymrer man sig som Regel ikke om, da Revnerne er saa fine, at de ikke bemærkes og ikke ophæver Rustbeskyttelsen (§ 12). Bestemmende for Beton-tværsnittets Størrelse bliver da blot Hensynet til, at Jærnet skal være beskyttet mod Ild og Rust. For at en eventuel Overbelastning ikke skal fremkalde et pludseligt Brud, maa det dog anbefales at holde  $\varphi > 0,5\%$  (§ 177). Hidtil har der ikke vist sig nogen Ulemper ved denne Dimensioneringsmaade<sup>1)</sup>, og den er almindelig anerkendt for indendørs Konstruktioner. For udendørs Konstruktioner søger man undertiden at hindre Revner ved at holde Betonens Trækspænding passende lav (§ 178). Ogsaa ved Dimensionering af Vandbeholdere og Baade<sup>2)</sup> tages der undertiden Hensyn til, at  $\sigma_b^t$  ikke bliver for stor. Som Regel indskrænker man dog Fordringerne til, at  $\sigma_b^t$  ikke maa overstige Brudværdien 12–15<sup>at</sup>.

193. Til Eksempel dimensioneres en Trækstang, der skal bære 10 000 kg:  $f = \frac{P}{s_j} = \frac{10\,000}{1200} = 8,33 \text{ cm}^2 \sim 4 \text{ Rj. } 17 \text{ mm}$ . Hvis Betonen ikke maa revne, faas af (60) i § 172, idet den tilladelige Trækspænding sættes til 15<sup>at</sup>:

$$F_b = \frac{P}{\sigma_b^t} - n \cdot f = \frac{10\,000}{15} - 15 \cdot 9,08 = 667 - 136 = 531 \sim 24 \cdot 24 \text{ cm}^2.$$

Der bruges et kvadratisk Tværsnit med 24<sup>cm</sup> Sidellinie og armeret med 4 Rj. 17<sup>mm</sup>;  $\varphi$  er da større end 0,5. For at holde Jærnene paa Plads under Støbningen indlægges Søjlebaand som i trykkede Søjler.

### b. Hængesøjler.

194. I Hængesøjler kan der undertiden være Træk i Jærnet og Tryk i Betonen samtidig. Hvis saaledes Etageadskillelse 1 og 2 (Fig. 148) er ophængt i Bjælken B ved Hjælp af Hænge-

<sup>1)</sup> Det samme gælder dens Anvendelse ved Bøjning. For Pladernes Vedkommende er dette ikke mærkeligt, thi naar Jærnprocenten er under 1, vil Betonarealet ofte være saa stort i Forhold til Jærnarealet, at Pladen kan bære sin Nyttelast uden at revne; T-Bjælkerne maa derimod som Regel forudsættes at revne ved fuld Belastning.

<sup>2)</sup> B. u. E. 1913, S. 17.



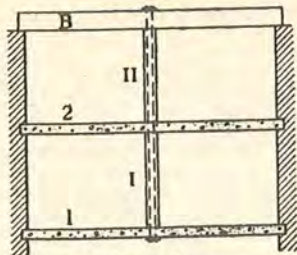


Fig. 148.

søjlerne I og II, hvis Jærn er gennemgaaende og forsynede med Ankerplader foroven og forneden, da vil det være forsigtigst at forudsætte Søjlen revnet lige under B og Jærnene liggende løse inden i deres Rør; Søjlen I's Beton maa følgelig kunne bære Lasten fra 2 og II uden at knuses (Udhøjning er udelukket); er denne Last  $P$  kg, kræves Tværnsnittet:  $F_b = P : s_b$ , og desuden maa der indlægges Søjlebaand efter Reglerne for trykkede Søjler. Ligger Hængejærnene yderligt, kan Baandene anbringes om disse, i modsat Fald bør der indlægges ekstra Hjørnejærn (Fig. 48, Side 33).

Hvis man derimod regner, at 2's Last overføres til Jærnene ved Hjælp af Adhæsionen, kommer man til en ejendommelig Spændingsforde-

ling, med Træk i Jærnet og baade Træk og Tryk i Betonen, næsten svarende til de Spændinger, der opstaar i Jærnbeton ved Hærdning under Vand. Vi kan danne os en anskuelig Forestilling om Forholdene ved at tænke os de 4 Jærn erstattede af eet midt i Søjlen liggende Jærn forsynet med fremspringende Ringe (Fig. 149). Da der er Trækspændinger i Jærnstangen, vil den forlænge sig, og da den nærmest liggende Beton følger med, vil ogsaa denne faa Trækspændinger, mens Betonen nærmest Yderfladerne faar Tryk; Forholdene er som i en Prop, der trækkes op af en Flaskehals. Er der flere Jærn, vil der rundt om hvert være en strakt Betonkappe, mens Resten af Betontværsnittet har Trykspændinger, idet der dog naturligvis er en jævn Overgang mellem Træk- og Trykspændingerne. Regner man paa denne Maade, vil Trykspændingerne i Søjle I aftage nedefter, men til Gengæld vil de lige under 2 være større end før, da der i en Del af Tværnsnittet er Trækspændinger. Hvis man lader den Del af Jærnene, der bærer 2, stoppe op under denne, vil det simpleste Konstruktionsprincip være at tænke sig de gennemgaaende Jærn liggende løse i deres Betonrør, saa de direkte fører Vægten af 1 op til B. De andre Jærn føres saa langt ned i I, at de er sikkert forankrede, og denne Del af Søjlen forsynes med Søjlebaand og dimensioneres i Overensstemmelse med det Tryk, som Jærnene overfører.

195. Angaaende Brugen af Ankerplader og Øjstænger henvises til § 46—55. Hvis Hængesøjlen bærer en Bjælke af ringe Vægt, kan man anbringe to Bøjler om hvert af Bjælkens Jærn eller to fælles Bøjler, som Fig. 150 viser, og støde ved Hjælp af Considères Kroge. Paa Stødlængden bør der være rigeligt med Søjlebaand, og Krogene bør have Nakkebøjler, i alt Fald, hvis Jærnene er sværere end ca. 14 mm (Fig. 26 og 48).

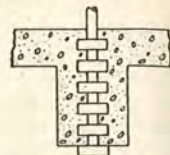


Fig. 149.

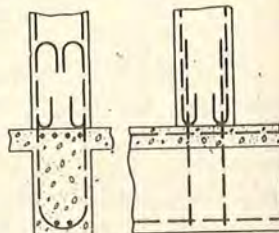


Fig. 150.

## D. Bygningsdele paavirkede til Bøjning.

### 1. Enkelt armerede Plader.

#### a. Pladernes Form og Armering.

196. Plader af Jærnbeton forekommer dels som simpelt understøttede, dels som indspændte eller kontinuerlige over flere

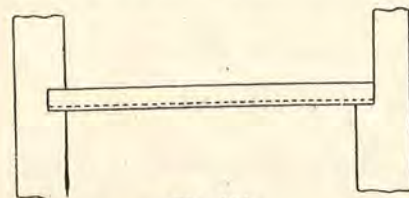


Fig. 151.

Understøtninger. En Plade, der spænder fra Mur til Mur (Fig. 151), beregnes som simpelt understøttet og armeres kun i Undersiden, idet man lader alt Jærnet være gennemgaaende fra Leje til Leje. Den Lejedybde, man regner sig til paa Grundlag af det tilladelige Tryk paa Murværket, er som Regel saa lille, at det er nøjagtigt nok at regne Momenterne ud paa Grundlag af Lysvidden, men Pladen føres alligevel  $\frac{1}{2}$  Sten (11 cm) ind i de bærende Mure. Ogsaa ved Pladens Ender føres den ofte ind i Murene for at tætte mod Vand, Luft og Lyd.

For Plader mellem Jærnbjælker (Fig. 152) er Forholdene tilsvarende.

Pladerne bør som Regel ikke gøres tyndere end 8 cm<sup>1)</sup>. Hvis der i Loftet



Fig. 152.

<sup>1)</sup> De tyske Bestemmelser (1915) § 16 paabyder dette.

over et Rum indgaar flere Plader, giver man dem gerne ens Tykkelse af Hensyn til Udseendet.

197. Pladerne armeres med Rundjærn, hvis Diameter vælges saaledes, at Adhæsionsspændingen ikke bliver for stor (§ 375), og at der kommer 5—12 (bedst 8—9) Stkr. pr. lb. m<sup>1)</sup>. Mest brugt er 7, 8, 9, 10 og 12 mm Rj.; bruges sværere Jærn, bør de kroges i Enden, medens dette ikke er nødvendigt for de nævnte Dimensioner, med mindre man har overskredet den tilladelige Adhæsionsspænding. Man bør som Regel ikke bruge spinklere Jærn end 7 mm, da de har for ringe Modstandskraft overfor de Paavirkninger, de faar inden Indstøbningen, f. Eks. ved Færdsel hen over Armeringen. Man bør ikke bruge Jærn med omtrent ens Diameter f. Eks. 8 og 9 mm i samme Konstruktion, da de let forveksles. Det er uden økonomisk Betydning, om Jærnmængden i en Plade bliver lidt større end Beregningen giver, og der er derfor ingen Grund til at skifte Jærndiameter fra Plade til Plade for derved at opnaa en bedre Tilpasning, man bør tværtimod holde sig til en enkelt Jærndimension, saalænge man ikke derved kommer til for tæt eller for spredt liggende Jærn. Har man mange forskellige Plader i samme Bygværk, er det praktisk paa Forhaand at fastslaa, hvilke Jærndimensioner man vil gøre Brug af, f. Eks. Rækken 5, 7, 10, 14 og 20 mm, der har den Fordel, at hvert Jærn har et dobbelt saa stort Areal, som det nærmest foregaaende.

Angaaende det dækkende Betonlags Tykkelse henvises til § 13 og 65<sup>2)</sup>.

Vinkelret paa Bærejærnene og indenfor disse lægges Fordelingsjærn, der fastbindes i hvert eller hvertandet Krydsningspunkt (Fig. 153), saaledes at Bærejærnene ikke kan forskyde sig under Betonningen. Desuden hæmmer de Fremkomsten af grove Svindrevner vinkelret paa dem og virker med til at fordele en Enkeltkraft over flere Bærejærn. I Etageadskillelser, paa hvilke der ikke virker store Enkeltkræfter (§ 296), er det meget almindeligt at indlægge 4 Rj. 7 mm pr. m som Fordelingsjærn<sup>3)</sup>. Brugen af Fordelingsjærn ses paa Fig. 453.

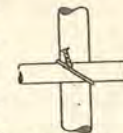


Fig. 153.

198. Er Pladerne indspændte eller kontinuerlige, som naar de støbes sammenhængende ovenpaa Jærnbjælker (Fig. 154), eller i eet med Jærnbetonbjælker (Fig. 155), vil der opstaa Trækspændinger i Pladernes Overside over Mellemunder-

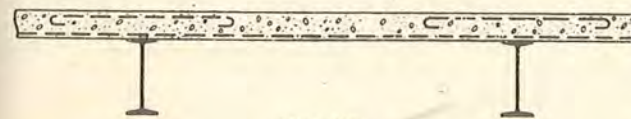


Fig. 154.

støtningerne, og der maa da indlægges Jærn over disse (Fig. 154). Dette Jærn savner imidlertid ganske Støtte, og det er derfor bedre at høje en større eller mindre Del af de nedre Jærn op i Oversiden (Fig. 155). Paa Undersiden af det opbøjede Jærn fastbindes Fordelingsjærn, der tages fra det nedre Jærnnæt, saaledes at det samlede Antal Forde-

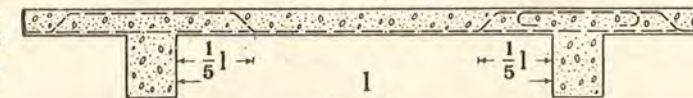


Fig. 155.

<sup>1)</sup> Efter de tyske Bestemmelser (1915) maa Jærnafstanden ikke overstige 15 cm, hvor Momentet er størst.

<sup>2)</sup> De tyske Bestemmelser (1915, § 9) forlanger 1 cm Mørtel under Jærn i Plader og indendørs 1,5 cm, udendørs 2 cm Mørtel under Bøjler i Bjælker. Byggepolitiet i Philadelphia forlanger det dækkende Lag væsentlig tykkere (B. u. E. 1908, S. 18).

<sup>3)</sup> I et Længdesnit gennem et Fordelingsjærn virker dette svækkende ved at formindske Betonens Trækareal, og en Plade med Fordelingsjærn revner derfor ved en mindre Last end en Plade uden (Ing. 1916, S. 538).

lingsjærn kommer til at svare til det opgivne. Er der Dragere tværs paa Bjælke-retningen, bør Halvdelen af Fordelingsjærnene bøjes op ved disse i en lignende Afstand som Bærejærnene.

Er Faglængden ringe, bruges gennemgaaende Jærn af indtil 10 m Længde (Fig. 155 tilvenstre); er Faglængden stor, støder man gerne Jærnene over Bjælken, i alt Fald de opbøjede Jærn (Fig. 155 tilhøjre), hvorved Jærnarealet til Optagelse af det negative Moment forøges. Hyppigst bøjer man hverandet Jærn op og lægger Ophøjningspunkterne som Fig. 155 viser uden Hensyn til den bevægelige Lasts Størrelse (§ 284). Sjældnere bestemmer man Momentkurven efter Reglerne for kontinuerlige Bjælker og indretter Ophøjningerne derefter.

Af Hensyn til det negative Moment over Bjælkerne og for at styrke Overgangen mellem Bjælke og Plade anbringes undertiden **Konsoller** (Fig. 156), ofte med en Hældning 1:1, men som helst maa holdes fladere, 1:3 eller derover. For Udseendes Skyld bruges ogsaa Formen Fig. 157.



Fig. 156.

Fig. 157.

199. I **vinkelformede Plader** (Fig. 158 a) maa man hindre Jærnet i at rette sig ud ved i hvert Jærns Knæpunkt at anbringe en Bøjle med et saa stort Tværnsnitareal, at det kan optage Resultanten af de to Trækkræfter i Jærnet. Da disse isolerede Bøjler ikke er til at holde Styr paa, maa det anbefales at erstatte dem med et zig-zag-formet Rundjærn (Fig. 158 b), der bindes stramt med mindst 2 mm tyk Traad til hvert enkelt Jærn. Dette **Zig-zag-Jærn** vil ogsaa modvirke en Afsprængning af den trykkede Beton i Knæpunktet, hvorom nærmere i § 328.

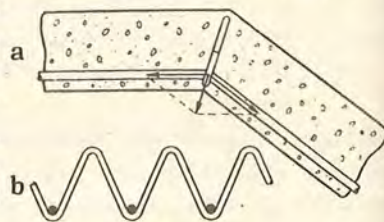


Fig. 158.

200. Undertiden armeres Plader med **Pladegitter (Strækmetal)** (Byggematerialer § 262), hvorved man sparer Udgifterne til Fordelingsjærn og Nættets Binding og faar en udmærket Forbindelse mellem Betonen og Jærnet. Det egner sig navnlig til Arbejder, hvor der anvendes uovede Folk, medens dets høje Pris har forhindret en mere almen Benyttelse af det her i Landet. Der er desuden den Ulempe ved det, at det ofte er vindskævt, saa man ikke kan faa det til at ligge nøjagtig, hvor det skal. Det maa altid indlægges saadan, at Trækket virker vinkelret paa Maskebredden; denne tages gerne lig 75 mm. Tabeller over Bæreevnen af Plader armerede med Pladegitter findes i A/S Sophus Berendsens Profilalbum.

### b. Spændingsbestemmelse uden Hensyntagen til Betonens Trækspændinger.

201. Vi betragter en Pladestrimmel af Bredde  $b$  cm (Fig. 159), armeret i Træksiden med et Jærnareal  $f$  cm<sup>2</sup> og paavirket i det undersøgte Tværnsnit af et bøjende Moment  $M$  kgcm. Afstanden fra Jærnarealets Tyngdepunkt til den trykkede Kant — Nyttehøjden — er  $h$  cm. Ved Bestemmelsen af Spændingerne gaar vi ud fra følgende Forudsætninger:

1. Betonens Trækstyrke er lig Nul.
2. Tværnsnittene forbliver plane ved Bøjningen<sup>1)</sup>.
3. Der er Proportionalitet mellem Spændinger og Formforandringer.
4. Trækspændingernes Sum er lig Trykspændingernes Sum.
5. Spændingernes Moment er lig de ydre Kræfters Moment.

<sup>1)</sup> Denne Forudsætning synes at være nogenlunde rigtig, saalænge Jærnspejndingen er lavere end Flydegrænsen. De Afgørelser, man har maalt, følger ingen bestemt Lov. Se Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912. S. 177.

De to sidste Forudsætninger er selvfølgelig absolut rigtige, naar Tværnsnittet er paavirket til ren Bøjning uden Normalkraft; de tre første er derimod mer eller mindre forkerte, men benyttes for Sikkerheds Skyld (1) og for at simplificere Formlerne (1—3).

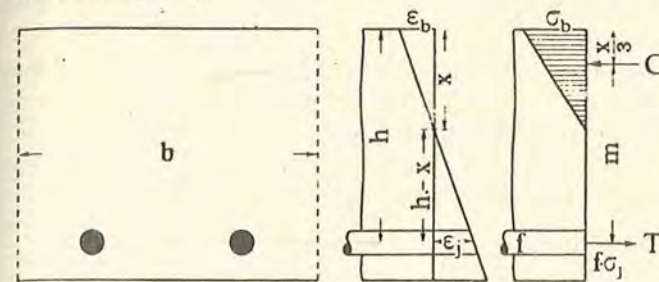


Fig. 159.

Kaldes Betonens Sammentrykning og Jærnets Forlængelse pr. Længdeenhed henholdsvis  $\epsilon_b$  og  $\epsilon_j$ , samt den neutrale Akses Afstand fra Pladens Trykside  $x$ , da giver Forudsætningerne 2 og 3 (Fig. 159):

$$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{x}{h-x} \quad (89)$$

$$\text{og } \epsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}, \quad \epsilon_j = \frac{\sigma_j}{E_j}, \quad \text{altsaa: } \frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{E_j}{E_b} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad (90)$$

hvor Forholdet mellem Jærnets og Betonens Elasticitetskoefficienter er sat lig  $n$ . Den første Betingelsesligning bliver da:

$$\frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j} \quad \text{eller } \sigma_j = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h-x}{x} \quad (91)$$

der viser, at Jærnspejndingen er  $n$  Gange saa stor, som Spændingen i den omgivende Beton vilde have været i det Tilfælde, at den ikke var revnet. De under 4 og 5 opførte Forudsætninger giver:

$$C = T \quad \text{eller } \frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j \quad \text{og } M = f \cdot \sigma_j \cdot m = f \cdot \sigma_j \cdot \left( h - \frac{x}{3} \right) \quad (92) \quad (93)$$

Af Ligningerne (91)—(93) findes  $x$ ,  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ .

202. Af (92) faas:  $\frac{\sigma_b}{\sigma_j} = \frac{2f}{bx}$ , der indsat i (91) giver:

$$\frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{2f}{bx} \quad \text{eller } x^2 + \frac{2nf}{b} \cdot x - \frac{2nf}{b} \cdot h = 0, \quad x = \frac{nf}{b} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2bh}{nf}} \right) \quad (94)$$

Ved Division med  $h$  og Indførelse af Jærnprocenten:

$$\frac{\varphi}{100} = \frac{f}{bh} \quad \text{samt: } \beta = \frac{x}{h} \quad (95) \quad (96)$$

$$\text{faas: } \beta = \frac{x}{h} = \frac{n\varphi}{100} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{200}{n\varphi}} \right) = -\frac{n\varphi}{100} + \sqrt{\frac{n\varphi}{100} \left( 2 + \frac{n\varphi}{100} \right)} \quad (97)$$

Dette er Udtrykket for den neutrale Akses Beliggenhed, der ses at være uafhængig af Belastningens Størrelse og bestemt alene af Tværnsnittets Dimensioner og Armering. Saalænge  $n\varphi$  er konstant, er altsaa ogsaa  $x:h$  konstant. Hvis  $x$  er lig  $\frac{1}{3}h$  for eet Tværnsnit, er det ogsaa lig  $\frac{1}{3}h$  for et Tværnsnit med dobbelt saa stort Areal og dobbelt saa meget Jærn. Naar  $n$  er givet, afhænger  $x:h$  altsaa kun af Jærnprocenten, vokser og aftager med denne. Vil man orientere sig med Hensyn til den neutrale Akses Bevægelser, naar Jærnindlægget i et givet Tværnsnit varieres, skal man blot huske, at Jærnet tiltrækker den neutrale Akse; det gælder ikke alene for enkelt armerede Plader, men alment.

Hvorledes  $\beta$  varierer med  $n$  og  $\varphi$  er vist paa Fig. 165 i § 219, hvor man direkte kan maale Værdien i Stedet for at beregne den af (97). Nøjagtigere faas den af Tabellen i § 212, der gælder for  $n = 15$ <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> En grafisk Tabel til Spændingsbestemmelse og Dimensionering udarbejdet af R. Kromann findes i Ing. 1911, S. 455.

Naar  $\beta$  og dermed  $x$  er bestemt, giver Fig. 159 samt (93) og (92):

$$m = h - \frac{x}{3}, \quad \sigma_j = \frac{M}{m \cdot f}, \quad \sigma_b = \frac{2 \cdot f \cdot \sigma_j}{b \cdot x} = \frac{2 \cdot M}{b \cdot x \cdot m}. \quad (98-100)$$

Ogsaa  $m$  kan maales paa Fig. 165 eller tages af Tabellen i § 206, der gælder for  $n = 15$ .

203. Bægge Steder ses, at Forholdet  $m : h$  kun varierer i ringe Grad med  $\varphi$ . For  $n = 15$  og  $\varphi = \text{ca. } 0,4\%$  er  $m = 0,9h$ , og denne Værdi benyttes undertiden til en tilnærmet Bestemmelse af Spændingerne i et givet Tværsnit:

$$\sigma_j = \frac{M}{0,9 h \cdot f} \quad \text{og} \quad \sigma_b = \frac{2 M}{b \cdot 3 (h - 0,9 h) \cdot 0,9 h} = \frac{M}{0,135 \cdot b h^2},$$

204. Ved i (91) og (96) et indføre:

$$\frac{\sigma_j}{\sigma_b} = \gamma, \quad \text{findes:} \quad \frac{x}{h-x} = \frac{n}{\gamma} \quad \text{eller} \quad \frac{x}{h} = \beta = \frac{n}{\gamma+n}. \quad (101) (102)$$

Indføres (96) og (101) i (92), findes:  $\frac{1}{2} \beta \cdot h \cdot b = f \cdot \gamma$ , der kombineret med (95) og (102) giver:  $\varphi = \frac{50}{\gamma} \cdot \beta = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma+n}$  eller  $\gamma = \frac{50 \beta}{\varphi}$ , (103) (104)

der sammenholdt med (97) giver:

$$\gamma = -\frac{n}{2} + \sqrt{\frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} + \frac{100}{\varphi} \right)}. \quad (105)$$

Til givne Værdier af  $n$  og  $\varphi$  svarer der altsaa ikke blot en bestemt Beliggenhed af den neutrale Akse, men ogsaa en bestemt Værdi af Forholdet mellem  $\sigma_j$  og  $\sigma_b$ . At fastsætte Forholdet mellem Randspændingerne er derfor det samme som at fastsætte Jærnprocenten. Denne Samhørighed er grafisk fremstillet i Fig. 166 (§ 220), der viser, hvorledes Værdien  $1000 : \gamma$  varierer med  $n$  og  $\varphi$ . En Tabel over sammenhørende Værdier af  $\gamma$  og  $\varphi$  for  $n = 15$  findes i § 212.

Som Regel sættes  $n = 15$ ; hvilken Virkning det har paa de formelle Spændinger, at  $n$  forudsættes større eller mindre, vil blive undersøgt i § 219—21.

### c. Dimensioneringsformler uden Hensyntagen til Betonens Trækspændinger.

205. Plader kan dimensioneres ved Hjælp af de i § 216 givne Tabeller over Modstandsmomenter eller ved direkte at finde det nødvendige  $h$  og  $f$ , for hvilke der her skal udledes Formler.

Naar vi indfører Betegnelsen:

$$\mu = \frac{1}{6} \beta (3 - \beta) = \frac{1}{6} \cdot \frac{n}{\gamma+n} \cdot \left( 3 - \frac{n}{\gamma+n} \right) = \frac{n \cdot (3\gamma + 2n)}{6 \cdot (\gamma+n)^2} \quad (106)$$

faas af (96), (98) og (100):

$$x m = \beta h \left( h - \frac{\beta h}{3} \right) = \beta \cdot \frac{3 - \beta}{3} \cdot h^2 = 2 \mu h^2 = \frac{2}{\sigma_b} \cdot \frac{M}{b},$$

hvoraf:

$$h = \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}. \quad (107)$$

Af (95) findes:  $f = \frac{\varphi}{100} \cdot b \cdot h = \frac{\varphi \cdot b}{100} \cdot \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = \frac{\varphi}{100} \cdot \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}} \cdot \sqrt{M \cdot b}$ ,

og ved Indførelse af (103):  $f = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma+n} \cdot \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{M \cdot b}{100}}$ . (108)

206. Ved Beregning af Plader er det bekvemtest at bestemme det bøjende Moment for en Bredde  $b = 100 \text{ cm}$ . Kaldes dette Moment, udtrykt i  $\text{kgm}$ ,  $M_{100}$  og det tilhørende Jærnareal  $f_{100}$ , faas:

$$h = c_1 \sqrt{M_{100}} \quad \text{og} \quad f_{100} = c_2 \sqrt{M_{100}} \quad (109) (110)$$

hvor Størrelserne:

$$c_1 = \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}} \quad \text{og} \quad c_2 = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma+n} \cdot \sqrt{\frac{1}{\mu \sigma_b}} \quad (111) (112)$$

alene afhænger af de tilladelige Spændinger og  $n$  og derfor kan beregnes een Gang for alle som gjort i efterfølgende Tabel, hvor  $n$  som sædvanlig er sat lig 15. De tilhørende Værdier af  $\varphi$ ,  $\beta$  og  $m$  findes af (103), (102) eller (104) og (98).

Dimensioneringstabel I.

$\sigma_j$	$\sigma_b$	$\frac{h}{\sqrt{M_{100}}}$	$\frac{f_{100}}{\sqrt{M_{100}}}$	$\varphi \%$	$\gamma = \frac{\sigma_j}{\sigma_b}$	$\beta = \frac{x}{h}$	$\frac{m}{h}$
1200	60	0,301	0,323	1,072	20,0	0,429	0,857
1200	55	0,322	0,301	0,934	21,8	0,408	0,864
1200	50	0,345	0,277	0,801	24,0	0,385	0,872
1200	45	0,375	0,254	0,675	26,7	0,361	0,880
1200	40	0,410	0,228	0,555	30,0	0,333	0,889
1200	35	0,456	0,204	0,444	34,3	0,305	0,898
1200	30	0,519	0,177	0,341	40,0	0,273	0,909
1000	60	0,289	0,410	1,417	16,7	0,473	0,842
1000	55	0,307	0,382	1,242	18,2	0,452	0,849
1000	50	0,330	0,354	1,072	20,0	0,429	0,857
1000	45	0,358	0,327	0,907	22,2	0,403	0,866
1000	40	0,390	0,293	0,750	25,0	0,375	0,875
1000	35	0,435	0,261	0,601	28,6	0,344	0,885
1000	30	0,490	0,228	0,465	33,4	0,311	0,896
1000	25	0,568	0,193	0,341	40,0	0,273	0,909
1000	20	0,686	0,159	0,231	50,0	0,231	0,923
1000	15	0,881	0,121	0,138	66,7	0,184	0,939
1000	10	1,267	0,083	0,065	100,0	0,120	0,960
1000	5	2,424	0,042	0,017	200,0	0,068	0,977
800	40	0,367	0,394	1,070	20,0	0,428	0,857
600	40	0,346	0,575	1,660	15,0	0,498	0,834
400	40	0,322	0,966	3,000	10,0	0,600	0,800

Denne Tabel lærer os forskellige Ting. For det første det ret selvfølgelig, at naar Jærnspeendingen holdes konstant, vil for et givet Moment Tværsnittets Højde vokse, og dets Jærnareal aftage, naar den tilladelige Betonspeending formindskes. Derimod studser man straks ved at se, at naar Betonspeendingen holdes konstant, vil en Forøgelse af den tilladelige Jærnspeending kræve en Forøgelse af Højden. Det er dog i Virkeligheden ganske naturligt, thi for at Jærnspeendingen skal blive større, uden at Betonspeendingen forandres, maa Jærnet flyttes længere bort fra den neutrale Akse (Fig. 159), og Højden altsaa forøges; til Gengæld bliver  $f$  mindre.

Angaaende de tilladelige Spændinger henvises til § 93—94 og § 250. Hyppigst regnes med 40 og 1000 ( $\varphi = 0,75\%$ ) eller 50 og 1200 ( $\varphi = 0,8\%$ ). Priserne

for Jærn og Beton kunde tænkes at stille sig saaledes, at det var billigere at bruge en anden Jærnprocent end den, der svarer til de tilladelige Spændinger, saa at man stod sig ved kun at udnytte eet af Materialerne fuldt ud, men en Undersøgelse viser, at dette ikke er Tilfældet ved normale Prisforhold (§ 348).

207. En mere omfattende Dimensioneringstabel, udregnet af Ingeniør Askøe gengives hosstaaende<sup>1)</sup>.

208. Eksempel. For at vise, hvorledes Dimensioneringen udføres, vil vi beregne en simpelt understøttet Plade med 2<sup>m</sup> Spændvidde. Er Lasten + Egenvægten = 1000  $\text{kg/m}^2$ , bliver Momentet pr. lb. m af Pladens Bredde:

$$M_{100} = \frac{1}{8} q L^2 = \frac{1}{8} \cdot 1000 \cdot 2^2 = 500 \text{ kgm}.$$

Er de tilladte Spændinger 1000 og 40 faas:

$$h = 0,390 \sqrt{500} = 8,73 \text{ cm}, \quad f_{100} = 0,293 \sqrt{500} = 6,55 \text{ cm}^2$$

eller:  $f_{100} = \frac{3}{4} \cdot 8,73 = 6,55 \text{ cm}^2$ .

<sup>1)</sup> Tabellen er udregnet paa Regnestok. Se Ing. 1914, S. 425.

Dimensionierungstabel II.

$$h = c_1 \cdot \sqrt{M_{100}}$$

$$f_{100} = c_2 \cdot \sqrt{M_{100}}$$

$$\beta = \frac{x}{h}$$

	1200			1150			1100			1050			1000			
	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	
60	0,301	0,323	0,429	0,298	0,341	0,439	0,295	0,362	0,450	0,292	0,384	0,462	0,289	0,410	0,474	60
58	0,309	0,314	0,421	0,306	0,332	0,431	0,303	0,352	0,442	0,299	0,374	0,453	0,296	0,399	0,465	58
56	0,318	0,305	0,412	0,314	0,322	0,422	0,311	0,342	0,433	0,307	0,363	0,444	0,303	0,387	0,457	56
54	0,326	0,296	0,403	0,322	0,312	0,413	0,319	0,332	0,424	0,315	0,353	0,435	0,311	0,376	0,448	54
52	0,335	0,287	0,394	0,331	0,303	0,404	0,328	0,322	0,415	0,324	0,342	0,426	0,320	0,364	0,438	52
50	0,345	0,277	0,385	0,341	0,293	0,395	0,338	0,311	0,406	0,334	0,331	0,417	0,330	0,352	0,429	50
48	0,355	0,268	0,375	0,352	0,283	0,385	0,348	0,300	0,396	0,344	0,320	0,407	0,340	0,341	0,419	48
46	0,367	0,258	0,365	0,364	0,273	0,375	0,360	0,289	0,386	0,355	0,309	0,397	0,351	0,330	0,408	46
44	0,380	0,248	0,355	0,377	0,263	0,365	0,372	0,279	0,375	0,368	0,298	0,386	0,363	0,318	0,398	44
42	0,394	0,238	0,344	0,390	0,252	0,354	0,385	0,268	0,364	0,381	0,286	0,375	0,376	0,305	0,387	42
40	0,410	0,228	0,333	0,405	0,242	0,343	0,400	0,258	0,353	0,395	0,275	0,364	0,390	0,293	0,375	40
38	0,428	0,218	0,322	0,423	0,232	0,331	0,417	0,248	0,342	0,411	0,264	0,352	0,406	0,280	0,363	38
36	0,447	0,208	0,310	0,441	0,221	0,320	0,435	0,236	0,330	0,429	0,251	0,340	0,423	0,267	0,351	36
34	0,468	0,198	0,298	0,462	0,210	0,307	0,456	0,224	0,317	0,450	0,238	0,327	0,443	0,254	0,338	34
32	0,492	0,188	0,286	0,486	0,199	0,294	0,480	0,211	0,304	0,473	0,225	0,314	0,464	0,242	0,324	32
30	0,519	0,177	0,273	0,512	0,188	0,281	0,504	0,199	0,290	0,497	0,213	0,300	0,490	0,228	0,310	30
28	0,550	0,166	0,259	0,542	0,176	0,268	0,534	0,188	0,276	0,526	0,201	0,286	0,518	0,214	0,296	28
26	0,585	0,155	0,245	0,577	0,161	0,253	0,568	0,176	0,262	0,559	0,188	0,271	0,550	0,200	0,281	26
24	0,626	0,144	0,231	0,617	0,153	0,238	0,607	0,163	0,247	0,597	0,175	0,255	0,588	0,187	0,265	24
22	0,674	0,133	0,216	0,664	0,141	0,223	0,654	0,151	0,231	0,643	0,162	0,239	0,632	0,173	0,248	22
20	0,732	0,122	0,200	0,721	0,130	0,207	0,709	0,138	0,214	0,698	0,148	0,222	0,686	0,159	0,231	20
18	0,802	0,110	0,184	0,790	0,118	0,190	0,777	0,126	0,197	0,764	0,136	0,205	0,750	0,145	0,213	18
16	0,891	0,098	0,167	0,876	0,106	0,173	0,861	0,114	0,179	0,846	0,122	0,186	0,832	0,130	0,194	16
14	1,004	0,087	0,149	0,989	0,093	0,154	0,972	0,100	0,160	0,951	0,107	0,167	0,935	0,115	0,174	14
12	1,156	0,075	0,130	1,135	0,080	0,135	1,111	0,086	0,141	1,091	0,092	0,146	1,071	0,099	0,153	12
10	1,368	0,063	0,111	1,344	0,067	0,115	1,318	0,072	0,120	1,293	0,077	0,125	1,267	0,083	0,131	10

	950			900			850			800			750			
	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	
60	0,286	0,440	0,486	0,283	0,471	0,500	0,280	0,508	0,514	0,276	0,549	0,530	0,273	0,595	0,545	60
58	0,293	0,428	0,478	0,290	0,459	0,492	0,287	0,495	0,506	0,283	0,535	0,521	0,280	0,580	0,537	58
56	0,300	0,416	0,469	0,297	0,446	0,483	0,294	0,481	0,497	0,290	0,520	0,512	0,287	0,565	0,528	56
54	0,308	0,404	0,460	0,304	0,433	0,473	0,301	0,468	0,488	0,297	0,506	0,503	0,294	0,549	0,519	54
52	0,317	0,392	0,451	0,313	0,420	0,464	0,309	0,454	0,479	0,306	0,491	0,494	0,302	0,533	0,510	52
50	0,326	0,379	0,441	0,322	0,407	0,455	0,318	0,439	0,469	0,314	0,475	0,484	0,310	0,517	0,500	50
48	0,336	0,366	0,431	0,332	0,393	0,444	0,328	0,423	0,459	0,323	0,459	0,474	0,319	0,500	0,490	48
46	0,347	0,353	0,421	0,342	0,379	0,434	0,338	0,408	0,448	0,333	0,443	0,463	0,329	0,483	0,479	46
44	0,358	0,340	0,410	0,353	0,365	0,423	0,348	0,393	0,437	0,344	0,427	0,452	0,339	0,466	0,468	44
42	0,371	0,327	0,399	0,366	0,351	0,412	0,361	0,378	0,426	0,356	0,411	0,441	0,351	0,449	0,457	42
40	0,385	0,314	0,387	0,380	0,337	0,400	0,374	0,363	0,414	0,368	0,394	0,429	0,363	0,432	0,444	40
38	0,401	0,300	0,375	0,395	0,323	0,388	0,389	0,349	0,401	0,383	0,378	0,416	0,377	0,413	0,432	38
36	0,417	0,286	0,362	0,411	0,308	0,375	0,405	0,333	0,388	0,399	0,362	0,403	0,393	0,395	0,419	36
34	0,437	0,272	0,349	0,430	0,293	0,362	0,423	0,318	0,375	0,417	0,345	0,389	0,410	0,376	0,405	34
32	0,459	0,258	0,336	0,452	0,279	0,347	0,443	0,301	0,361	0,436	0,327	0,375	0,429	0,357	0,390	32
30	0,483	0,244	0,321	0,475	0,264	0,333	0,467	0,285	0,346	0,459	0,309	0,360	0,451	0,338	0,375	30
28	0,510	0,229	0,307	0,502	0,247	0,318	0,493	0,268	0,331	0,484	0,291	0,344	0,476	0,318	0,359	28
26	0,541	0,215	0,291	0,532	0,232	0,302	0,523	0,251	0,315	0,513	0,273	0,328	0,504	0,299	0,342	26
24	0,577	0,200	0,275	0,567	0,216	0,286	0,558	0,234	0,298	0,547	0,255	0,310	0,536	0,279	0,324	24
22	0,621	0,185	0,258	0,610	0,200	0,268	0,599	0,217	0,280	0,586	0,236	0,292	0,575	0,258	0,305	22
20	0,673	0,170	0,240	0,660	0,184	0,250	0,648	0,199	0,261	0,635	0,217	0,273	0,622	0,237	0,286	20
18	0,736	0,154	0,221	0,723	0,167	0,231	0,701	0,181	0,241	0,694	0,198	0,252	0,679	0,216	0,265	18
16	0,815	0,138	0,202	0,798	0,150	0,210	0,781	0,162	0,220	0,766	0,177	0,231	0,750	0,193	0,242	16
14	0,919	0,122	0,181	0,898	0,132	0,189	0,880	0,143	0,197	0,859	0,156	0,208	0,840	0,171	0,219	14
12	1,051	0,106	0,159	1,029	0,114	0,167	1,007	0,124	0,175	0,983	0,135	0,184	0,959	0,149	0,194	12
10	1,240	0,089	0,136	1,213	0,096	0,143	1,184	0,105	0,150	1,159	0,114	0,158	1,128	0,125	0,167	10

	700			650			600			550			500			
	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	
60	0,270	0,652	0,563	0,267	0,715	0,581	0,264	0,792	0,600	0,261	0,884	0,621	0,257	0,991	0,643	60
58	0,276	0,634	0,554	0,273	0,697	0,572	0,270	0,772	0,592	0,267	0,861	0,613	0,263	0,967	0,633	58
56	0,283	0,616	0,545	0,280	0,679	0,564	0,276	0,751	0,583	0,273	0,838	0,604	0,269	0,942	0,627	56
54	0,290	0,599	0,536	0,286	0,660	0,555	0,282	0,731	0,574	0,279	0,815	0,596	0,275	0,916	0,618	54
52	0,298	0,582	0,527	0,294	0,641	0,545	0,290	0,710	0,565	0,286	0,792	0,586	0,282	0,890	0,609	52
50	0,306	0,565	0,517	0,302	0,621	0,536	0,298	0,688	0,556	0,293	0,769	0,577	0,288	0,863	0,600	50
48	0,315	0,547	0,507	0,310	0,601	0,526	0,306	0,666	0,545	0,301	0,744	0,567	0,297	0,837	0,590	48
46	0,324	0,529	0,496	0,319	0,581	0,515	0,314	0,644	0,535	0,310	0,720	0,556	0,305	0,811	0,580	46
44	0,334	0,510	0,485	0,329	0,561	0,504	0,324	0,622	0,524	0,319	0,696	0,545	0,314	0,785	0,569	44
42	0,346	0,492	0,474	0,340	0,540	0,492	0,335	0,599	0,512	0,330	0,672	0,534	0,324	0,758	0,558	42
40	0,358	0,474	0,462	0,352	0,519	0,480	0,346	0,576	0,500	0,341	0,647	0,522	0,335	0,731	0,545	40
38	0,370	0,454	0,449	0,366	0,497	0,467	0,357	0,554	0,487	0,353	0,621	0,509	0,345	0,704	0,533	38
36	0,386	0,434	0,435	0,380	0,475	0,454	0,371	0,532	0,473	0,367	0,595	0,495	0,358	0,674	0,519	36
34	0,402	0,413	0,421	0,396	0,454	0,440	0,386	0,509	0,459	0,382	0,568	0,481	0,372	0,646	0,5	

	200			150			100			50			0		
	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$	$c_1$	$c_2$	$\beta$
60	0,237	2,90	0,818	0,233	4,00	0,857	0,230	6,20	0,900	0,227	12,90	0,947	0,223		
58	0,242	2,84	0,813	0,238	3,91	0,853	0,234	6,08	0,897	0,231	12,66	0,946	0,227		
56	0,246	2,78	0,808	0,242	3,83	0,849	0,238	5,96	0,894	0,235	12,42	0,944	0,231		
54	0,251	2,72	0,802	0,247	3,75	0,844	0,243	5,84	0,890	0,240	12,17	0,942	0,235		
52	0,256	2,66	0,796	0,252	3,67	0,839	0,248	5,72	0,886	0,244	11,92	0,940	0,240		
50	0,262	2,59	0,789	0,258	3,58	0,833	0,253	5,59	0,882	0,249	11,66	0,937	0,245		
48	0,268	2,53	0,783	0,264	3,50	0,828	0,259	5,46	0,878	0,254	11,40	0,935	0,250		
46	0,275	2,46	0,775	0,270	3,40	0,821	0,265	5,32	0,873	0,260	11,14	0,932	0,255		
44	0,282	2,39	0,767	0,276	3,31	0,815	0,271	5,18	0,868	0,266	10,88	0,929	0,261		
42	0,290	2,32	0,759	0,284	3,21	0,808	0,278	5,04	0,863	0,272	10,60	0,926	0,267		
40	0,298	2,24	0,750	0,292	3,11	0,800	0,286	4,90	0,857	0,280	10,32	0,923	0,274		
38	0,308	2,16	0,740	0,301	3,01	0,792	0,294	4,75	0,851	0,287	10,02	0,919	0,281		
36	0,318	2,08	0,730	0,310	2,91	0,783	0,303	4,39	0,844	0,295	9,72	0,915	0,289		
34	0,328	2,00	0,718	0,320	2,81	0,773	0,312	4,43	0,836	0,304	9,42	0,911	0,297		
32	0,341	1,92	0,706	0,332	2,70	0,762	0,323	4,27	0,828	0,314	9,10	0,906	0,306		
30	0,355	1,84	0,692	0,345	2,59	0,750	0,335	4,10	0,818	0,325	8,77	0,900	0,316		
28	0,369	1,75	0,677	0,359	2,47	0,737	0,348	3,93	0,808	0,337	8,43	0,894	0,327		
26	0,386	1,66	0,661	0,374	2,34	0,722	0,363	3,75	0,796	0,351	8,07	0,886	0,340		
24	0,406	1,57	0,643	0,392	2,21	0,706	0,379	3,57	0,783	0,366	7,70	0,878	0,354		
22	0,429	1,47	0,623	0,414	2,08	0,688	0,399	3,38	0,767	0,384	7,33	0,868	0,369		
20	0,457	1,37	0,600	0,440	1,95	0,667	0,423	3,16	0,750	0,405	6,95	0,857	0,386		
18	0,490	1,27	0,571	0,469	1,81	0,643	0,449	2,93	0,730	0,428	6,51	0,844	0,408		
16	0,529	1,16	0,545	0,505	1,66	0,615	0,481	2,70	0,706	0,456	6,05	0,828	0,433		
14	0,580	1,04	0,512	0,551	1,50	0,583	0,522	2,46	0,677	0,492	5,53	0,808	0,463		
12	0,646	0,92	0,474	0,611	1,33	0,545	0,575	2,22	0,643	0,536	5,03	0,783	0,500		
10	0,737	0,79	0,429	0,693	1,15	0,500	0,646	1,94	0,600	0,596	4,47	0,750	0,547		

Er den tilladelige Adhæsionsspænding  $4^{st}$ , viser en senere udviklet Formel (289) i § 372, at Jærndiameteren ikke maa overstige  $8^{mm}$ , med mindre Jærnderne kroges. Vi tvinges da til at bruge 13 Rj.  $8^{mm}$  pr. m, der har Arealet  $13 \cdot 0,502 = 6,54 \text{ cm}^2$ . Til den fundne Højde maa lægges Jærnets Radius  $0,4 \text{ cm}$  og  $1 \text{ cm}$  Beton til Dækning (indendørs § 13), saa den totale Højde bliver:  $8,73 + 0,4 + 1,0 = 10,13 \sim 10 \text{ cm}$ . Baade Jærnarealet og Højden er afrundet nedefter, men det er saa ubetydeligt, at det ingen Rolle spiller. En Overskridelse af de tilladelige Spændinger med indtil  $5\%$  kan man roligt tolerere.

Jærnene kommer til at ligge tættere end ønskeligt (§ 197), og der er intet i Vejen for at bruge en indtil dobbelt saa stor Jærndiameter, naar Jærnderne kroges. Har vi besluttet os til kun at bruge 7, 10 og  $14^{mm}$  Rj., vil vi til den foreliggende Plade tage 9 Rj.  $10^{mm}$  pr. m =  $7,07 \text{ cm}^2$ .

209. Ønsker man at gøre Pladen tykkere end nødvendigt, kan man til Gengæld spare noget Jærn, og ved at benytte andre Koefficienter i Tabellen, svarende til lavere Værdier af  $\sigma_b$ , faar man en Række sammenhørende Værdier af  $h$  og  $f_{100}$ , af hvilke man kan vælge de mest passende. Saalænge det gælder en Forøgelse af Højden, er det dog simplere at formindske Jærnarealet i samme Forhold, som Højden forøges. Man burde holde Produktet  $f \cdot m$  konstant, men da  $m : h$  vokser med aftagende  $\varphi$ , er man paa den sikre Side ved at holde  $f \cdot h$  konstant, og der vindes lidet ved en korrekt Beregning.

Vi vil t. Eks. bestemme det nødvendige Jærnareal, naar Pladetykkelsen forøges til  $12 \text{ cm}$ . Med  $10^{mm}$  Rj. faas Nyttenhøjden  $12 - 1,5 = 10,5 \text{ cm}$ , saa det nye Jærnareal bliver:

$$f_{100} = 6,55 \cdot \frac{8,73}{10,5} = 5,44 \text{ cm}^2.$$

Vi kan følgelig nøjes med 7 Rj.  $10^{mm}$  pr. m =  $5,50 \text{ cm}^2$ .

210. Er Pladen Led i en kontinuerlig Række Plader sammenstøbt med Bjælkerne (Fig. 155), vil den være mer eller mindre indspændt ved Enderne. Ofte sættes Indspændingsmomentet skønmæssigt til  $\frac{1}{20} qL^2$  og Momentet midt i Faget til  $\frac{1}{10} qL^2$  for Mellemfag,  $\frac{1}{9} qL^2$  for Yderfag (§ 285).

Eksempel. Lad den bevægelige Last være  $200 \text{ kg/m}^2$  og Slidlagets Vægt  $50 \text{ kg/m}^2$ . Pladetykkelsen skønnes til  $10 \text{ cm}$ , altsaa Egenvægt  $240 \text{ kg/m}^2$ . For et Mellemfag faas da, naar de tilladelige Spændinger er 50 og  $1200$ :

$$M_{100} = \frac{1}{10} \cdot 490 \cdot 2^2 = 196 \text{ kgm}, \quad h = 0,345 \sqrt{196} = 4,82 \text{ cm},$$

$$f_{100} = 0,277 \sqrt{196} = 3,88 \text{ cm}^2 \sim 8 \text{ Rj. } 8^{mm} \text{ pr. m.}$$

Pladetykkelsen bliver:  $4,82 + 0,4 + 1 = 6,22 \sim 7 \text{ cm}$ . Da Egenvægten bliver mindre end forudsat, vil vi gøre Beregningen om, og vi vil denne Gang nedskrive den i en let overskuelig Form, saaledes som den bør foreligge, hvis en fremmed skal godkende den. Vi vil imidlertid ikke gøre Pladen tyndere end  $8 \text{ cm}$  (§ 196).

$L = 2,0 \text{ m}$	Bevægelig Last:	$200 \text{ kg/m}^2$
	Slidlag:	$50 \text{ »}$
	Egenvægt: $2400 \cdot 0,08 =$	$192 \text{ »}$
		$442 \text{ kg/m}^2$

$$M_{100} = \frac{1}{10} \cdot 442 \cdot 2^2 = 177 \text{ kgm} \quad h = 4,59 \text{ cm} \quad f_{100} = 3,68 \text{ cm}^2$$

$$a = 8 \text{ cm} \quad f = 7 \text{ Rj. } 7^{mm} \text{ pr. m.}$$

(Af den først fundne Værdi for Jærndlæggelset  $3,68 \text{ cm}^2$  slutter vi, at  $7^{mm}$  Rj. vil være passende. Nyttenhøjden bliver da  $8,00 - 0,35 - 1 = 6,65 \text{ cm}$ , hvortil svarer  $f_{100} = 3,68 \cdot \frac{4,59}{6,65} = 2,54 \text{ cm}^2$ ).

Den Omregning, som følger med et forkert Skøn over Egenvægten, kan undgaas ved Brug af særlige Formler, men det er nemmere at regne om; Skønnet bør være paa den sikre Side, i saa Fald vil en enkelt Omregning som Regel være tilstrækkelig<sup>1)</sup>.

Over Bjælkerne regnes  $M_{100} = \frac{1}{20} qL^2$ , altsaa halv saa stort som i Midten, saa at baade Højde og Jærndlæg kan reduceres i Forholdet  $1 : \sqrt{2}$ . Holdes Højden konstant, vil ogsaa Momentarmen med Tilnærmelse forblive konstant, og Jærndlæggelset bliver da proportionalt med Momentet. Lejetværsnittet kan derfor armeres ved at bøjse hveranden Stang op (Fig. 155).

211. Den Nyttenhøjde, man finder paa Grundlag af de tilladelige Spændinger, er det meget vanskeligt at komme ned under. Gøres Højden mindre, bliver Momentarmen mindre og følgelig Træk- og Trykkraften større. Skal de tilladelige Spændinger alligevel ikke overskrides, maa derfor baade Træk- og Trykarealet forøges. Trækarealet forøges let ved Indlæg af mere Jærn, men Trykarealet kan kun forøges ved Sænkning af den neutrale Akse, og en mærkbar Sænkning kræver uforholdsmæssig meget Jærn. Fig. 160 viser Spændingsdiagrammet for en Plade med  $\sigma_b = 40$  og  $\sigma_j = 1000$ ; for at forøge Bæreevnen vil

<sup>1)</sup> De nævnte Formler ere:  $h = \sqrt{\frac{M_p + M_g \cdot h^t}{\mu \cdot s_b \cdot b} + \left(\frac{M_g}{2 \cdot \mu \cdot s_b \cdot b}\right)^2} + \frac{M_g}{2 \cdot \mu \cdot s_b \cdot b}$  og  $f = \frac{M_p + M_g \cdot a}{m \cdot s_j}$ ,

hvor  $h^t$  er Jærnaksens Afstand fra Træksiden,  $a = h + h^t$ ,  $M_p$  den bevægelige Lasts Moment og  $M_g$  Egenvægtens Moment for  $a = 1$ . Formlerne, der er eksakte, bortset fra at  $h^t$  maa skønnes, er udledede af Fischer i B. u. E. 1916, S. 153 sammen med Formler for T-Tværsnit.

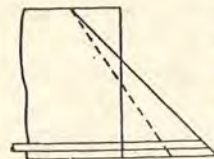


Fig. 160.

vi forøge Jærnarealet saa meget, at  $\sigma_j$  synker til 500<sup>at</sup>, hvorved det punkterede Spændingsdiagram fremkommer. Man vil se, at Trykspændingernes Sum kun er blevet i ringe Grad forøget, og samtidig er Momentarmen bleven mindre.

Hvis  $M$  er 10 000 kgm og de tilladelige Spændinger 40 og 1000, skulde Pladen normalt have  $h = 39,0$  cm og  $f = 29,3$  cm<sup>2</sup>. Formindskes  $\sigma_j$  til 500<sup>at</sup>, kan den i Følge Tabellen Side 107 nøjes med  $h = 33,5$ , men Jærnarealet bliver da 73,1 cm<sup>2</sup>. For at reducere Højden 14,1% maa Jærnmængden altsaa forøges med 150%.

Denne Fremgangsmaade er derfor meget kostbar; man kommer langt billigere til Maalet ved at bruge en stærkere Beton og en tilsvarende højere tilladelig Spænding eller ved at armere den trykkede Side af Pladen, hvilket Forhold senere vil blive omtalt (§ 293).

**d. Tabel over Tværskningskonstanterne**

$\varphi, \beta, \gamma, \mu.$

212. Af (102) i § 203 findes  $\gamma = \frac{n}{\beta} - n$ , der indsat i (103) giver:

$$\varphi = \frac{50}{n} \cdot \frac{n}{\beta - n} = \frac{50\beta}{n(1-\beta)} \cdot \beta = \frac{50}{n} \cdot \frac{\beta^2}{1-\beta} \quad (113)$$

Af denne Formel kan beregnes en Tabel over sammenhørende Værdier af  $\varphi$  og  $\beta$ , hvorved Spændingsbestemmelsen i høj Grad lettes. En saadan Tabel findes hosstaaende. Ved Udarbejdelsen har Principet været, at man uden Interpolation skal kunne bestemme  $\beta$  med mindst samme Nøjagtighed som ved Hjælp af en Regnestok. Foruden  $\varphi$  og  $\beta$  indeholder Tabellen  $\gamma = \sigma_j : \sigma_b$  bestemt af (104) samt  $100 \mu$  bestemt af (106), alt for  $n = 15$ <sup>1)</sup>.

Af  $\beta$  kan Momentarmen let beregnes, idet man har:

$$m = h - \frac{x}{3} = h - \frac{\beta h}{3} = \frac{3-\beta}{3} \cdot h \quad (115)$$

Tabellen kan bruges, selv om man ikke regner med  $n = 15$ ; man multiplicerer da Pladens  $\varphi$  med  $n : 15$ , og ud for denne tænkte Værdi af  $\varphi$  finder man det til det sande  $\varphi$  svarende  $\beta$ .

**e. Inertimomenter og Modstandsmomenter.**

**a. Formler for Inertimomenterne.**

213. Inertimomentet af en Jærnbetonplades Tværsknit, naar der ses bort fra det strakte Betonareal, kan bestemmes m. H. t. den neutrale Akse efter de for homogene Tværsknit gældende Regler, naar man først transformerer Jærnarealet til Betonareal ved Multiplikation med  $n (= 15)$  eller transformerer Betonareal til Jærnareal ved Division af Bredden med  $n$ . For det i Fig. 161 viste Tværsknit findes saaledes:

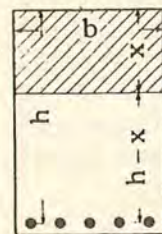


Fig. 161.

$$I_b = \frac{1}{12} bx^3 + bx \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + nf \cdot (h-x)^2 = \frac{1}{3} bx^3 + nf \cdot (h-x)^2 \quad (116)$$

og 
$$I_j = \frac{1}{n} \cdot I_b \quad (117)$$

<sup>1)</sup> Brudstykker af Tabellen over  $\varphi$  og  $\beta$  har tidligere været offentliggjorte, første Gang i Ing. 1911, S. 377. Ved Udregningen af  $\gamma$  og  $100\mu$  er der gjort Brug af Docent P. M. Frandsens Tabel over  $\gamma : n$  og  $x^2 = \beta(3-\beta)$  (Ing. 1913, Nr. 82).

**Tabel over Tværskningskonstanter.**

$$\varphi = \frac{100f}{b \cdot h} \quad \beta = \frac{x}{h} \quad \gamma = \frac{\sigma_j}{\sigma_b} \quad \mu = \frac{1}{6} \beta(3-\beta)$$

$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	$100\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	$100\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	$100\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	$100\mu$
0,0000	0,000	$\infty$	0,000	0,0156	0,066	212	3,23	0,0669	0,132	98,6	6,31	0,163	0,198	60,8	9,25
0,0000	0,001	14985	0,050	0,0160	0,067	209	3,28	0,0680	0,133	97,8	6,36	0,165	0,199	60,4	9,29
0,0000	0,002	7485	0,100	0,0165	0,068	206	3,32	0,0691	0,134	96,9	6,40	0,167	0,200	60,0	9,33
0,0000	0,003	4985	0,150	0,0171	0,069	202	3,37	0,0703	0,135	96,1	6,45	0,169	0,201	59,6	9,38
0,0001	0,004	3735	0,200	0,0176	0,070	199	3,42	0,0714	0,136	95,3	6,49	0,171	0,202	59,3	9,42
0,0001	0,005	2985	0,250	0,0181	0,071	196	3,47	0,0725	0,137	94,5	6,54	0,173	0,203	58,9	9,46
0,0001	0,006	2485	0,299	0,0187	0,072	193	3,51	0,0737	0,138	93,7	6,58	0,174	0,204	58,5	9,51
0,0002	0,007	2128	0,349	0,0192	0,073	191	3,56	0,0748	0,139	92,9	6,63	0,176	0,205	58,2	9,55
0,0002	0,008	1860	0,399	0,0197	0,074	188	3,61	0,0760	0,140	92,1	6,67	0,178	0,206	57,8	9,59
0,0003	0,009	1652	0,449	0,0203	0,075	185	3,66	0,0771	0,141	91,4	6,72	0,180	0,207	57,5	9,64
0,0003	0,010	1485	0,498	0,0209	0,076	182	3,70	0,0783	0,142	90,6	6,76	0,182	0,208	57,1	9,68
0,0004	0,011	1349	0,548	0,0214	0,077	180	3,75	0,0795	0,143	89,9	6,81	0,184	0,209	56,8	9,72
0,0005	0,012	1235	0,598	0,0220	0,078	177	3,80	0,0807	0,144	89,2	6,85	0,186	0,210	56,4	9,77
0,0006	0,013	1139	0,647	0,0226	0,079	175	3,85	0,0820	0,145	88,4	6,90	0,188	0,211	56,1	9,81
0,0007	0,014	1056	0,697	0,0232	0,080	173	3,89	0,0832	0,146	87,7	6,94	0,190	0,212	55,8	9,85
0,0008	0,015	985	0,746	0,0238	0,081	170	3,94	0,0845	0,147	87,0	6,99	0,192	0,213	55,4	9,89
0,0009	0,016	923	0,796	0,0244	0,082	168	3,99	0,0857	0,148	86,4	7,03	0,194	0,214	55,1	9,94
0,0010	0,017	867	0,845	0,0251	0,083	166	4,04	0,0870	0,149	85,7	7,08	0,196	0,215	54,8	9,98
0,0011	0,018	818	0,895	0,0257	0,084	164	4,08	0,0883	0,150	85,0	7,12	0,199	0,216	54,4	10,02
0,0013	0,019	775	0,944	0,0263	0,085	162	4,13	0,0895	0,151	84,3	7,17	0,201	0,217	54,1	10,07
0,0014	0,020	735	0,993	0,0270	0,086	159	4,18	0,0908	0,152	83,7	7,21	0,203	0,218	53,8	10,11
0,0015	0,021	699	1,043	0,0277	0,087	157	4,22	0,0922	0,153	83,0	7,26	0,205	0,219	53,5	10,15
0,0017	0,022	667	1,092	0,0283	0,088	156	4,27	0,0935	0,154	82,4	7,30	0,207	0,220	53,2	10,19
0,0018	0,023	637	1,141	0,0290	0,089	154	4,32	0,0948	0,155	81,8	7,35	0,209	0,221	52,9	10,24
0,0020	0,024	610	1,190	0,0297	0,090	152	4,37	0,0962	0,156	81,2	7,39	0,211	0,222	52,6	10,28
0,0021	0,025	585	1,240	0,0304	0,091	150	4,41	0,0975	0,157	80,5	7,44	0,213	0,223	52,3	10,32
0,0023	0,026	562	1,289	0,0311	0,092	148	4,46	0,0989	0,158	79,9	7,48	0,216	0,224	52,0	10,36
0,0025	0,027	541	1,338	0,0318	0,093	146	4,51	0,100	0,159	79,3	7,53	0,218	0,225	51,7	10,41
0,0027	0,028	521	1,387	0,0325	0,094	145	4,55	0,102	0,160	78,7	7,57	0,220	0,226	51,4	10,45
0,0029	0,029	502	1,436	0,0333	0,095	143	4,60	0,103	0,161	78,2	7,62	0,222	0,227	51,1	10,49
0,0031	0,030	485	1,485	0,0340	0,096	141	4,65	0,105	0,162	77,6	7,66	0,225	0,228	50,8	10,53
0,0033	0,031	469	1,534	0,0347	0,097	140	4,69	0,106	0,163	77,0	7,71	0,227	0,229	50,5	10,58
0,0035	0,032	454	1,583	0,0355	0,098	138	4,74	0,107	0,164	76,5	7,75	0,229	0,230	50,2	10,62
0,0038	0,033	440	1,632	0,0363	0,099	137	4,79	0,109	0,165	75,9	7,80	0,231	0,231	49,9	10,66
0,0040	0,034	426	1,681	0,0371	0,100	135	4,83	0,110	0,166	75,4	7,84	0,234	0,232	49,7	10,70
0,0043	0,035	414	1,730	0,0379	0,101	134	4,88	0,112	0,167	74,8	7,89	0,236	0,233	49,4	10,75
0,0045	0,036	402	1,778	0,0387	0,102	132	4,93	0,113	0,168	74,3	7,93	0,238	0,234	49,1	10,79
0,0047	0,037	390	1,827	0,0395	0,103	131	4,97	0,115	0,169	73,8	7,97	0,241	0,235	48,8	10,83
0,0050	0,038	380	1,876	0,0403	0,104	129	5,02	0,116	0,170	73,2	8,02	0,243	0,236	48,6	10,87
0,0053	0,039	370	1,925	0,0411	0,105	128	5,07	0,118	0,171	72,7	8,06	0,246	0,237	48,3	10,91
0,0056	0,040	360	1,973	0,0419	0,106	127	5,11	0,119	0,172	72,2	8,11	0,248	0,238	48,0	10,96
0,0059	0,041	351	2,022	0,0427	0,107	125	5,16	0,121	0,173	71,7	8,15	0,250	0,239	47,8	11,00
0,0061	0,042	342	2,071	0,0436	0,108	124	5,21	0,122	0,174	71,2	8,20	0,253	0,240	47,5	11,04
0,0065	0,043	334	2,119	0,0445	0,109	123	5,25	0,124	0,175	70,7	8,24	0,255	0,241	47,2	11,08
0,0068	0,044	326	2,168	0,0453	0,110	121	5,30	0,125	0,176	70,2	8,28	0,258	0,242	47,0	11,12
0,0071	0,045	318	2,216	0,0462	0,111	120	5,34	0,127	0,177	69,7	8,33	0,260	0,243	46,7	11,17
0,0074	0,046	311	2,265	0,0471	0,112	119	5,39	0,129	0,178	69,3	8,37	0,263	0,244	46,5	11,21
0,0077	0,047	304	2,313	0,0480	0,113	118	5,44	0,130	0,179	68,8	8,42	0,265	0,245	46,2	11,25
0,0081	0,048	298	2,362	0,0489	0,114	117	5,48	0,132	0,180	68,3	8,46	0,268	0,246	46,0	11,29
0,0084	0,049	291	2,410	0,0498	0,115	116	5,53	0,133	0,181	67,9	8,50	0,270	0,247	45,7	11,33
0,0088	0,050	285	2,458	0,0507	0,116	114	5,58	0,135	0,182	67,4	8,55	0,273	0,248	45,5	11,37
0,0091	0,051	279	2,507	0,0517	0,117	113	5,62	0,137	0,183	67,0	8,59	0,275	0,249	45,2	11,42
0,0095	0,052	274	2,555	0,0527	0,118	112	5,67	0,138	0,184	66,5	8,64	0,278	0,250	45,0	11,46
0,0099	0,053	268	2,603	0,0536	0,119	111	5,71	0,140	0,185	66,1	8,68	0,280	0,251	44,8	11,50
0,0103	0,054	263	2,651	0,0545	0,120	110	5,76	0,142	0,186	65,6	8,72	0,283	0,252	44,5	11,54
0,0107	0,055	258	2,700	0,0555	0,121	109	5,81	0,144	0,187	65,2	8,77	0,286	0,253	44,3	11,58
0,0111	0,056	253	2,748	0,0565	0,122	108	5,85	0,145	0,188	64,8	8,81	0,288	0,254	44,1	11,62
0,0115	0,057	248	2,796	0,0575	0,123	107	5,90	0,147	0,189	64,4	8,85	0,291	0,255	43,8	11,67
0,0119	0,058	244	2,844	0,0585	0,124	106	5,94	0,149	0,190	63,9	8,90	0,294	0,256	43,6	11,71
0,0123	0,059	239	2,892	0,0595	0,125	105	5,99	0,150	0,191	63,5	8,94	0,296	0,257	43,4	11,75
0,0128	0,060	235	2,94	0,0605	0,126	104	6,04	0,152	0,192	63,1	8,99	0,299	0,258	43,1	11,79
0,0132	0,061	231</													

$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$
0,316	0,264	41,8	12,04	0,567	0,336	29,6	14,92	0,938	0,408	21,76	17,63	1,477	0,480	16,25	20,16
0,319	0,265	41,6	12,08	0,571	0,337	29,5	14,96	0,944	0,409	21,67	17,66	1,486	0,481	16,18	20,19
0,322	0,266	41,4	12,12	0,575	0,338	29,4	15,00	0,950	0,410	21,59	17,70	1,495	0,482	16,12	20,23
0,324	0,267	41,2	12,16	0,580	0,339	29,2	15,03	0,956	0,411	21,50	17,73	1,504	0,483	16,06	20,26
0,327	0,268	41,0	12,20	0,584	0,340	29,1	15,07	0,963	0,412	21,41	17,77	1,513	0,484	15,99	20,30
0,330	0,269	40,8	12,24	0,588	0,341	29,0	15,11	0,969	0,413	21,32	17,81	1,523	0,485	15,93	20,33
0,333	0,270	40,6	12,28	0,593	0,342	28,9	15,15	0,975	0,414	21,23	17,84	1,532	0,486	15,86	20,36
0,336	0,271	40,4	12,33	0,597	0,343	28,7	15,19	0,982	0,415	21,14	17,88	1,540	0,487	15,80	20,40
0,339	0,272	40,1	12,37	0,602	0,344	28,6	15,23	0,988	0,416	21,06	17,92	1,551	0,488	15,74	20,43
0,342	0,273	39,9	12,41	0,606	0,345	28,5	15,27	0,995	0,417	20,97	17,95	1,560	0,489	15,67	20,46
0,345	0,274	39,7	12,45	0,610	0,346	28,4	15,30	1,001	0,418	20,89	17,99	1,569	0,490	15,61	20,50
0,348	0,275	39,5	12,49	0,615	0,347	28,2	15,34	1,007	0,419	20,80	18,02	1,579	0,491	15,55	20,53
0,351	0,276	39,3	12,53	0,619	0,348	28,1	15,38	1,014	0,420	20,71	18,06	1,589	0,492	15,49	20,57
0,354	0,277	39,2	12,57	0,624	0,349	28,0	15,42	1,021	0,421	20,63	18,10	1,598	0,493	15,43	20,60
0,357	0,278	39,0	12,61	0,628	0,350	27,9	15,46	1,027	0,422	20,55	18,13	1,608	0,494	15,36	20,63
0,360	0,279	38,8	12,65	0,633	0,351	27,7	15,50	1,034	0,423	20,46	18,17	1,617	0,495	15,30	20,67
0,363	0,280	38,6	12,69	0,638	0,352	27,6	15,53	1,040	0,424	20,38	18,20	1,627	0,496	15,24	20,70
0,366	0,281	38,4	12,73	0,642	0,353	27,5	15,57	1,047	0,425	20,29	18,24	1,637	0,497	15,18	20,73
0,369	0,282	38,2	12,77	0,647	0,354	27,4	15,61	1,054	0,426	20,21	18,28	1,647	0,498	15,12	20,77
0,373	0,283	38,0	12,82	0,652	0,355	27,3	15,65	1,061	0,427	20,13	18,31	1,657	0,499	15,06	20,80
0,376	0,284	37,8	12,86	0,656	0,356	27,1	15,69	1,068	0,428	20,05	18,35	1,667	0,500	15,00	20,83
0,379	0,285	37,6	12,90	0,661	0,357	27,0	15,73	1,075	0,429	19,96	18,38	1,677	0,501	14,94	20,87
0,382	0,286	37,4	12,94	0,666	0,358	26,9	15,76	1,081	0,430	19,88	18,42	1,687	0,502	14,88	20,90
0,385	0,287	37,3	12,98	0,670	0,359	26,8	15,80	1,088	0,431	19,80	18,45	1,697	0,503	14,82	20,93
0,388	0,288	37,1	13,02	0,675	0,360	26,7	15,84	1,095	0,432	19,72	18,49	1,707	0,504	14,76	20,97
0,392	0,289	36,9	13,06	0,680	0,361	26,5	15,88	1,102	0,433	19,64	18,53	1,717	0,505	14,70	21,00
0,395	0,290	36,7	13,10	0,685	0,362	26,4	15,92	1,109	0,434	19,56	18,56	1,727	0,506	14,64	21,03
0,398	0,291	36,5	13,14	0,690	0,363	26,3	15,95	1,116	0,435	19,48	18,60	1,738	0,507	14,58	21,07
0,402	0,292	36,4	13,18	0,695	0,364	26,2	15,99	1,124	0,436	19,40	18,63	1,748	0,508	14,53	21,10
0,405	0,293	36,2	13,22	0,700	0,365	26,1	16,03	1,131	0,437	19,32	18,67	1,758	0,509	14,47	21,13
0,408	0,294	36,0	13,26	0,704	0,366	26,0	16,07	1,138	0,438	19,25	18,70	1,769	0,510	14,41	21,16
0,412	0,295	35,8	13,30	0,709	0,367	25,9	16,11	1,145	0,439	19,17	18,74	1,779	0,511	14,35	21,20
0,415	0,296	35,7	13,34	0,714	0,368	25,8	16,14	1,152	0,440	19,09	18,77	1,790	0,512	14,30	21,23
0,418	0,297	35,5	13,38	0,719	0,369	25,7	16,18	1,160	0,441	19,01	18,81	1,801	0,513	14,24	21,26
0,422	0,298	35,3	13,42	0,724	0,370	25,5	16,22	1,167	0,442	18,94	18,84	1,812	0,514	14,18	21,30
0,425	0,299	35,2	13,46	0,729	0,371	25,4	16,26	1,175	0,443	18,86	18,88	1,823	0,515	14,13	21,33
0,429	0,300	35,0	13,50	0,734	0,372	25,3	16,29	1,182	0,444	18,78	18,91	1,834	0,516	14,07	21,36
0,432	0,301	34,8	13,54	0,740	0,373	25,2	16,33	1,189	0,445	18,71	18,95	1,845	0,517	14,01	21,40
0,436	0,302	34,7	13,58	0,745	0,374	25,1	16,37	1,197	0,446	18,63	18,98	1,856	0,518	13,96	21,43
0,439	0,303	34,5	13,62	0,750	0,375	25,0	16,41	1,205	0,447	18,56	19,02	1,867	0,519	13,90	21,46
0,443	0,304	34,3	13,66	0,755	0,376	24,9	16,44	1,212	0,448	18,48	19,05	1,878	0,520	13,85	21,49
0,446	0,305	34,2	13,70	0,760	0,377	24,8	16,48	1,220	0,449	18,41	19,09	1,889	0,521	13,79	21,53
0,450	0,306	34,0	13,74	0,766	0,378	24,7	16,52	1,227	0,450	18,33	19,12	1,900	0,522	13,74	21,56
0,454	0,307	33,9	13,78	0,771	0,379	24,6	16,56	1,235	0,451	18,26	19,16	1,911	0,523	13,68	21,59
0,457	0,308	33,7	13,82	0,776	0,380	24,5	16,59	1,243	0,452	18,19	19,19	1,922	0,524	13,63	21,62
0,461	0,309	33,5	13,86	0,782	0,381	24,4	16,63	1,251	0,453	18,11	19,23	1,934	0,525	13,57	21,66
0,464	0,310	33,4	13,90	0,787	0,382	24,3	16,67	1,258	0,454	18,04	19,26	1,945	0,526	13,52	21,69
0,468	0,311	33,2	13,94	0,792	0,383	24,2	16,71	1,266	0,455	17,97	19,30	1,956	0,527	13,46	21,72
0,472	0,312	33,1	13,98	0,798	0,384	24,06	16,74	1,274	0,456	17,89	19,33	1,968	0,528	13,41	21,75
0,476	0,313	32,9	14,02	0,803	0,385	23,96	16,78	1,282	0,457	17,82	19,37	1,980	0,529	13,36	21,79
0,479	0,314	32,8	14,06	0,809	0,386	23,86	16,82	1,290	0,458	17,75	19,40	1,992	0,530	13,30	21,82
0,483	0,315	32,6	14,10	0,814	0,387	23,76	16,85	1,298	0,459	17,68	19,44	2,004	0,531	13,25	21,85
0,487	0,316	32,5	14,14	0,820	0,388	23,66	16,89	1,306	0,460	17,61	19,47	2,016	0,532	13,20	21,88
0,491	0,317	32,3	14,18	0,826	0,389	23,56	16,93	1,314	0,461	17,54	19,51	2,028	0,533	13,14	21,92
0,494	0,318	32,2	14,21	0,831	0,390	23,46	16,96	1,323	0,462	17,47	19,54	2,040	0,534	13,09	21,95
0,498	0,319	32,0	14,25	0,837	0,391	23,36	17,00	1,331	0,463	17,40	19,58	2,052	0,535	13,04	21,98
0,502	0,320	31,9	14,29	0,843	0,392	23,27	17,04	1,339	0,464	17,33	19,61	2,064	0,536	12,99	22,01
0,506	0,321	31,7	14,33	0,848	0,393	23,17	17,08	1,347	0,465	17,26	19,65	2,076	0,537	12,93	22,04
0,510	0,322	31,6	14,37	0,854	0,394	23,07	17,11	1,356	0,466	17,19	19,68	2,088	0,538	12,88	22,08
0,514	0,323	31,4	14,41	0,860	0,395	22,97	17,15	1,364	0,467	17,12	19,72	2,100	0,539	12,83	22,11
0,518	0,324	31,3	14,45	0,866	0,396	22,88	17,19	1,373	0,468	17,05	19,75	2,113	0,540	12,78	22,14
0,522	0,325	31,2	14,49	0,871	0,397	22,78	17,22	1,381	0,469	16,98	19,78	2,125	0,541	12,73	22,17
0,526	0,326	31,0	14,53	0,877	0,398	22,69	17,26	1,389	0,470	16,91	19,82	2,137	0,542	12,68	22,20
0,530	0,327	30,9	14,57	0,883	0,399	22,59	17,30	1,398	0,471	16,85	19,85	2,150	0,543	12,62	22,24
0,534	0,328	30,7	14,61	0,889	0,400	22,50	17,33	1,407	0,472	16,78	19,89	2,163	0,544	12,57	22,27
0,538	0,329	30,6	14,65	0,895	0,401	22,41	17,37	1,415	0,473	16,71	19,92	2,176	0,545	12,52	22,30
0,542	0,330	30,5	14,68	0,901	0,402	22,31	17,41	1,424	0,474	16,65	19,96	2,189	0,546	12,47	22,33
0,546	0,331	30,3	14,72	0,907	0,403	22,22	17,44	1,433	0,475	16,58	19,99	2,202	0,547	12,42	22,36
0,550	0,332	30,2	14,76	0,913	0,404	22,13	17,48	1,441	0,476	16,51	20,02	2,215	0,548	12,37	22,39
0,554	0,333	30,0	14,80	0,919	0,405	22,04	17,52	1,450	0,477	16,45	20,06	2,228	0,549	12,32	22,43
0,559	0,334	29,9	14,84	0,925	0,406	21,95	17,55	1,459	0,478	16,38	20,09	2,241	0,550	12,27	22,46
0,563	0,335	29,8	14,88	0,931	0,407	21,85	17,59	1,468	0,479	16,32	20,13	2,254	0,551	12,22	22,49

$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$
2,267	0,552	12,17	22,52	3,452	0,624	9,04									

$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$	$\varphi$	$\beta$	$\gamma$	100 $\mu$
14,70	0,840	2,86	30,24	21,74	0,881	2,03	31,11	35,8	0,921	1,29	31,91	78,9	0,961	0,61	32,66
14,83	0,841	2,84	30,26	21,98	0,882	2,01	31,13	36,3	0,922	1,27	31,93	81,2	0,962	0,59	32,68
14,96	0,842	2,81	30,28	22,21	0,883	1,99	31,16	36,9	0,923	1,25	31,95	83,5	0,963	0,58	32,69
15,09	0,843	2,79	30,31	22,46	0,884	1,97	31,18	37,4	0,924	1,23	31,97	86,0	0,964	0,56	32,71
15,22	0,844	2,77	30,33	22,70	0,885	1,95	31,20	38,0	0,925	1,22	31,99	88,7	0,965	0,54	32,73
15,36	0,845	2,75	30,35	22,95	0,886	1,93	31,22	38,6	0,926	1,20	32,01	91,5	0,966	0,53	32,75
15,49	0,846	2,73	30,37	23,21	0,887	1,91	31,24	39,2	0,927	1,18	32,03	94,4	0,967	0,51	32,77
15,63	0,847	2,71	30,39	23,47	0,888	1,89	31,26	39,9	0,928	1,16	32,05	97,6	0,968	0,50	32,78
15,77	0,848	2,69	30,41	23,73	0,889	1,87	31,28	40,5	0,929	1,15	32,07	101	0,969	0,48	32,80
15,91	0,849	2,67	30,44	24,00	0,890	1,85	31,30	41,2	0,930	1,13	32,08	105	0,970	0,46	32,82
16,06	0,850	2,65	30,46	24,28	0,891	1,84	31,32	41,9	0,931	1,11	32,10	108	0,971	0,45	32,84
16,20	0,851	2,63	30,48	24,56	0,892	1,82	31,34	42,6	0,932	1,09	32,12	113	0,972	0,43	32,85
16,35	0,852	2,61	30,50	24,84	0,893	1,80	31,36	43,3	0,933	1,08	32,14	117	0,973	0,42	32,87
16,50	0,853	2,58	30,52	25,13	0,894	1,78	31,38	44,1	0,934	1,06	32,16	122	0,974	0,40	32,89
16,65	0,854	2,56	30,54	25,43	0,895	1,76	31,40	44,8	0,935	1,04	32,18	127	0,975	0,39	32,91
16,81	0,855	2,54	30,57	25,73	0,896	1,74	31,42	45,6	0,936	1,03	32,20	132	0,976	0,37	32,92
16,96	0,856	2,52	30,59	26,04	0,897	1,72	31,44	46,5	0,937	1,01	32,22	138	0,977	0,35	32,94
17,12	0,857	2,50	30,61	26,35	0,898	1,70	31,46	47,3	0,938	0,99	32,24	145	0,978	0,34	32,96
17,28	0,858	2,48	30,63	26,67	0,899	1,69	31,48	48,2	0,939	0,97	32,25	152	0,979	0,32	32,98
17,44	0,859	2,46	30,65	27,0	0,900	1,67	31,50	49,1	0,940	0,96	32,27	160	0,980	0,31	32,99
17,61	0,860	2,44	30,67	27,3	0,901	1,65	31,52	50,0	0,941	0,94	32,29	169	0,981	0,29	33,01
17,78	0,861	2,42	30,69	27,7	0,902	1,63	31,54	51,0	0,942	0,92	32,31	179	0,982	0,28	33,03
17,95	0,862	2,40	30,72	28,0	0,903	1,61	31,56	52,0	0,943	0,91	32,33	190	0,983	0,26	33,05
18,12	0,863	2,38	30,74	28,4	0,904	1,59	31,58	53,0	0,944	0,89	32,35	202	0,984	0,24	33,06
18,30	0,864	2,36	30,76	28,7	0,905	1,58	31,60	54,1	0,945	0,87	32,37	216	0,985	0,23	33,08
18,48	0,865	2,34	30,78	29,1	0,906	1,56	31,62	55,2	0,946	0,86	32,38	231	0,986	0,21	33,10
18,66	0,866	2,32	30,80	29,5	0,907	1,54	31,64	56,4	0,947	0,84	32,40	250	0,987	0,20	33,11
18,84	0,867	2,30	30,82	29,9	0,908	1,52	31,66	57,6	0,948	0,82	32,42	271	0,988	0,18	33,13
19,03	0,868	2,28	30,84	30,3	0,909	1,50	31,68	58,9	0,949	0,81	32,44	296	0,989	0,17	33,15
19,22	0,869	2,26	30,86	30,7	0,910	1,48	31,70	60,2	0,950	0,79	32,46	327	0,990	0,15	33,16
19,41	0,870	2,24	30,88	31,1	0,911	1,47	31,72	61,5	0,951	0,77	32,48	364	0,991	0,14	33,18
19,60	0,871	2,22	30,91	31,5	0,912	1,45	31,74	62,9	0,952	0,76	32,49	410	0,992	0,12	33,20
19,80	0,872	2,20	30,93	31,9	0,913	1,43	31,76	64,4	0,953	0,74	32,51	470	0,993	0,11	33,22
20,00	0,873	2,18	30,95	32,4	0,914	1,41	31,78	66,0	0,954	0,72	32,53	549	0,994	0,09	33,23
20,21	0,874	2,16	30,97	32,8	0,915	1,39	31,80	67,6	0,955	0,71	32,55	660	0,995	0,08	33,25
20,42	0,875	2,14	30,99	33,3	0,916	1,38	31,82	69,2	0,956	0,69	32,57	827	0,996	0,06	33,27
20,63	0,876	2,12	31,01	33,8	0,917	1,36	31,84	71,0	0,957	0,67	32,59	1104	0,997	0,05	33,28
20,84	0,877	2,10	31,03	34,3	0,918	1,34	31,85	72,8	0,958	0,66	32,60	1660	0,998	0,03	33,30
21,06	0,878	2,08	31,05	34,8	0,919	1,32	31,87	74,8	0,959	0,64	32,62	3327	0,999	0,02	33,32
21,28	0,879	2,06	31,07	35,3	0,920	1,30	31,89	76,8	0,960	0,63	32,64	$\infty$	1,000	0,00	33,33

De to Inertimenter udledes dog lettere af Modstandsmomenterne, hvorom nærmere i § 215.

Ved Kombination af (129) med (134) findes:  $I_b = \mu \cdot \beta \cdot bh^3$ ,  $I_j = \frac{1}{n} \cdot I_b$ . (118) (119)



Fig. 162.

Kendes de Spændinger, et givet Moment fremkalder i Tværsnittet, da bestemmes  $I$  lettest ved Hjælp af Ligningen:

$$M = \sigma_b \cdot W_b = \sigma_b \cdot \frac{I_b}{x}$$

altsaa:  $I_b = \frac{M}{\sigma_b} \cdot x$  og analogt:  $I_j = \frac{M}{\sigma_j} (h - x)$ . (120) (121)

Er Tværsnittet armeret med Profiljærn (Fig. 162), kan der undertiden være Grund til at tage Hensyn til Jærnets Inertimoment m. H. t. dets egen Tyngdepunktsakse. Kaldes dette  $I'$ , ændres (116) og (117) til:

$$I_b = \frac{1}{3} bx^3 + nf(h - x)^2 + n \cdot I' \quad \text{og} \quad I_j = \frac{1}{n} \cdot I_b \quad (122) (123)$$

214. For en regulær 8-Kant med 8 ens Jærn (Fig. 163) og med den neutrale Akse skærende de to øvre konvergerende Sider, bestemmes  $x^1$  og  $I_b$  af henholdsvis:

$$\frac{1}{3} x^3 + 0,4142r \cdot x^2 + 8n \cdot f \cdot x = 8n \cdot f \cdot r \quad \text{og} \quad I_b = \frac{1}{6} x^3 \cdot (1,6568r + x) + 8n \cdot f \cdot \left( \frac{e^2}{2} + (r-x)^2 \right) \quad (124)$$

<sup>1)</sup> Se Mörsh: Der Eisenbetonbau 1912, S. 199, hvor der findes et Diagram til Bestemmelse af  $x$ .

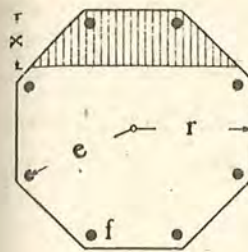


Fig. 163.

Betonens Randspænding bliver:  $\sigma_b = \frac{M}{I_b} \cdot x$ , (125)

Spændingen i de underste Jærn:  $\sigma_j = n \cdot \frac{M}{I_b} \cdot (h - x)$ . (126)

Hvis den neutrale Akse skærer de to lodrette Sider, faas:

$$r \cdot x + (8n \cdot f - 0,3431r^2) \cdot x = 8n \cdot r \cdot f - 0,0670r^3$$

$$I_b = \frac{2r}{3} \cdot x^3 - 0,3431r^2 \cdot x^2 + 0,1340r^3 \cdot x - 0,0194r^4 + 8nf \left( \frac{e^2}{2} + (r-x)^2 \right) \quad (127)$$

Forskellen mellem dette Udtryk og (124) er imidlertid saa ringe, at man godt kan bruge (124) ogsaa i dette Tilfælde. Spændingerne bestemmes atter af (125) og (126).

**β. Formler for Modstandsmomenterne.**

215. For homogene Materialer, der følger Hookes Lov, er man vant til at bestemme Bøjningsspændingen af Formlen:

$$\sigma = \frac{M}{W} \quad (128)$$

hvor  $W$  er Tværsnittets Modstandsmoment. Dette Begreb kan man ogsaa gøre Brug af ved Jærnbetontværsnit, men ligesom disse har to Inertimomenter (§ 213), har de ogsaa to Modstandsmomenter:

$$W_b = \frac{I_b}{x} \quad \text{og} \quad W_j = \frac{I_j}{h - x} \quad (129) (130)$$

der, indsat i (128), giver henholdsvis  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ .

$W_b$  og  $W_j$  kan findes af (116) og (117), men lettere paa følgende Maade. Ved at sammenligne (128) med (99) i § 202 og benytte (115) og (95) faas:

$$W_j = f \cdot m = f \cdot \frac{3 - \beta}{3} \cdot h = \varphi \cdot \frac{bh}{100} \cdot \frac{3 - \beta}{3} \cdot h = \frac{1}{3} \varphi \cdot \frac{b}{100} \cdot h^2 (3 - \beta) \quad (131)$$

Da  $M = \sigma_b \cdot W_b = \sigma_j \cdot W_j$ , faas ved Benyttelse af (104):

$$W_b = \frac{\sigma_j}{\sigma_b} \cdot W_j = \gamma \cdot W_j = \frac{50\beta}{\varphi} \cdot W_j = \frac{1}{6} bh^2 \cdot \beta (3 - \beta) \quad (132)$$

Vi har tidligere (Formel 106) indført Betegnelsen:

$$\mu = \frac{1}{6} \beta (3 - \beta) \quad (133)$$

og kan derfor omskrive (132) og (131) til:

$$W_b = \mu \cdot bh^2 = 100 \mu \cdot Bh^2, \quad W_j = \frac{W_b}{\gamma} \quad (134) (135)$$

hvor  $B$  er Tværsnittets Bredde udtrykt i Meter.

Formel (134) ses at være ligedannet med den for et homogent, rektangulært Tværsnit gældende  $W = \frac{1}{6} bh^2$ , idet blot den konstante Faktor  $\frac{1}{6}$  er erstattet af den med  $\varphi$  variable Faktor  $\mu$ . I Tabellen Side 111 er Størrelserne 100  $\mu$  og  $\gamma$  beregnet ( $n = 15$ ) for alle Værdier af  $\varphi$ , saa at Modstandsmomenterne af et rektangulært Tværsnit let kan bestemmes, naar  $\varphi$ ,  $b$  og  $h$  er kendte.

Til  $\varphi = 0,801$  % (Spændingsforhold  $\frac{50}{1200}$ ) svarer saaledes  $W_b = \frac{16,76}{100} \cdot bh^2$ ; med en tilladelig Spænding  $\sigma_b = 50$  at, kan Tværsnittet altsaa optage Momentet:

$$M = 50 W_b = 8,38 bh^2 \quad (136)$$

Til  $\varphi = 0,75$  % (Spændingsforhold  $\frac{40}{1000}$ ) svarer  $W_b = \frac{16,41}{100} \cdot bh^2$ ; med en tilladelig Spænding  $\sigma_b = 40$  at, kan Tværsnittet altsaa optage:

$$M = 40 W_b = 6,56 bh^2 \quad (137)$$

Samhørigheden mellem  $M : bh^2$ ,  $\varphi$ ,  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  fremgaar af Fig. 185 i § 250.



**Eksempel.** En 10<sup>cm</sup> tyk Plade er armeret med 10 Rj. 9<sup>mm</sup> pr. m og paa-  
virket af Momentet 500 kg<sup>m</sup> pr. m. Der er 1<sup>cm</sup> Beton under Jærnet, og dettes  
Tværsnit er 6,36 cm<sup>2</sup>, saa Nyttenhøjden er  $h = 10 - 1 - 0,45 = 8,55$  cm og Jærn-  
procenten  $\varphi = \frac{6,36}{100 \cdot 8,55} \cdot 100 = 0,744$ , hvortil der i Følge Tabellen Side 112 svarer  
 $100 \mu = 16,36$  og  $\gamma = 25,1$ , altsaa (Formel 134):  $W_b = 16,36 \cdot 1 \cdot 8,55^3 = 1194$ ,  
 $\sigma_b = \frac{500 \cdot 100}{1194} = 41,8$  og  $\sigma_j = 41,8 \cdot 25,1 = 1050$ .

### γ. Tabel over Modstandsmomenterne.

216. Da Jærnbetonplader bruges i stor Udstrækning, og da deres Tyk-  
kelse og Armering ligger indenfor nogenlunde snævre Grænser, kan man med  
Fordel beregne deres Modstandsmomenter een Gang for alle. Dette er gjort i  
hosstaaende Tabeller<sup>1)</sup>, der indeholder Modstandsmomenterne for 1<sup>m</sup> brede  
Plader, hvis Tykkelse varierer fra 5 til 15<sup>cm</sup> i Spring paa 1<sup>cm</sup>, og som er  
armerede med Rundjærn af de mest benyttede Dimensioner, nemlig 5, 7, 8, 9,  
10 og 12<sup>mm</sup>, i et Antal af 1 til 15 pr. løbende m. Værdierne er dog kun ud-  
regnede for de Tværsnit, hvis Jærnprocent ligger mellem 0,1 og 1,667; for  
disse varierer Spændingsforholdet  $\gamma = \sigma_j : \sigma_b$  mellem 79,5 og 15,0; sammen med  
Jærnspændingen 1000<sup>at</sup> kan der derfor kun optræde Betonspændinger af Stør-  
relse 12,6—66,7<sup>at</sup>, og sammen med Jærnspændingen 1200<sup>at</sup> kun Betonspændinger  
af Størrelse 15,1—80,0<sup>at</sup>.  $n$  er regnet lig 15

Afstanden mellem Jærnets og Pladens Underside er fastsat til 1<sup>cm</sup>.

Tabellerne indeholder baade  $W_b$  og  $W_j$ ;  $W_j$  staar underst og er trykt med  
fede Typer.

217. Brugen af Tabellerne fremgaar af følgende **Eksempler.**

**Eks. 1.** En 10<sup>cm</sup> tyk Plade er armeret med 8 Rj. 9<sup>mm</sup> pr. m og paa-  
virket af Momentet 40 000 kg<sup>cm</sup> pr. løbende m. Spændingerne søges.

I Tabellen ses, at den paagældende Plade har  $W_b = 1106$  cm<sup>3</sup> og  $W_j = 38,5$  cm<sup>3</sup>,  
altsaa  $\sigma_b = 40\ 000 : 1106 = 36,2$ <sup>at</sup>,  $\sigma_j = 40\ 000 : 38,5 = 1040$ <sup>at</sup>.

**Eks. 2.** En 1<sup>m</sup> bred Plade skal optage Momentet 30 000 kg<sup>cm</sup>, uden at Spæn-  
dingerne overskrider 46 og 1000. Dimensionerne søges.

Modstandsmomenterne maa være større end henholdsvis  $W_b = 30\ 000 : 40$   
 $= 750$  og  $W_j = 30\ 000 : 1000 = 30$ . Tabellerne viser, at  $W_b$  først naar Værdien  
750, naar Pladetykkelsen er 8<sup>cm</sup> eller derover. Ønsker man at bruge 9<sup>mm</sup> Rund-  
jærn, løber man de paagældende lodrette Spalter igennem fra oven nedad, indtil  
man naar en Værdi af  $W_j$ , der er større end 30; hvis den tilhørende Værdi af  
 $W_b$  er større end 750, er Tværsnittet brugbart, er den for lille, gaar man over  
til den følgende Pladetykkelse. Man kunde naturligvis gaa videre i Spalten,  
til man finder et  $W_b$ , der er stort nok, men det svarer til at reducere  $\sigma_b$  ved  
Hjælp af et forøget Jærnindlæg, hvilket er uøkonomisk (§ 211). I det fore-  
liggende Tilfælde er Pladetykkelsen 8<sup>cm</sup> derfor uøkonomisk, men man kan  
bruge en 9<sup>cm</sup> Plade med 8 Rj. 9<sup>mm</sup>. Skal Pladetykkelsen af en eller anden  
Grund være 10<sup>cm</sup>, bliver Jærnindlægget 7 Rj. 9<sup>mm</sup>. Vil man have den billigste  
Plade, opsøger man mellem de 9<sup>cm</sup> tykke Plader den, hvis  $W_j$  i ringest Grad  
overskrider 30, og finder da, at 9 Rj. 8<sup>mm</sup> vil være den mest økonomiske  
Armering.

Flere Dimensioneringseksempler findes i § 286.

<sup>1)</sup> Tidligere offentliggjorte i Ing. 1912, S. 294.

Arme- ring	5 cm Plade					6 cm Plade					7 cm Plade					Arme- ring		
	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm		9 mm	10 mm
1 Stk.	102	113	122	129	142	165	179	192	215	246	264	298	274	303	327	350	390	450
2 Stk.	108	137	149	159	168	201	220	238	278	333	350	390	407	503	523	559	630	750
3 Stk.	128	161	173	184	194	234	257	277	320	382	408	450	474	584	605	659	750	900
4 Stk.	144	179	192	204	213	264	286	307	350	421	452	495	519	639	662	726	825	1000
5 Stk.	157	194	208	218	228	290	311	332	375	453	488	530	563	693	718	782	881	1075
6 Stk.	168	206	221	232	241	315	336	357	399	487	526	568	601	741	766	830	929	1125
7 Stk.	179	218	234	242	251	336	357	370	411	509	552	594	627	777	802	866	965	1175
8 Stk.	188	227	241	252	261	357	378	391	431	539	586	628	661	821	846	910	1009	1225
9 Stk.	196	236	250	260	269	378	399	415	455	563	610	652	685	855	880	944	1043	1275
10 Stk.	204	244	258	268	277	399	420	431	471	579	626	668	701	881	906	970	1069	1300
11 Stk.	211	250	265	275	284	420	441	452	492	600	647	689	722	911	936	1000	1100	1350
12 Stk.	217	257	272	282	291	441	462	473	513	621	668	710	743	941	966	1030	1130	1400
13 Stk.	223	263	278	288	297	462	483	494	534	642	689	731	764	971	996	1060	1160	1450
14 Stk.	229	268	283	293	302	483	504	515	555	663	710	752	785	1001	1026	1090	1190	1475
15 Stk.	234	273	288	298	307	504	525	536	576	684	731	773	806	1031	1056	1120	1220	1500

Jærnbetonpladers

Modstandsmomenter.

Pladebredde: 100<sup>cm</sup>

1<sup>cm</sup> Mørtel under  
Jærnene.

$$n = \frac{E_j}{E_b} = 15.$$

Arme- ring	8 cm Plade						9 cm Plade						10 cm Plade						11 cm Plade						Arme- ring	
	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm		
1 Stk.					344 4,81	392 6,74					430 5,56	493 7,80						601 8,90						721 10,0	1 Stk.	
2 Stk.		354 4,83	391 6,22	427 7,74	459 9,42	514 13,1	442 5,59	490 7,20	534 8,95	579 11,0	650 15,2			592 8,15	650 10,2	702 12,4	798 17,4			705 9,12	774 11,4	840 13,9	958 19,6		2 Stk.	
3 Stk.		419 7,15	462 9,18	500 11,4	536 13,9	595 19,3	525 8,26	580 10,6	629 13,2	674 16,1	756 22,5			633 9,36	705 12,1	765 15,1	828 18,3	932 25,7		752 10,5	839 13,5	914 16,9	988 20,6	1120 29,0		3 Stk.
4 Stk.	365 4,98	471 9,46	516 12,2	557 15,0	594 18,3	658 25,3	453 5,75	590 10,9	650 14,1	702 17,5	753 21,2	835 29,6		717 12,4	790 15,9	860 19,9	923 24,2	1030 33,8		853 13,9	942 17,8	1025 22,3	1103 27,2	1244 38,0		4 Stk.
5 Stk.	401 6,19	516 11,7	563 15,0	608 18,6	644 22,6	706 31,3	499 7,16	645 13,6	708 17,4	765 21,6	814 26,2	902 36,5	603 8,10	784 15,4	860 19,7	936 24,6	1000 29,9	1116 41,8	715 9,05	932 17,2	1032 22,2	1120 27,6	1200 33,6	1342 47,0		5 Stk.
6 Stk.	431 7,37	550 13,9	600 17,8	647 22,2	684 26,8	749 37,2	537 8,54	692 16,2	759 20,7	816 25,7	869 31,2	956 43,3	653 9,66	844 18,3	925 23,6	999 29,2	1070 35,6	1183 49,6	770 10,8	1002 20,5	1102 26,4	1193 32,8	1283 40,0	1430 55,9		6 Stk.
7 Stk.	459 8,56	583 16,2	636 20,7	680 25,6	720 31,0	782 42,9	573 9,91	734 18,7	803 24,0	860 29,8	917 36,1	1001 50,2	694 11,2	894 21,2	978 27,2	1057 33,9	1130 41,2	1244 57,3	824 12,5	1070 23,8	1170 30,6	1264 38,1	1356 46,3	1502 64,6		7 Stk.
8 Stk.	486 9,77	614 18,4	665 23,1	711 29,1	750 35,2	815 48,7	606 11,3	770 21,3	840 27,2	903 33,8	955 40,9	1041 56,9	733 12,7	943 24,2	1030 31,0	1106 38,5	1180 46,8	1297 65,0	876 14,3	1122 27,1	1230 34,8	1330 43,3	1420 52,5	1570 73,4		8 Stk.
9 Stk.	508 10,9	640 20,6	692 26,2	740 32,6	778 39,3	837 54,4	635 12,6	805 23,8	875 30,4	940 37,8	993 45,7	1079 63,5	772 14,3	982 27,0	1068 34,5	1153 43,1	1225 52,2	1342 72,6	916 16,0	1175 30,3	1288 38,9	1380 48,3	1475 58,8	1625 82,0		9 Stk.
10 Stk.	530 12,1	664 22,7	717 29,0	764 35,9	803 43,4		663 14,0	835 26,3	908 33,7	971 41,7	1025 50,5	1112 70,0	805 15,8	1020 29,8	1110 38,2	1195 47,6	1265 57,7	1384 80,1	957 17,7	1220 33,5	1340 43,0	1435 53,4	1525 64,9	1678 90,4		10 Stk.
11 Stk.	549 13,2	686 24,9	740 31,7	787 39,2	826 47,4		689 15,3	865 28,8	938 36,8	1000 45,7	1055 55,4		835 17,3	1060 32,8	1148 41,9	1230 52,0	1303 63,1	1420 87,8	997 19,4	1264 36,6	1380 47,0	1490 58,6	1574 71,0	1720 98,8		11 Stk.
12 Stk.	567 14,4	706 27,0	762 34,4	808 42,6	848 51,5		713 16,7	892 31,3	963 39,9	1029 49,6	1085 60,0		864 18,9	1090 35,6	1185 45,5	1264 56,4	1340 68,3	1456 95,2	1030 21,1	1308 39,4	1420 51,0	1525 63,5	1620 77,0	1768 107		12 Stk.
13 Stk.	583 15,5	725 29,1	780 37,1	828 46,0	866 55,5		735 18,0	917 33,8	990 43,1	1053 53,4	1108 64,5		893 20,4	1123 38,4	1217 49,1	1300 60,9	1370 73,8	1060 22,8	1342 43,0	1460 55,0	1564 68,4	1660 83,2	1809 116		13 Stk.	
14 Stk.	600 16,6	742 31,1	798 39,8	846 49,2			755 19,3	940 36,2	1010 46,2	1078 57,2	1131 69,3		918 21,9	1150 41,0	1247 52,6	1330 65,3	1400 79,2	1092 24,5	1376 46,0	1500 59,2	1600 73,4	1694 89,0		14 Stk.		
15 Stk.	617 17,8	759 33,2	816 42,5				775 20,7	960 38,6	1035 49,4	1101 61,2	1152 74,0		943 23,4	1176 43,9	1270 56,1	1360 69,7	1430 84,5	1125 26,2	1410 49,1	1530 63,0	1640 78,4	1730 95,0		15 Stk.		

Arme- ring	12 cm Plade						13 cm Plade						14 cm Plade						15 cm Plade						Arme- ring					
	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm	5 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	12 mm						
1 Stk.						844 11,1																				1 Stk.				
2 Stk.					907 12,6	987 15,8	1125 21,8				1048 13,9	1132 16,9	1303 23,9				1195 15,2	1294 18,5	1485 26,1					1462 20,0	1680 28,3		2 Stk.			
3 Stk.		879 11,6	982 15,0	1070 18,7	1160 22,8	1320 32,2				1132 16,5	1245 20,6	1340 25,1	1530 35,3				1287 17,9	1419 22,5	1532 27,4	1747 38,5		1448 19,4	1593 24,2	1730 29,6	1980 41,8		3 Stk.			
4 Stk.		999 15,4	1110 19,8	1205 24,7	1301 30,2	1468 42,3				1147 16,8	1280 21,8	1396 27,2	1500 33,0	1705 46,5				1312 18,4	1455 23,7	1592 29,7	1715 36,0	1952 50,7		1478 19,9	1643 25,6	1800 32,0	1950 39,1	2220 55,1		4 Stk.
5 Stk.		1090 19,0	1214 24,6	1315 30,6	1412 37,4	1594 52,4				1260 20,9	1397 27,0	1524 33,7	1640 40,9	1850 57,5				1439 22,8	1590 29,4	1740 36,8	1870 44,7	2126 63,0		1625 24,6	1800 31,8	1965 39,8	2125 48,5	2408 68,3		5 Stk.
6 Stk.	900 11,9	1174 22,8	1298 29,2	1412 36,4	1515 44,5	1692 62,3	1042 13,1	1353 25,0	1500 32,2	1635 40,3	1750 48,8	1970 68,4				1550 27,2	1710 35,0	1870 43,7	2005 53,2	2260 74,8		1745 29,4	1938 37,9	2120 47,3	2275 57,8	2572 81,2		6 Stk.		
7 Stk.	965 13,8	1250 26,4	1380 34,0	1490 42,3	1600 51,5	1785 72,1	1109 15,2	1443 29,0	1593 37,4	1730 46,7	1860 56,6	2075 79,1				1255 16,5	1650 31,6	1823 40,6	1983 50,8	2124 61,7	2385 86,5		1860 34,2	2060 43,9	2240 54,9	2413 66,9	2720 94,0		7 Stk.	
8 Stk.	1017 15,8	1315 30,0	1450 38,5	1566 48,0	1675 58,5	1863 81,7	1174 17,3	1525 33,0	1680 42,4	1825 52,9	1943 64,2	2168 89,9				1332 18,9	1740 36,0	1913 46,1	2080 57,6	2232 70,2	2495 98,3		1498 20,4	1960 38,8	2170 50,0	2360 62,3	2532 76,0	2845 107		8 Stk.
9 Stk.	1072 17,7	1378 33,6	1513 43,2	1634 53,7	1745 65,4	1938 91,4	1235 19,4	1595 37,0	1755 47,4	1909 59,3	2025 71,7	2253 100				1403 21,1	1828 40,3	2002 51,6	2179 64,5	2325 78,3	2592 110		1576 22,8	2060 43,6	2266 56,0	2465 69,9	2640 85,0	2961 119		9 Stk.
10 Stk.	1118 19,6	1435 37,2	1575 47,7	1692 59,4	1810 72,3	1995 101	1290 21,5	1660 40,9	1821 52,4	1973 65,5	2100 79,3	2338 111				1471 23,4	1899 44,5	2080 57,2	2260 71,3	2410 86,5	2687 121		1650 25,3	2149 48,1	2357 61,8	2560 77,3	2740 94,0	3060 132		10 Stk.
11 Stk.	1162 21,5	1490 40,7	1630 52,2	1750 65,0	1869 79,0	2050 110	1342 23,6	1722 44,8	1886 57,5	2040 71,7	2165 86,8	2400 121				1528 25,6	1970 48,8	2155 62,6	2340 78,0	2488 94,8	2760 135		1720 27,8	2226 52,7	2445 67,7	2650 84,5	2840 103	3150 144		11 Stk.
12 Stk.	1202 23,4	1540 44,2	1680 56,8	1803 70,6	1920 85,8	2105 120	1390 25,6	1782 48,6	1950 62,5	2104 78,0	2230 94,4	2460 132				1580 27,9	2039 53,0	2228 68,0	2412 84,8	2565 103	2830 144		1780 30,2	2302 57,3	2521 73,6	2735 92,0	2920 112	3240 157		12 Stk.
13 Stk.	1245 25,3	1585 47,8	1726 61,3	1850 76,0	1968 92,4	2155 129	1435 27,8	1838 52,5	2003 67,4	2160 84,0	2290 102	2520 142				1630 30,2	2100 57,3	2290 73,4	2480 91,6	2629 111	2900 155		1840 32,6	2374 61,9	2600 79,5	2810 99,0	3000 121	3320 169		13 Stk.
14 Stk.	1280 27,1	1625 51,2	1770 65,7	1895 81,7	2008 99,0	2200 138	1478 29,7	1885 56,3	2055 72,4	2215 90,2	2340 109	2575 152				1685 32,4	2155 61,5	2352 78,9	2540 98,1	2700 119	2970 166		1895 35,0	2440 66,5	2665 85,3	2880 106	3068 129	3390 181		14 Stk.
15 Stk.	1310 28,9	1665 54,7	1810 70,1	1935 87,0	2057 106	2240 148	1518 31,8	1932 60,2	2107 77,1	2260 96,1	2390 116	2615 162				1730 34,5	2208 65,7	2406 84,1	2600 105	2760 127	3020 177		1949 37,4	2500 71,0	2728 91,1	2950 114	3135 138	3460 193		15 Stk.

**Eks. 3.** Hvor stort er Forholdet mellem Randspændingerne ( $\gamma = \sigma_j : \sigma_b$ ) i en 12 cm tyk Plade armeret med 8 Rj. 8 mm pr. m? Forholdet er lig  $W_b : W_j$ , altsaa  $\gamma = 1450 : 38,5 = 37,7$ .

**Eks. 4.** Hvor stor er den foregaaende Plades Jærnprocent, og hvor ligger den neutrale Akse?

$$\text{Jærnprocenten er: } \varphi = \frac{50}{\gamma} \cdot \frac{n}{\gamma + n} = \frac{50}{37,7} \cdot \frac{15}{37,7 + 15} = 0,378.$$

Den neutrale Akses Beliggenhed findes af Tabellen Side 112. Til  $\varphi = 0,378$  svarer  $\beta = 0,285$  altsaa  $x = 0,285 h = 0,285 (12 - 1,4) = 0,285 \cdot 10,6 = 3,02$  cm.

**Eks. 5.** En 30 cm bred Plade skal optage Momentet 14 400 kgcm, de tilladelige Spændinger er 30 og 1200, Dimensionerne søges.

Den søgte Plade skal, hvis dens Bredde forøges til 100 cm, kunne optage Momentet  $14\ 400 : 0,3 = 48\ 000$  kgcm og følgelig have  $W_b = 48\ 000 : 30 = 1600$  og  $W_j = 48\ 000 : 1200 = 40$ . En 13 cm tyk Plade med 10 Stk. 7 mm Rj. har  $W_b = 1660$  og  $W_j = 40,9$ , følgelig skal den søgte Plade være 13 cm tyk og armeres med  $10 \cdot 0,3 = 3$  Rj. 7 mm.

**f. Spændingsbestemmelse med Hensyntagen til Betonens Trækspændinger.**

**218.** Tages der Hensyn til Betonens Trækspændinger (Fig. 164), og regnes  $E_b^t = E_b^c$ , ændres Ligningerne (91)–(93) i § 201 til:

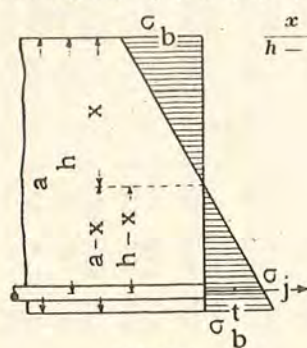


Fig. 164.

$$\frac{x}{h-x} = n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j}, \quad \frac{1}{2} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j + \frac{1}{2} \cdot \sigma_b^t \cdot (a-x) \cdot b, \quad (138) \quad (139)$$

$$M = f \cdot \sigma_j \left( h - \frac{x}{3} \right) + \frac{1}{2} \cdot \sigma_b^t \cdot (a-x) \cdot b \cdot \frac{2}{3} a. \quad (140)$$

Af disse Ligninger findes:

$$x = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot a^2 + n \cdot f \cdot h}{\frac{M \cdot x}{b \cdot a + n \cdot f}}, \quad (141)$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\frac{1}{3} \cdot b \cdot (x^3 + (a-x)^3) + n \cdot f \cdot (h-x)^2}, \quad (142)$$

$$\sigma_j = n \cdot \frac{h-x}{x} \cdot \sigma_b, \quad \sigma_b^t = \frac{a-x}{x} \cdot \sigma_b. \quad (143) \quad (144)$$

Denne Beregning har kun begrænset Værdi, da  $E_b^t$  aftager hurtigt med voksende Spænding, hvilket der ikke er taget Hensyn til, ligesaa lidt som til Svindspændingerne.

At domme efter Bach og Grafs Forsøg (D. A. f. E. Heft 24) med Plader af Beton 1 : 2 : 3 synes der at være tilstrækkelig Sikkerhed mod Revner, naar  $\sigma_b^t$  bestemt af (144) med  $n = 15$ , ikke overstiger 24 at.

**g. De formelle Spændingers Afhængighed af n.**

**219.** Forudsætningerne 1–3 i § 201 gælder kun ved middelstore Spændinger, 1 er ugyldig ved smaa, 2–3 ved store Spændinger. De udledede Formler har derfor kun Gyldighed indenfor et vist Spændingsinterval, og Gyldigheden her er betinget af, at vi indfører den sande Værdi af  $n$ , altsaa af  $E_b$ . Da den sande Værdi er meget variabel, skal det undersøges, hvilken Indflydelse denne Variation har paa de regningsmæssige Spændinger.

I Fig. 165 angiver de 4 nedre Kurver den neutrale Akses Beliggenhed i Plader, hvis Jærnprocent varierer fra 0 til 5. Den øverste vandrette Linie svarer til Pladens Overside, den nederste til Jærnets Tyngdepunkt, og Kurverne angiver derfor den neutrale Akses Afstand fra Pladens Overside i Brøkdelen af Nyttenhøjden eller  $\beta = x : h$ ; Værdierne er beregnede af Formel (97) i § 202. Kurven  $n = 15$  er den, der almindeligvis regnes med, og den viser, at

til  $\varphi = 0,75$  % (Spændingsforhold  $^{40}/_{1000}$ ) svarer  $x = 0,375 h$ ; endvidere ses, at  $x$  vokser med Jærnprocenten i Overensstemmelse med Regelen, at Jærnet tiltrækker den neutrale Akse.

Hvis man indfører  $n = 20$  i Stedet for  $n = 15$ , giver Formel (97) den viste Sænkning af den neutrale Akse. Dette er umiddelbart indlysende, thi at forøge  $n$  svarer til at regne med en større Virkning af Jærnet og har derfor samme Indflydelse paa den neutrale Akses Beliggenhed som en Forøgelse af Jærnprocenten; i en Plade med 2 % Jærn og  $n = 15$  ligger den neutrale Akse paa samme Sted som i en Plade med 1,5 % Jærn og  $n = 20$ , hvilket fremgaar af Fig. 165 eller direkte af Formel (97), idet  $\beta$  alene er afhængig af Produktet  $n \cdot \varphi$ .

Omvendt ser man, hvorledes den neutrale Akse hæver sig ved Indførelse af  $n = 10$  og  $n = 5$ .

Da Trykcentrets Afstand fra Pladens Overside er lig med  $1/3$  af den neutrale Akses Afstand, varierer de to Afstande paa ganske samme Maade med  $n$  og  $\varphi$ ; de 4 øvre Kurver viser Variationen, og vi indprenter os, at *Momentarmen aftager saavel med voksende  $n$  som med voksende  $\varphi$ .*

**220.** Naar Momentarmen,  $m$ , bliver mindre, bliver Træk- og Trykkraften større. I en Plade med given Højde og givet Jærnindlæg og paavirket af et givet Moment er Jærnspændingen i Henhold til Formel (99) omvendt proportional med  $m$  og vokser altsaa sammen med  $n$ ;  $\sigma_b$  er derimod i Henhold til Formel (100) omvendt proportional med baade  $m$  og  $x$ , og da  $x$  varierer stærkere med  $n$ , end  $m$  gør (den totale Trykkraft bliver større, men fordeles samtidig over et forholdsvis langt større Areal), vil  $\sigma_b$  aftage med voksende  $n$ .

Har man en Række Plader med samme Højde og Bredde, men med forskelligt Jærnindlæg, og paavirket de alle af samme Moment, saa vil selvfølgelig baade  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  aftage med voksende  $\varphi$ .  $\sigma_b$  aftager dog i langt ringere Grad end  $\sigma_j$ , thi mens Trækarealet direkte forøges ved mere Jærnindlæg, forøges Trykarealet kun som Følge af den neutrale Akses Sænkning. Forholdet mellem  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  vil derfor vokse sammen med  $\varphi$ , og man faar et godt Overblik over Forholdene ved at tænke sig de nævnte Plader paavirkede af ulige

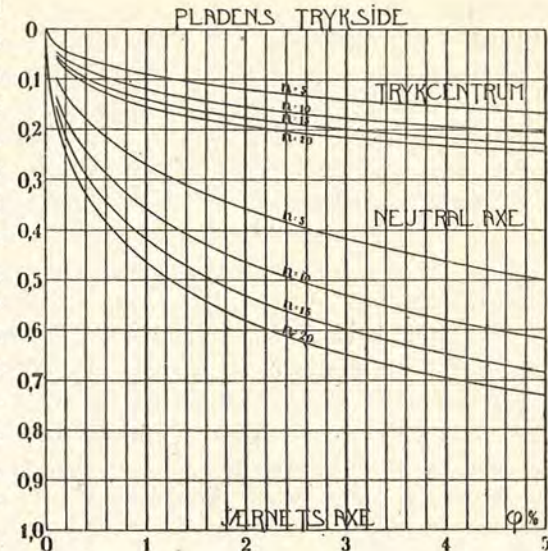


Fig. 165.

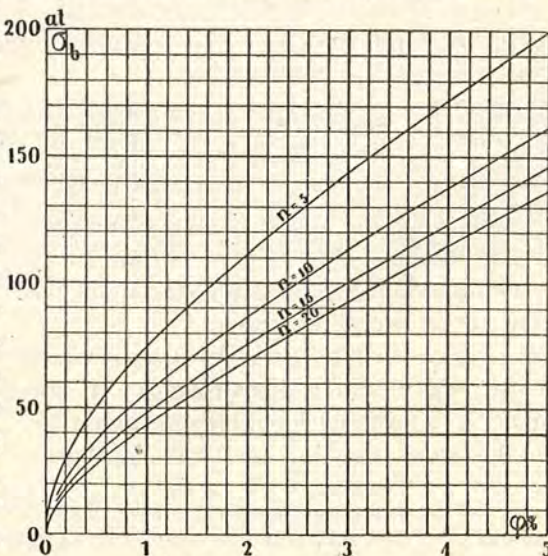


Fig. 166.

store Momenter, saaledes at  $\sigma_j$  i dem alle bliver lig  $1000^{at}$ ;  $\sigma_b$  vil da faa de i Fig. 166 viste Værdier, der stiger stærkt med voksende  $\varphi$ , men aftager med voksende  $n$ , som ovenfor bemærket<sup>1)</sup>.

Hvis en Plade med  $\varphi = 0,75$  pCt. er paavirket af et Moment, der, under Forudsætning af  $n = 15$ , giver Spændingerne 40 og 1000, vil en Beregning under Forudsætning af  $n = 5$  give Spændingerne 59,7 og 951. *Valget af  $n$  har saaledes stor Indflydelse paa den formelle Betonspænding, men ringe Indflydelse paa den formelle Jærnsplænding.*

**221.** De Jærnsprocenter, der bruges i Praksis, er saa smaa i Forhold til Betonens Styrke, at ikke denne, men Jærnets Styrke, bestemmer Brudlasten. En Fordobling af Jærnsprocenten vil tilnærmelsesvis fordoble Pladens Bæreevne, mens en Fordobling af Betonens Styrke kun har en ringe Virkning. Da det altsaa er den tilladelige Jærnsplænding og ikke den tilladelige Betonspænding, der bestemmer Pladens Sikkerhedsgrad, er denne saa godt som uafhængig af, hvilket  $n$  vi indfører i Dimensioneringsformlerne. Er de tilladelige Spændinger 40 og 1000, viser Fig. 166, at man med  $n$  lig 5, 10, 15 og 20 kommer til Plader med henholdsvis 0,33, 0,57, 0,75 og 0,89 pCt. Jærn; disse Plader faar forskellig Højde, men deres Brudbelastninger vil være saa godt som ens, da Produktet  $f \cdot m$  er omtrent konstant. Sammenligner vi Forholdene med Forholdene ved Dimensionering af valsede Jærnbjælker, vil Indførelsen af  $n = 15$  svare til at bruge et Normalprofil, og  $n = 20$  til at bruge et bredflanget Profil. Er de tilladelige Spændinger givne, vil  $n = 20$  give en Konstruktion med meget Jærn og lidt Beton, og  $n = 5$  en Konstruktion med lidt Jærn og megen Beton. *Valget af  $n$  kan saaledes faa økonomisk Betydning, men for Konstruktionens Sikkerhedsgrad har det ingen Betydning, idet det blot bestemmer den formelle Trykspænding i Betonen.*

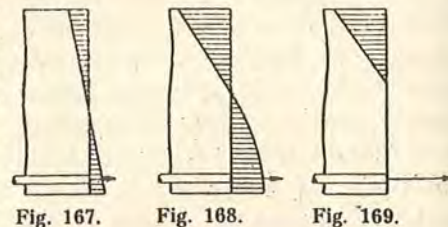
Det formelle  $\sigma_b$  og den sande Randspænding maatte falde sammen, hvis Betonen fulgte Hooke's Lov, og Tværnittene forblev plane, og vi indførte den sande Værdi af  $n$ ; og jo nøjagtigere  $n$  er, des mindre maa Differensen blive. Ønskes det derfor, at det formelle  $\sigma_b$  saa vidt muligt skal svare til det reelle  $\sigma_b$ , maa der indføres et desto større  $n$ , jo daarligere Betonen er. Naar de schweiziske Normer regner med  $n = 20$  ( $E_b = 105\ 000^{at}$ ) og de franske Normer med  $n = 10$  ( $E_b = 210\ 000^{at}$ ), forudsætter de altsaa henholdsvis en daarligere og en bedre Beton end de tyske, østrigske, engelske og danske Normer, der regner med  $n = 15$  ( $E_b = 140\ 000^{at}$ ).

## h. De virkelige Spændingsforhold.

### α. Forskellige Spændingsstadier.

**222.** For en bøjet Bjælkes Vedkommende skelnes ofte mellem 4 forskellige Spændingsstadier, som dog i Virkeligheden gaar jævnt over i hinanden.

Stadium I (Fig. 167) er Begyndelsesstadiet, paa hvilket Spændingerne er saa smaa, at Elasticitetskoefficienten kan regnes konstant og ens for Træk og Tryk.



<sup>1)</sup> Hvis man multiplicerer Ordinaterne med  $1200:1000$ , faar man de til  $\sigma_j = 1200$  svarende Værdier af  $\sigma_b$ , idet Kurverne i al Almindelighed viser Variationen af  $1000:\gamma$  eller  $1000 \cdot \sigma_b : \sigma_j$ .

Bortset fra Jærnet forholder Bjælken sig som om den var af homogent Materiale. For dette Stadium gælder Formlerne i § 218. De tyske Bestemmelser (1915) fordrer, at dette Stadium og  $n = 10$  ( $E_b^c = E_b^t = 210\ 000^{at}$ ) skal lægges til Grund ved Beregning af Deformationer og de deraf afhængige statisk ubestemte Størrelser. Som Regel ser man dog bort fra Jærnet.

Med stigende Last vokser Spændingen, og Træk-Elasticitetskoefficientens aftagende Størrelse gør sig gældende. Umiddelbart før Betonen revner havestadium II a (Fig. 168).

Naar Betonen er revnet, og Jærnet optager hele Trækraften, havestadium II b (Fig. 169), for hvilket Formlerne i § 201—217 gælder, og som overhovedet lægges til Grund for alle praktiske Styrkeberegninger.

Ved de smaa Jærnsprocenter, der bruges i Praksis, kan man gaa ud fra, at Trykdiagrammet er retliniet, ogsaa efter at Betonen er revnet, men ved større Belastning gør Arbejdsliniens Krumning sig gældende (se Fig. 176 i § 231, der dog gælder for en langt større Jærnsprocent end de foregaaende Figurer), og sluttelig naas Stadium III, Brudstadiet, paa hvilket Jærnet flyder eller Betonen knuses, som det nærmere vil blive omtalt i det følgende.

### β. Den neutrale Aksens virkelige Beliggenhed.

**223.** Til at begynde med ligger den neutrale Akse nærmere ved Træksiden end ved Tryksiden, fordi Jærnet trækker den ned, men med stigende Belastning hæver den sig, fordi den strakte Beton er mere eftergivende end den trykkede. Tilsidst revner Betonen, og Beliggenheden kan da bestemmes af (97) i § 202, naar man indfører den sande Værdi af  $n$ <sup>1)</sup>; jo daarligere Betonen er, des lavere ligger Aksen. For god Beton synes  $n = 15$  at være et meget passende Middeltal<sup>2)</sup>. Yderligere Spændingsforøgelse forandrer kun uvæsentlig Aksens Beliggenhed. Først umiddelbart før Brud, naar Jærnet flyder, rykker den saa højt op, at Betonen knuses.

Er Betonen meget slet, eller er den meget stærkt armeret, vil den neutrale Akse slet ikke hæve sig som ovenfor beskrevet, men rykke dybere og dybere ned, indtil sluttelig Betonen knuses.

### γ. Jærnsprocentens Indflydelse paa Pladers Bæreevne.

**224.** Ligesom Trækstyrken af et Jærnbetonprisme bestemmes af Betonens Trækstyrke, naar Jærnsprocenten ligger under en vis Grænse (§ 177), vil ogsaa en Jærnbetonplades Bæreevne bestemmes af Betonens Bøjningsstyrke, naar Jærnsprocenten er saa lav, at Jærnet ikke kan optage de Trækspændinger, der findes i Betonen, umiddelbart før den revner.

Er Jærnsprocenten noget større, vil Brudbelastningen bestemmes af Jærnets Flydegrænse. Naar Jærnet flyder, vil Revnerne nemlig gabe saa stærkt, at den neutrale Akse rykker op i Nærheden af Pladens Overside, saa at Betonen her knuses. Fig. 170 viser en saadan Bjælkes Brududseende; Tallene angiver den Last i kg, ved hvilken Revnerne naaede op til den punkterede Tværstreg. Man ser, at Revnerne efterhaanden arbejder sig i Vejret uden at udvide sig synderligt, indtil sluttelig Flydegrænsen naas, og en enkelt Revne gaber saa stærkt, at Betonen knuses.



Fig. 170. Brudt Jærnbetonbjælke, Bruddet skyldes Jærnets Flyden<sup>3)</sup>.

<sup>1)</sup> I Henhold til Schüles Forsøg kan  $n$  ligge mellem 4,3 og 29,2, eftersom Betonen er bedre eller daarligere (Mitt. der eidg. Materialprüfungsanstalt Heft 10, 12, 13).

<sup>2)</sup> I Henhold til Bach og Grafs Forsøg.

<sup>3)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912, S. 165—166.



Fig. 171. Brudt Jærnbetonbjælke, Bruddet skyldes Betonens Knusning<sup>1)</sup>.

225. Disse Forhold illustreres ved følgende Forsøg<sup>2)</sup>. Der støbtes 8 Bjælker, 6 cm høje, 9 cm brede, 200 cm lange (Spændvidde 1,8 m) og armerede med henholdsvis 2, 3, 4, 5, 6 Stk. 7 mm Rundjærn og 2, 3, 4 Stk. 14 mm Rj.; Bjælkerne støbtes af Beton 1:2:3 og prøvedes Ugedagen efter, da Betonen altsaa endnu var meget svag. Endvidere støbtes 8 andre Bjælker ganske Mage til de første, hvad Dimensioner og Armering angaar, men af ren Cement; disse Bjælker prøvedes 5 1/2 Maaned gamle. Brudspændingerne, bestemt af (99)–(100) i § 202 med  $n = 15$ , findes i hestaaende Tabel, hvor  $P$  er den i Midten anbragte Last.

(Alle de friske Bjælker viste rent Trykbrud, med Undtagelse af den stærkest armerede, hvis ene Halvdel revnede langs Jærnenes øvre Flade (Fig. 19 i § 37), skønt Jærnene havde gode Kroge. Cementbjælkernes Underside fik derimod en Mængde Revner, af hvilke en eller flere i Nærheden af Midten aabnede sig (som Følge af Jærnets Flyden), og noget senere skete Bruddet. For den svageste Bjælkes Vedkommende maatte Forsøget afbrydes, da Nedbøjningen var bleven 16,5 cm, nogen Knusning af Cementen, fandt overhovedet ikke Sted, men for de 7 andre Bjælkens Vedkommende sprængtes Cementen i Midterpartiet med et Knald. Fig. 172 viser Brudlinierne i Bjælke Nr. 2 (den næstsvageste), Nr. 3 og 4 brødes paa samme Maade, i Nr. 5 knustes hele Midterpartiet, i Nr. 6 knustes Cementen umiddelbart under Enkeltkraften, samtidig med at Bjælken revnede efter sin vandrette Midterplan paa omtrent den midterste Halvdel af Bjælkelængden, Nr. 7 og 8 brødes analogt med Nr. 5. Cementens Sprængning skete altid pludseligt. Paa Nr. 5 og 7 iagttoges kortere eller længere Tid forud Afbladninger i Overfladens Slamlag, idet dette ikke kunde taale de stærke Sammentrykninger i Bjælkens Overside, men disse Afbladninger stod ikke i direkte Forbindelse med Bruddet; paa Bjælke 7 strakte de sig helt hen til 30 cm fra Understøtningen. Ved de 5 Bjælker, der var armerede med 7 mm Rj., viste det sig med stor Tydelighed, at Antallet af Revner paa Træksiden voksede med Jærnenes Antal).

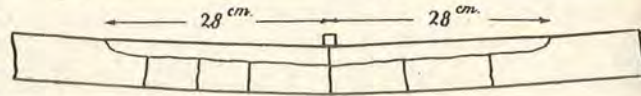


Fig. 172.

Armering	7 mm Rundjærn					14 mm Rundjærn		
	2 Stkr.	3 Stkr.	4 Stkr.	5 Stkr.	6 Stkr.	2 Stkr.	3 Stkr.	4 Stkr.
Jærnareal $f_{cm^2}$	0,77	1,15	1,54	1,93	2,31	3,08	4,62	6,16
Svag Beton	$\varphi$ ‰	1,495	2,247	3,083	3,818	4,339	6,292	10,18
	$P_{kg}$	235,5	262,0	227,5	252,5	273,0	262,0	276,0
	$\sigma_b$ at	183,0	186,9	159,3	166,4	160,0	167,7	193,1
	$\sigma_j$ at	295,0	228,9	156,3	139,7	122,2	963,6	753,0
Ren Cement	$\varphi$ ‰	1,516	2,287	3,278	4,075	4,716	6,500	10,62
	$P_{kg}$	340,5	472,0	582,5	681,5	859,0	909,0	1090
	$\sigma_b$ at	270,3	339,8	440,3	489,4	561,5	601,1	802,8
	$\sigma_j$ at	4317	4111	4132	3916	4027	3367	3022

Som det fremgaar af Tabellens Tal, har Jærnprocenten næsten ingen Indflydelse paa Bjælkens Bæreevne, naar Betonen er svag; allerede ved 1,5 ‰ Armering knuses Betonen, inden Jærnet flyder. Det er  $\sigma_b$ , der betinger Bruddet, og da  $\sigma_b$  er ens for alle Bjælkerne (bortset fra tilfældige Variationer i Betonens Kvalitet), maa  $\sigma_j$  i Brudøjeblikket aftage med voksende  $\varphi$ .

For Bjælkerne af stærk Beton er Bæreevnen derimod voksende med  $\varphi$ . Her er Jærnenes Flyden den primære Brudaarsag. Ved Flydningen rykker den neutrale Akse saa højt op, at Betonen knuses, og den sande Betonspænding maa i Brudøjeblikket have været ens for alle Bjælkerne. Vore Formler forudsætter imidlertid, at den neutrale Akses Belligenhed er uafhængig af Spændingernes Størrelse, og de i Tabellen indførte Værdier af  $\sigma_b$  er derfor rent formelle.

At Spændingen i det 7 mm Rj. har naaet Brudgrænsen, hvilket vel at mærke ikke er ensbetydende med, at det springer, skyldes den unormalt stærke Beton, der ikke knuses, for den neutrale Akse er rykket unormalt højt op; mens Formlerne forudsætter  $m = ca. 0,84 h$  for den svageste Cementbjælke (se Tabellen i § 206), har Brudværdien næppe været meget mindre end  $h$ ; ved Forsøg med normal Beton finder man en Spænding, der ligger nærmere Flydegrænsen. At det 14 mm Rj. kun er kommet op paa en væsentlig lavere Spænding end det tyndere Jærn

<sup>1)</sup> Mörsch: Der Eisenbetonbau 1912 S. 165–166.

<sup>2)</sup> Ing. 1909, S. 410.

skyldes dels dets lavere Flydegrænse, dels at vi har regnet  $\sigma_j$  ensformig fordelt, mens Jærnets Underside i Virkeligheden var langt stærkere paavirket end Oversiden, eftersom den neutrale Akse laa meget nær ved denne. Ved saa stærkt armerede Bjælker gør Jærnets eget Modstandsmoment sig gældende, som det fremgaar af Fig. 6 i Ing. 1911, S. 209.

226. Af Forsøg med normal Beton skal Kleinogels omtales<sup>1)</sup>: Hans Bjælker (Fig. 173) var ca. 28 cm høje, ca. 15 cm brede og 220 cm lange og armerede i Undersiden med 1 à 3 lige Rundjærn; de kan altsaa betragtes som ganske smalle Plader. Spændvidden var 200 cm, Blfh. 1:1:2, Alderen ca. 6 Mdr.

Der var 7 Bjælkeklasser, hver med sin Jærnprocent, og i hver Klasse var der 4 ens Bjælker, undtagen i Klasse A, hvor der var 7. I efterfølgende Tabel findes Middelværdierne af Bjælkernes Brudbelastning (ekskl. Egenvægt), hvoraf Brudmomentet  $M_{100}$  er beregnet for det Tilfælde, at Bjælkerne havde været 100 cm brede og med Hensyntagen til Egenvægten.

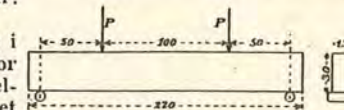


Fig. 173.

Bjælkeklasse	Jærn mm	$\varphi$ ‰	2P kg	$M_{100}$ kgm	$2P_R i$ ‰ af 2P	$\sigma_j$ at	$\sigma_b$ at	Den Forlængelse af Bjælkernes Underside, ved hvilken de første Revner viste sig, laa mellem 0,12 og 0,24 mm/mm, den tilsvarende Belastning ( $2P_R$ ) er indført i Tabellen i ‰ af 2P. Man ser, at Sikkerheden mod Revner aftager med voksende $\varphi$ .
A		0	3200	5600	100			I Tabellens sidste Spalter er indført de Spændinger, man finder ved
B	1 Rj. 10	0,183	3895	6730	100	5040	89	
C	2 - -	0,366	6305	10650	76–82	4100	107	
D	3 - -	0,549	8981	14880	61–67	3970	131	
E	1 - 22	0,887	12535	20340	42–48	3575	159	
F	2 - -	1,774	17110	28390	35–41	2441	170	
G	3 - -	2,661	21850	35980	27–34	2141	196	

Indsættelse af Brudmomentet i de almindelige Formler (99)–(100) i § 202 med  $n = 15$ .

Ved disse Forsøg er Brudaarsagerne ikke saa enkle som ved mine. Bjælkerne B's Brudlast er den samme som den Last, ved hvilken de revnede, og er altsaa bestemt af Betonens Bøjningsstyrke; Værdien af  $\sigma_j$  er derfor rent formel. (At Brudlasten er større for Bjælkerne B end for de uarmerede Bjælker A, skyldes dels Jærnsplændingen, der kan antages at være ca. 315 at i Brudøjeblikket, dels Begyndelsesspændinger (Tryk) i Betonen hidrørende fra den vaade Hærdning). For Bjælkerne C til E var den primære Brudaarsag Jærnets Flyden, og  $\sigma_j$  er derfor omtrent ens for C og D og noget lavere for E, idet de sværere Jærn har en lavere Flydegrænse. Som Følge af Flydningen gled Jærnene i C og D, mens Betonen i E knustes, uden at Jærnene gled (saaledes angiver Kleinogel, men det ligger nær at antage, at Knusning ogsaa har fundet Sted i C og D, og at Jærnene først derefter er gledne). Jærnsplændingen i Bjælkerne F og G naaede ikke Flydegrænsen, men Bruddet skyldtes dog ikke Knusning, men Glidning og Forskydning.

### δ. Jærnsplændingen i Brudøjeblikket.

227. I alle Plader og Bjælker, hvis Jærnprocent ligger under en vis, af Betonens Kvalitet afhængig, kritisk Værdi, vil Bruddet ske som Følge af Jærnets Flyden. Kaldes Jærnets Flydegrænse  $\sigma_F$ , vil den formelle Jærnsplænding i Brudøjeblikket være  $k \cdot \sigma_F$ , hvor  $k$  afhænger af forskellige Forhold, men altid er større end 1. Dette skyldes hovedsagelig, at den sande Værdi af  $m$  i Brudøjeblikket er større end den formelle Værdi, der indgaar i (99) (§ 202), som nærmere forklaret i § 233. Naar Beton og Jærn er af almindelig Kvalitet, kan man som Regel gøre Regning paa, at den formelle Jærnsplænding i Brudøjeblikket ligger omkring 3500 at, og i alt Fald kan man angive en nedre Grænse for Brudmomentets Størrelse, nemlig den Grænse, ved hvilken den formelle Værdi af  $\sigma_j$  bliver lig Flydegrænsen. Den tilsvarende Værdi af  $\sigma_b$  er  $\sigma_j \cdot \gamma$ , hvor  $\gamma$  bestemmes af (105) i § 204 eller af Tabellen Side 111.

Hvis Betonen knuses, inden Jærnet flyder, kan der naturligvis intet siges om Jærnsplændingens Værdi i Brudøjeblikket, da den ganske afhænger af  $\varphi$ .

228. Størrelsen  $k$  er som ovenfor nævnt variabel. Ved rogle af Bach og Grafts Forsøg fandtes  $k = 1,03–1,23$ .  $k$  vokser med Betonens Styrke og med aftagende Jærnprocent, og naar den Jærnlængde, der flyder, forkortes (en enkelt Kraft midt paa Bjælken giver større  $k$  end to Kræfter, symmetriske om Midten); endvidere vokser  $k$  formentlig med Forsøgshastigheden.

At  $k$  vokser med aftagende  $\varphi$  fremgaar af følgende to Forsøgsrækker.

$\varphi = 1,52$	2,29	3,28	4,08	4,72 ‰	$\varphi = 1,39$	1,59	1,86	2,22	2,78 ‰
$\sigma_b = 270$	340	440	489	562 at	$\sigma_b = 200$	215	225	254	280 at
$\sigma_j = 4317$	4111	4132	3916	4027 at	$\sigma_j = 3632$	3584	3385	3387	3212 at

<sup>1)</sup> Forscherarbeiten aus dem Gebiete des Eisenbetons. Heft 1: B. u. E 1904, S. 227.

<sup>2)</sup> D. A. f. E., Heft 20, S. 82 og Ing. 1916, S. 538.

Den første stammer fra de i § 225 omtalte Forsøg med ren Cement, den anden skyldes Sanders<sup>1)</sup> og er udført med Beton, hvis Tærningstyrke var 247 at.

En af Grundene til dette Forhold er, at den sande Værdi af  $m$  i Brudøjeblikket aftager hurtigere med voksende  $\varphi$ , end den formelle Værdi af  $m$  gør (§ 233).

At den til en given Værdi af  $\varphi$  svarende Værdi af  $k$  vokser med Betonens Styrke, fremgaa af Sanders' Forsøg (se Ing. 1912, S. 568) og skyldes, at den sande Værdi af  $m$  er større for stærk Beton end for svag, som forklaret i § 225 sidste Stykke og i § 234.

### e. Betonspændingen i Brudøjeblikket.

#### Parabolisk Trykdiagram for overarmerede Plader.

229. Plader, der er saa stærkt armerede, at Betonen knuses, inden Jærns spændingen naar Flydegrænsen, vil i det følgende blive betegnede som overarmerede. Naar man for slige Plader beregner  $\sigma_b$  i Brudøjeblikket ved Hjælp af de almindelige Formler, finder man en Værdi, der er væsentlig større end Betonens Tærningstyrke.

Ved Forsøg med 20<sup>cm</sup> Tærninger og med Bjælker, der var 6<sup>cm</sup> høje, 9<sup>cm</sup> brede og havde en Spændvidde af 180<sup>cm</sup>, mens Belastningen bestod af to Enkeltkræfter i Trediedelspunkterne, fandt jeg de i hosstaaende Tabel indførte

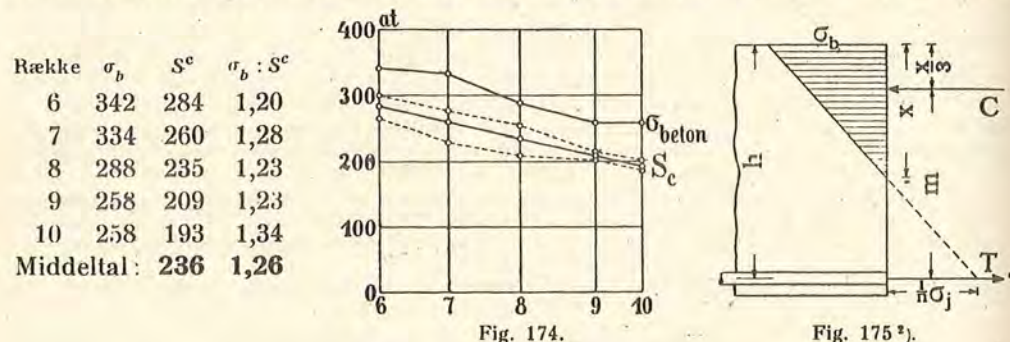


Fig. 174.

Fig. 175<sup>2)</sup>.

Værdier<sup>3)</sup>. Forholdene er grafisk fremstillede i Fig. 174, hvor de punkterede Linier angiver Maksimums- og Minimumsværdierne for  $S^c$ . Man ser, at  $\sigma_b$  er ca. 25% større end  $S^c$ ).

Hovedårsagen hertil er, at  $\sigma_b$  er beregnet under Forudsætning af, at Spændingstilstanden er lineær (Fig. 175), mens den i Virkeligheden kan forudsættes at være parabolisk (Fig. 176).

230. Spørgsmaalet er nu, om dette er den eneste Aarsag til Uoverensstemmelsen, eller om Bjælkernes Kantspænding i Brudøjeblikket faktisk er større end Tærningstyrken.

Bauschinger har ved at knuse Stentærninger med dels centralt Tryk, dels ekscentrisk Tryk fundet, at de ekscentrisk paavirkede Tærninger knustes, naar Kantspændingen, beregnet efter Hookes Lov, var kommet op paa Brudspændingen for de centralt paavirkede Tærninger. Da Bjælkens Overdel kan betragtes som et Legeme paavirket af ekscentrisk Tryk, ligger det nær at antage, at Randspændingen heller ikke her kan overskride Knusningsstyrken; men hvor stor er denne? Betonens Knusningsstyrke er et vagt Begreb; naar samme

<sup>1)</sup> B. u. E. 1902, Heft IV, S. 37.

<sup>2)</sup> Spændingstilstanden svarer til  $\varphi = 4^{\circ}$  og  $n = 10$ .

<sup>3)</sup> Betonen var 28 Døgn gammel; Blfh. 1:2:3. Hvert  $\sigma_b$  er Middeltal for 6 Bjælker, hvis Jærnprocent varierede fra 5,57 til 17,9 og gennemsnitlig var 10,7.  $S^c$  er Middeltal for 5 Tærninger (Ing. 1911, S. 209).

<sup>4)</sup> Østrigske Forsøg har givet  $\sigma_b = 1,3 S^c$  (B. u. E. 1916, S. 90). Lignende Forhold findes hos Træ; dets Bøjningsstyrke er 1,75 Gange Trykstyrken (Byggematerialer 1911, § 602).

Beton udstøbes i Tærningeforme med dels 7, dels 20 og dels 30<sup>cm</sup> Sidelinie, faar de mindste Tærninger en langt større Styrke end de mellemstore, og disse er atter stærkere end de store Tærninger; Betonens Bjælkestyrke maa nærmest sammenlignes med dens Knusningsstyrke i Form af Tærninger, hvis Tværsnitsareal er en Del større end Bjælkens, idet dennes Beton kan vige ud til to Sider under Støbningen; at sammenligne den med Prismestyrken er der ingen Grund til, eftersom de i Fig. 68 § 98 viste Brudflader ikke frit kan danne sig. Bjælkens Nedbøjning, der gør Overfladen konkav, maa antages at forøge Styrken, og denne paavirkes desuden af Belastningsmaaden (§ 244).

Paa Forhaand er der derfor ingen Grund til at vente, at Bjælkernes Brudstyrke just skulde være den samme som Styrken af 20<sup>cm</sup> Tærninger, og naar de følgende Beregninger med parabolisk Trykdiagram fører til Overensstemmelse, er det intet absolut Bevis for det paraboliske Trykdiagrams Rigtighed; muligvis er Overensstemmelsen kun formel, men ogsaa en saadan har jo Betydning.

231. Fig. 176 viser Spændingstilstanden for samme  $\varphi$  og  $n$  og samme Moment som Fig. 175, naar man i Stedet for en ret Arbejdslinie regner med den i Fig. 69 § 100 viste paraboliske.

Trykdiagrammet er lig med Arbejdslinien, blot at Maalestoksforholdene er ændrede baade for Ordinator og Abscisser; vi forudsætter jo nemlig, at Tværnittene forbliver plane, altsaa at  $\epsilon$  er proportional med Afstanden fra den neutrale Akse. Til Bestemmelse af de ubekendte Størrelser have Ligningerne:

$$\frac{2}{3} \cdot \sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j, \quad f \cdot \sigma_j \cdot m = M, \quad \frac{x}{h-x} = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_j} = \frac{2\sigma_b \cdot E_b}{\sigma_j \cdot E_j} = 2n \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_j}$$

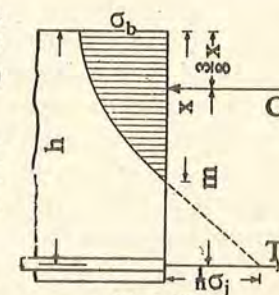


Fig. 176.

Man maa her lægge Mærke til, at  $E_b$ 's Aftagen med voksende Spænding har fundet sit Udtryk i det paraboliske Trykdiagram, og at  $n$  er en Konstant, bestemt af den til  $\sigma_b = 0$  svarende Værdi af  $E_b$ . At anvende Parabelformlen sammen med  $n = 15$ , som det er gjort i *Handbuch für Eisenbetonbau I*, 1908, S. 257, er umotiveret.

$$\text{Af Formlerne ovenfor udledes: } \frac{x}{h} = -\frac{1,5n}{100} + \sqrt{\frac{1,5n\varphi}{100} \left(2 + \frac{1,5n\varphi}{100}\right)}, \quad (145)$$

$$m = h - \frac{3}{8}x, \quad \sigma_j = \frac{M}{f \cdot m}, \quad \sigma_b = \frac{1,5M}{b \cdot x \cdot m}. \quad (146-148)$$

Sættes  $n = 10$ , giver Formel (145) samme Værdi af  $x:h$ , som Formel (97) i § 202 med  $n = 15$ , og sammenlignes Formel (100) og (148) faas, idet vi for det paraboliske Diagram bruger Betegnelserne  $\sigma_b'$  og  $m'$ :

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_b'} = \frac{2 \cdot \frac{1}{m}}{1,5 \cdot \frac{1}{m'}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{m'}{m} = \frac{4}{3} \cdot \frac{h - \frac{3}{8}x}{h - \frac{1}{8}x}. \quad (148,1)$$

$x$  kan kun variere fra 0 til  $h$ ; for  $x = 0$  findes  $\sigma_b = 1,33 \sigma_b'$ , for  $x = h$  findes  $\sigma_b = 1,25 \sigma_b'$ .

For de tidligere nævnte Forsøgsbjælker var den gennemsnitlige Jærnprocent 10,7, altsaa  $x = 0,8h$ , hvilket giver  $\sigma_b = 1,27 \sigma_b'$  eller samme Forhold som mellem  $\sigma_b$  og  $S^c$  i Tabellen i § 229.

Om  $n$  indføres med en noget større eller mindre Værdi har ringere Indflydelse paa  $\sigma_b$  i det paraboliske Diagram end i det triangulære; man kan passende indføre  $E_b = 1000 S^c$ ).

232. Naar der regnes med den paraboliske Arbejdslinie, finder vi altsaa, at Bjælkerne brydes, naar  $\sigma_b$  har naaet Tærningstyrken. Hvorledes Brudmomentet, bestemt af (148) for forskellige Værdier af  $\sigma_b = S^c$ , men med  $n$  konstant lig 10, varierer med  $\varphi$  er vist paa Fig. 178.

Formlerne (145)–(148) kan kun anvendes paa selve Brudstadiet, thi naar  $\sigma_b$  i Pladens Overside er mindre end Brudværdien, har man ikke  $d\sigma : d\epsilon = 0$ . De kan endvidere kun anvendes paa overarmerede Bjælker; hvis Jærnets Flyde-

<sup>1)</sup> Se Ing. 1912, S. 568.

grænse overskrides, inden Bruddet sker, finder man ikke  $\sigma_b = S^c$ , med mindre man indfører meningsløst smaa Værdier af det til  $\sigma_b = 0$  svarende  $n$ . Den punkterede Del af Kurverne paa Fig. 178 har derfor ingen praktisk Betydning og maa erstattes af de fuldt optrukne, svagt krumme Kurver, der vil blive omtalt i § 234.

**Rektangulært Trykdiagram for underarmede Plader.**

**233.** Plader, der er saa svagt armerede, at Jærnet flyder, inden Betonen knuses,  $\sigma$ : alle de i Praksis benyttede, vil i det følgende blive betegnede som underarmede. Naar man for slige Plader beregner  $\sigma_b$  i Brudøjeblikket ved Hjælp af de almindelige Formler, finder man en Værdi, der er væsentlig mindre end Betonens Tærningestyrke, til Trods for at Betonen faktisk knuses, kort efter at Flydningen er indtraadt. Formel (97) i § 202 med  $n = 15$  kan nemlig kun bruges, saalænge Jærnspejdingen er under Flydegrænsen; passerer denne, bliver  $E_j$  og dermed  $n$  stærkt formindskede. Formlen kan imidlertid heller ikke bruges, selv om man indfører en mindre Værdi for  $n$ , thi under de store Deformationer, som finder Sted baade i Træk- og Tryksiden, kan Forudsætningen om den lineære Spændingsfordeling ikke opretholdes. Paa et vist, tidligt Tidspunkt af Flydningen kan Spændingsfordelingen antages at være som Fig. 176 viser, men under den fortsatte Flydning rykker den neutrale Akse saa højt op, at der kun bliver et ganske lille Trykareal tilbage, paa hvilket Spændingen er omtrent jævnt fordelt. Grænsetilfældet repræsenteres af det i Fig. 177 viste rektangulære Trykdiagram.

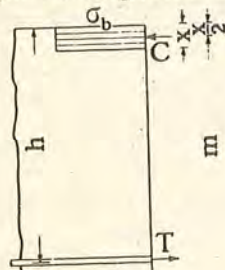


Fig. 177.

$$x = \frac{f}{b} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_b} = \frac{\varphi}{100} \cdot h \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_b}$$

For givne Værdier af  $\sigma_j$  (Flydegrænsen) og  $\sigma_b$  (Tærningestyrken) vokser det trykkede Areal Størrelse altsaa proportionalt med  $f$  og  $\varphi$ . Ved at indsætte det nys bestemte  $x$  i (150) finder man det til Materialernes Kvalitet svarende Brudmoment:

$$M = \sigma_j \cdot f \cdot \left( h - \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{b} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_b} \right) = \sigma_j \cdot \frac{\varphi}{100} \cdot b h^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi}{100} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_b} \right) \tag{154}$$

**234.** Brudmomentets Variation med  $\varphi$  er grafisk fremstillet paa Fig. 178 for 4 forskellige Værdier af  $\sigma_b = S^c$ , mens  $\sigma_j$  er sat til 3300 at. Kun de stejle Kur-

I dette Tilfælde haves:

$$\sigma_b \cdot x \cdot b = f \cdot \sigma_j, \quad f \cdot \sigma_j \cdot \left( h - \frac{x}{2} \right) = M, \tag{149} \tag{150}$$

$$\text{hvoraf: } \frac{x}{h} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2M}{b \cdot h^2 \cdot \sigma_b}}, \tag{151}$$

$$m = h - \frac{x}{2}, \quad \sigma_j = \frac{M}{f \cdot m} \tag{152} \tag{153}$$

Da Forudsætningen om de plane Tværsnit er opgivet, kommer der til at mangle en Ligning, og man maa derfor kende Betonens Trykstyrke,  $\sigma_b$ , for at kunne bestemme  $x$ . Kendes  $\sigma_b$ , giver (149):

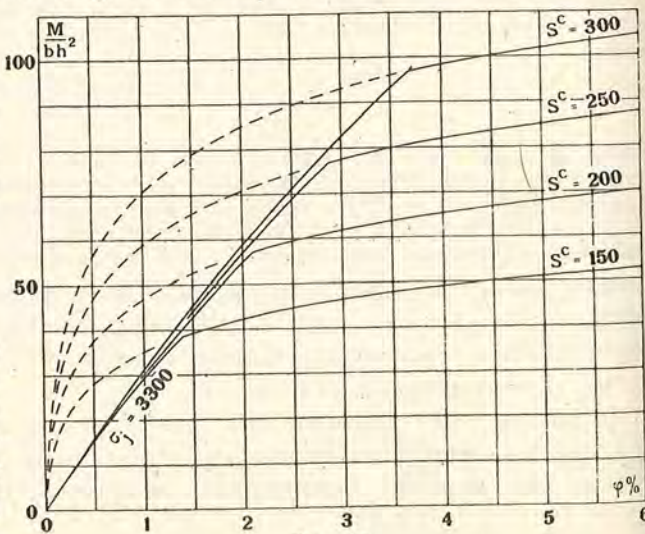


Fig. 178.

ver er bestemt af (154), de flade Kurver derimod af (148)<sup>1)</sup>; Knæpunkterne svarer altsaa til de kritiske Jærnpocenter. I Virkeligheden er der en jævn Overgang mellem Jærnkurven og Betonkurven, svarende til at Overgangen fra rektangulært til parabolisk Trykdiagram maa være jævn.

Man ser, at Forudsætningen om rektangulært Diagram fører til, at underarmede Pladers Bæreevne vokser noget med Betonens Kvalitet; den er altsaa i Overensstemmelse med Forsøgsresultaterne og forklarer, at  $\sigma_j$ , bestemt af de almindelige Formler, vokser med Betonens Styrke.

**235.** En indgaaende Prøvelse af Formlernes Rigtighed er ikke mulig paa Grundlag af det mig bekendte Forsøgsmateriale. Jeg har i Ing. 1912, S. 568 gennemgaaet nogle Forsøg, som Sanders har udført<sup>2)</sup>, og de viser, at Forudsætningen om rektangulært Trykdiagram med  $\sigma_b = S^c$  fører til rimelige Værdier af  $\sigma_j$  og Værdier, der er mindre variable end de almindelige.

**ζ. De virkelige Spændingsforhold belyst ved en Eksempelrække.**

**236.** Vi vil nu søge at danne os et Overblik over, hvorledes Spændingsforholdene i en Plade varierer, efterhaanden som Belastningen stiger, og det opnaas lettest ved at gennemregne 5 simple Pladetyper med forskelligt Jærndiag.

Vi forudsætter da at have støbt 5 Bjælker med det i Fig. 179 viste Tværsnit, altsaa 10 cm brede, 12 cm høje og med Jærndiag liggende 10 cm fra Oversiden. Den ene Bjælke er uarmeret, de andre er armerede med henholdsvis 0,1, 0,17, 1 og 5 cm<sup>2</sup> Jærn, svarende til  $\varphi = 0,1, 0,17, 1$  og 5 %. Jærnets Proportionalitetsgrænse er 2200 at, Flydegrænsen 2800 at og Brudgrænsen 4000 at. Betonens Kvalitet er absolut ens i alle Bjælker, og paa Prøvedagen er dens Tærningestyrke 200 at. Vi forudsætter endvidere, at Bjælkerne brydes i det midterste Tværsnit som Følge af Normal-spændingerne, og vi gaar ud fra, at Betonen knuses, naar Kantspændingen har naaet Tærningestyrken. Der er ingen Svindspændinger i Bjælkerne.

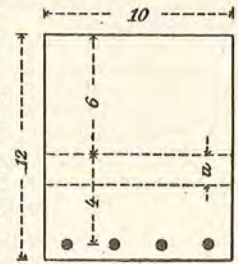


Fig. 179.

**237. Den uarmerede Bjælke.** Vi forudsætter, at denne Bjælke gaar i Stykker for Momentet 6000 kgcm. Modstandsmomentet paa Grundlag af Hooke's Lov er  $W = \frac{1}{n} \cdot 10 \cdot 12^2 = 240 \text{ cm}^3$ , og Bøjningsstyrken følgende 6000 : 240 = 25 at  $\sigma$ :  $\frac{1}{n}$  af Tærningestyrken. Forsøg har vist, at Betons Trækstyrke meget nær er lig Halvdelen af Bøjningsstyrken, samt at Brudforlængelsen gerne ligger mellem 0,1 og 0,2 mm pr. m, og vi vil derfor forudsætte, at Bjælkens Underside i Brudøjeblikket havde forlænget sig 0,15 mm pr. m og samtidig havde Trækspændingen  $\frac{1}{2} \cdot 25 = 12,5$  at; hertil svarer en Elasticitetskoefficient for de yderste Fibre i Brudøjeblikket af  $E_b^t = 12,5 : \frac{0,15}{1000} = 83 \text{ 300 at}$ .

Lidt fra Undersiden, hvor Jærnet ligger, kan man da regne  $E_b^t = 84 \text{ 000 at}$  eller  $84 \text{ 000} : 2 \text{ 100 000} = \frac{1}{25}$  af Jærnets.

Vi vil endvidere sætte  $E_b^c = E_b^t$ , skønt den i Virkeligheden er ca. 2 $\frac{1}{2}$  Gang saa stor. Vi opnaar derved at kunne beregne Bjælkens Modstandsmoment ganske som for et homogent Materiale, og Fejlen vi begaar er til at overse; vi regner Tryksiden mere eftergivende end den er i Virkeligheden og finder derved en for lav Beliggenhed af den neutrale Akse; men dette er af underordnet Betydning.

**238. Bjælken med 0,1 pCt. Jærn.** Ved Bestemmelsen af denne Bjælkens Modstandsmoment regner vi altsaa  $E_b^c = E_b^t = \frac{1}{25} E_j^t$  og forudsætter samtidig, at Hooke's Lov gælder. Kaldes Afstanden mellem Tværsnittets Midtlinie og den neutrale Akse  $u$  (Fig. 179), bestemmes denne Afstand af Ligningen:  $10 \cdot 12 \cdot u = 25 \cdot 0,1 \cdot (4 - u)$ , hvoraf  $u = 0,082 \text{ cm}$ . Tværsnittets Inertiomoment bliver:  $I = \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 12^3 + 120 \cdot 0,082^2 + 25 \cdot 0,1 \cdot 3,918^2 = 1440 + 0,81 + 38,4 = 1479$ ,

og Modstandsmomenterne med Hensyn til Bjælkens Overside og Underside og m. H. t. Jærnets Plan:  $W_o = 1479 : 6,082 = 243$ ,  $W_u = 1479 : 5,918 = 250$ ,  $W_j = 1479 : 3,918 = 378$ .

Det Moment, der fremkalder Bøjningsspændingen 25 at i Bjælkens Underside og bringer denne til at revne, vil følgende være  $M = 25 \cdot W_u = 25 \cdot 250 = 6250$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være  $\sigma_b^c = 6250 : 243 = 25,7$  at og Jærnspejdingen:  $\sigma_j = 25 \cdot 6250 : 378 = 414$  at.

I det Øjeblik, Betonen revner, er den totale Trækkraft (= den totale Trykkraft):  $\frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 6,082 \cdot 10 = 760 \text{ kg}$ . Jærnet kan kun optage 0,1 · 4000 = 400 kg og vil følgende springe i samme Øjeblik, som Betonen revner. Hvis man i dette Tilfælde vilde bruge de almindelige Formler (97) til (100), altsaa undlade at tage Hensyn til Betonens Trækspændinger, vilde man naturligvis komme til et ganske meningsløst Resultat for Jærnspejdingens Vedkommende, nemlig for  $n = 15$ :

$$x = 0,159 h, \quad m = 0,947 h, \quad \sigma_j = 6250 : (0,1 \cdot 9,47) = 6600 \text{ at}, \quad \sigma_b = 83 \text{ at}$$

**239. Bjælken med 0,17 pCt. Jærn.** Paa samme Maade som i forrige Tilfælde findes  $u = 0,137 \text{ cm}$  og  $I = 1506 \text{ cm}^4$ , altsaa:

$$W_o = 1506 : 6,137 = 246, \quad W_u = 1506 : 5,863 = 257, \quad W_j = 1506 : 3,863 = 390.$$

<sup>1)</sup> med  $n = 10$ . <sup>2)</sup> B. u. E. 1902, Heft IV, S. 37.

Bjælken vil følgelig revne for  $M = 25 \cdot 257 = 6425 \text{ kgcm}$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være  $\sigma_b^c = 6425 : 246 = 26,1 \text{ at}$  og Jærnsplændingen  $\sigma_j = 25 \cdot 6425 : 390 = 412 \text{ at}$ . Hvis man i dette Tilfælde bruger de almindelige Formler med  $n = 15$ , findes:

$$x = 0,202 h, \quad m = 0,933 h, \quad \sigma_j = 6425 : (0,17 \cdot 9,33) = 4060 \text{ at}, \quad \sigma_b = 68,2 \text{ at}.$$

Da det i § 220 er paavist, at Valget af  $n$  ingen væsentlig Indflydelse har paa den formelle Værdi af  $\sigma_j$ , kan man gaa ud fra, at den fundne Værdi meget nær er den sande, og Jærnet vil altsaa ogsaa her springe, saa snart Betonen er revnet, men der er intet nævneværdigt Overskud af Trækkraft, saaledes som i forrige Tilfælde<sup>1)</sup>.

**240. Resultaterne for de to svagt armerede Bjælker** viser, at de almindelige Formler (97) til (100) er absolut ubrugelige til at bestemme Brudspændingerne i Bjælker, hvis Armeringsprocent er lavere end 0,17, forudsat at Betonens Bøjningsstyrke er 25 at, og at de øvrige i § 237 nævnte Forudsætninger gælder; er Bøjningsstyrken mindre, vil Formlerne ogsaa kunne anvendes ved lavere Armeringsprocenter, er Bøjningsstyrken større, vil de først kunne anvendes ved højere Armeringsprocenter. Da Bøjningsstyrken godt kan naa op til 50 at, maa man være forberedt paa, at endnu ved 0,3 % Armering og mere kan det være Betonen og ikke Jærnet, der bestemmer Brudmomentet<sup>2)</sup>.

Naar man i visse Tilfælde har fundet saa høje, formelle Jærnsplændinger, at de ikke kan forklares paa den ovenfor angivne Maade, maa Grunden være den, at Friktionen mellem Bjælken og dens Understøtninger har fremkaldt et Horisontaltryk, der aflaster Jærnet. Dette Horisontaltryk spiller utvivlsomt en væsentlig Rolle ved alle Forsøg med høje, svagt armerede Bjælker, naar Forsøgsindretningerne er primitive.

**241. Bjælken med 1 pCt. Jærn.** Paa samme Maade som i forrige Tilfælde findes  $u = 0,69 \text{ cm}$  og  $I = 1771 \text{ cm}^4$ , altsaa:

$$W_0 = 1771 : 6,69 = 265, \quad W_u = 1771 : 5,31 = 334, \quad W_j = 1771 : 3,31 = 536.$$

Bjælken vil følgelig revne for  $M = 25 \cdot 334 = 8350 \text{ kgcm}$ , og samtidig vil Betonspændingen i Oversiden være  $\sigma_b^c = 8350 : 265 = 31,5 \text{ at}$  og Jærnsplændingen  $\sigma_j = 25 \cdot 8350 : 536 = 390 \text{ at}$ . Hvis vi i dette Tilfælde bruger de almindelige Formler med  $n = 15$ , findes:

$$x = 0,418 h, \quad m = 0,86 h, \quad \sigma_j = 8350 : (1 \cdot 8,6) = 971 \text{ at}, \quad \sigma_b = 46,5 \text{ at}.$$

Denne Bjælke vil altsaa ikke styrte ned i det Øjeblik, den revner; Jærnet vil optage hele Trækkraften, og den opstaaede Revne vil knap være synlig. Den fundne Jærnsplænding vil paa det nærmeste være rigtig, derimod er Værdien af  $\sigma_b$  rent formel og betinget af Valget  $n = 15$ .

Belastes mere, vil Revnen blive lidt tydeligere, efterhaanden som Jærnsplændingen stiger, og denne kan stadig findes af den almindelige Formel, indtil den naar Proportionalitetsgrænsen, 2200 at. Naar Momentet er blevet saa stort, at det giver  $\sigma_j = 2200 \text{ at}$ , begynder Jærnets Forlængelse at vokse hurtigere end dets Spænding. Det nævnte Moment er  $8350 \cdot 2200 : 971 = 18910 \text{ kgcm}$ , og den tilhørende formelle Betonsplænding:  $\sigma_b = 46,5 \cdot 2200 : 971 = 105,2 \text{ at}$ .

Indtil nu har Jærnets Elasticitetskoefficient været konstant lig  $2100000 \text{ at}$ , og da vi stadig har regnet  $n = 15$ , har vi altsaa ogsaa forudsat Betonens Elasticitetskoefficient konstant og lig  $140000 \text{ at}$ . I Virkeligheden har  $E_b^c$  været i Aftagende med voksende Spænding, og Middelværdien af  $n$  har vel snarere været 10 end 15. At  $E_j^c$  nu begynder at aftage, og dermed  $n$ , vil altsaa snarere forøge end forringe Formlernes Rigtighed, saa at man lige saa vel over som under Proportionalitetsgrænsen kan beregne den sande Jærnsplænding nogenlunde nøjagtig. Man kan derfor ogsaa beregne det Moment, for hvilket  $\sigma_j$  naar Flydegrænsen, 2800 at, nemlig  $M = 8350 \cdot 2800 : 971 = 24070 \text{ kgcm}$  og den tilhørende formelle Betonsplænding  $\sigma_b = 46,5 \cdot 2800 : 971 = 134 \text{ at}$ . Med  $n = 10$  vilde vi have fundet:  $x = 0,358 h$ ,  $m = 0,881 h$ ,  $M = 2800 \cdot 1 \cdot 8,81 = 24650 \text{ kgcm}$  og  $\sigma_b = 2 \cdot 24650 : (10 \cdot 3,58 \cdot 8,81) = 156 \text{ at}$ . I det Øjeblik, Flydegrænsen naas, er Betonen altsaa endnu langt fra at knuses.

<sup>1)</sup> Det er nemt at regne ud, hvor stor Fejlen i  $\sigma_j$  kan være, thi  $m$  kan aldrig blive større end 10 cm, og til denne Værdi svarer  $\sigma_j = 6425 : (0,17 \cdot 10) = 3780 \text{ at}$ .

Den øvre Grænse for Bjælkens Bæreevne kan bestemmes paa følgende Maade: Jærnet kan højst optage  $0,17 \cdot 4000 = 680 \text{ kg}$ , og Trykkraften i Bjælkens Overside kan derfor ikke overstige denne Værdi;  $m$  faar sin største Værdi, naar Trykdiagrammet er rektangulært, og Trykspændingen er 200 at; Trykzonens Højde bliver i dette Tilfælde:  $x = 680 : (10 \cdot 200) = 0,34 \text{ cm}$ , altsaa  $m = 10 - 0,34 : 2 = 9,83 \text{ cm}$ ; det absolut største Moment, Bjælken kan optage, er følgelig  $680 \cdot 9,83 = 6690 \text{ kgcm}$  og  $\sigma_b = 4 \cdot 6690 : (10 \cdot 3,58 \cdot 8,81) = 156 \text{ at}$ .

<sup>2)</sup> Denne lidet udviklede Aarsag til de høje formelle Jærnsplændinger, man finder ved Bøjningsforsøg med svagt armerede Bjælker, blev i lang Tid overset (se Ing. 1908, S. 135), fordi de fleste Forsøg gøres paa Prøvemaskiner, der paatvinger Bjælken en given Nedbøjningstilvækst pr. Tidsenhed og angiver den dertil fornødne Kraft. I det Øjeblik, Betonen revner, styrter Bjælken altsaa ikke ned, som den vilde i Praksis; Belastningen bliver blot mindre som Følge af den stærke Nedbøjning, og Jærnet kan derfor holde over for det formindskede Moment og springer først efter lang Tids Flyden, hvorved man faar det Indtryk, at Jærnets Styrke er større end Betonens. Undertiden springer Jærnet slet ikke, naar Forsøget gøres paa Maskine, idet Flydningen lidt efter lidt forplanter sig hen til Bjælkens Ender, saa at Forbindelsen med Betonen ophæves, og Jærnet tilsidst glider (se f. Eks. Kleinogel's Forsøg med Bjælkeklasse B i § 226).

Naar Jærnet begynder at flyde, begynder Revnerne at gabe, hvorved den neutrale Akse hæver sig; matematisk udtrykt:  $E_j$  aftager og  $n$  aftager. Derved bliver  $\sigma_b$  større og  $m$  større og følgelig  $\sigma_j$  mindre, saa at Flydningen atter standser, indtil Belastningen forøges, hvorefter det samme vil gentage sig. Der skal dog kun en ringe Flyden til, for at  $E_j$  skal synke stærkt<sup>1)</sup>, og det var følgelig at vente, at Betonen vilde knuses, kort efter at Jærnet begynder at flyde<sup>2)</sup>. Imidlertid viser de allerfleste Brudforsøg, at naar man indsætter Brudmomentet i Formlerne med  $n = 15$ , Bjælkens Brudmoment kan saaledes sættes til  $3500 \cdot 8,6 = 30100 \text{ kgcm}$ . Opgaven bliver altsaa at finde en Spændingstilstand, der for  $M = 30100$ , giver  $\sigma_b = 200 \text{ at}$  og  $\sigma_j > 2800 \text{ at}$ .

Vi vil først prøve at bestemme  $n$  under Forudsætning af, at Formlerne i øvrigt er rigtige og giver sande Værdier af baade  $\sigma_j$  og  $\sigma_b$ . Da Bruddet skyldes Betonens Knusning, maa vi i Brudøjeblikket have  $\sigma_b = 200 \text{ at}$ , og denne Værdi i Forbindelse med  $M = 30100 \text{ kgcm}$  og  $\varphi = 1 \%$  bestemmer de øvrige, nemlig:

$$x = 0,34 h, \quad m = 0,887 h, \quad \sigma_j = 3400 \text{ at} \quad \text{og} \quad n = 8,76.$$

Ved denne Spænding vil Jærnet have forlænget sig ca. 4 %, saa at  $E_j = 3400 : 0,04 = 85000 \text{ at}$  og  $E_b = 85000 : 8,76 = 9700 \text{ at}$ , svarende til Forkortelsen:  $200 : 9700 = 1 : 48,5$  eller 2,06 %. Imidlertid er Betons Brudforlængelse kun  $1/10$  af denne Værdi (§ 101), og Forudsætningerne om plane Tværnit, Hooke's Lov og  $\sigma_b = 200 \text{ at}$  er følgelig uforenelige i Brudøjeblikket.

Prøves Parabelformlen (§ 231) med  $\varphi = 1 \%$ ,  $\sigma_b = 200 \text{ at}$  og  $M = 30100 \text{ kgcm}$ , finder man:

$$x = 0,249 h, \quad \sigma_j = 3320 \text{ at}, \quad n = 2,75,$$

altsaa  $E_b = 85000 : 2,75 = 30900 \text{ at}$ , hvilket ogsaa er en urimelig lille Værdi for  $\sigma_b = 0$ .

Vi maa da tage vor Tilflugt til den rektangulære Spændingsfordeling (§ 233), der giver:

$$x = 0,165 h, \quad m = 0,917 h, \quad \sigma_j = 30100 : (1 \cdot 9,17) = 3280 \text{ at}.$$

**242. Bjælken med 5 pCt. Jærn.** Paa samme Maade som tidligere findes:  $u = 2,04 \text{ cm}$  og  $I = 2419 \text{ cm}^4$ , altsaa:

$$W_0 = 2419 : 8,04 = 301, \quad W_u = 2419 : 3,96 = 611, \quad W_j = 2419 : 1,96 = 1233.$$

Bjælken vil følgelig revne for  $M = 25 \cdot 611 = 15270 \text{ kgcm}$ , og samtidig vil Betonsplændingen i Oversiden være:

$$\sigma_b^c = 15270 : 301 = 50,7 \text{ at} \quad \text{og} \quad \sigma_j = 25 \cdot 15270 : 1233 = 309 \text{ at}.$$

Efter at Bjælken er revnet, giver de almindelige Formler:

$$\text{med } n = 10: \quad x = 0,618 h, \quad m = 0,794 h, \quad \sigma_j = 385 \text{ at}, \quad \sigma_b = 62,5 \text{ at},$$

$$\text{med } n = 15: \quad x = 0,686 h, \quad m = 0,771 h, \quad \sigma_j = 396 \text{ at}, \quad \sigma_b = 57,7 \text{ at}.$$

I dette Tilfælde vil Revnerne være saa fine paa Grund af den ringe Jærnsplænding, at de slet ikke kan ses.

Forøges Momentet til  $52900 \text{ kgcm}$ , altsaa til det ca. 3,5 dobbelte, giver Formlerne med  $n = 15$ :

$$\sigma_j = 396 \cdot 52900 : 15270 = 1371 \text{ at}, \quad \sigma_b = 57,7 \cdot 52900 : 15270 = 200 \text{ at}.$$

Skønt Formlerne, som ofte nævnt, giver upaalidelige Værdier af  $\sigma_b$ , viser Tallene dog klart, at denne Bjælkens Brudmoment udelukkende vil afhænge af Betonens Kvalitet; Jærnsplændingen vil ikke engang naar Proportionalitetsgrænsen, og  $E_j$  vil følgelig holde sig konstant helt op til Brudøjeblikket.

De i § 229 omtalte Forsøg med saa stærkt armerede Bjælker viser, at naar man indsætter Brudmomentet i de almindelige Formler med  $n = 15$ , finder man en Værdi, der er ca. 25 % højere end Betonens Trykstyrke fundet ved Hjælp af 20 cm Tærninger, og den foreliggende Bjælkens Brudmoment kan saaledes sættes til  $52900 \cdot 1,25 = 66100 \text{ kgcm}$ , der giver Spændingerne  $\sigma_b = 250 \text{ at}$  og  $\sigma_j = 1715 \text{ at}$ .

Hvis vi nu, ligesom for Bjælken med 1 % Jærn, gaar ud fra, at Formlerne er rigtige i Principet, og at blot  $n$  skal indføres med en anden Værdi, saa finder vi, at til  $M = 66100 \text{ kgcm}$ ,  $\sigma_b = 200 \text{ at}$  og  $\varphi = 5 \%$  svarer:  $x = 0,987 h$ ,  $m = 0,671 h$ ,  $\sigma_j = 1974 \text{ at}$  og  $n = 750$ .

Denne Værdi af  $n$ , der svarer til  $E_b^c = 2100000 : 750 = 2800 \text{ at}$ , er ganske udelukket, og Formlerne maa derfor være principielt forkerte, saafremt vor Forudsætning, at  $\sigma_b$  ikke kan overstige Tærningstyrken, er rigtig.

At Formlerne er forkerte, er sikkert nok, idet de regner  $E_b^c$  konstant, mens den stadig af-

<sup>1)</sup> Ved Trækforsøg med blødt Staal vil man ofte finde, at Stangen, efter at den egentlige Flydning er ophørt, og Spændingen atter begynder at stige, har forlænget sig 2 % (se Byggematerialer 1911, Fig. 15), saa at Elasticitetskoefficienten er sunket til  $E_j = 2800 : 0,02 = 140000 \text{ at}$  og samme Værdi som Betonens, altsaa  $n = 1$ .

<sup>2)</sup> Sættes f. Eks.  $n = 5,45$ , findes:

$$x = 0,28 h, \quad m = 0,907 h, \quad M = 2800 \cdot 9,07 = 25400, \quad \sigma_b = 2 \cdot 25400 : (10 \cdot 2,8 \cdot 9,07) = 200 \text{ at}.$$

<sup>3)</sup> der giver  $\sigma_b = 2 \cdot 30100 : (10 \cdot 4,18 \cdot 8,6) = 167,5 \text{ at}$ .



tager og mest for de yderste Betonfibre. Man kan derfor ikke vente at finde den sande Brudspænding, medmindre man lader  $n$  vokse fra den neutrale Akse og opefter, med andre Ord regner med et Trykdiagram, der er formet efter en Parabel eller lignende Kurve. Hvis vi i Parabelformlerne (§ 231) indsætter  $M = 66\ 100\ \text{kgcm}$  og  $\sigma_b = 200\ \text{at}$ , findes:

$$x = 0,657h, \quad \sigma_j = 1752\ \text{at}, \quad n = 8,3, \quad E_b^c = 253\ 000\ \text{at}.$$

## 2. Kontrolbjælker og tilladelige Spændinger.

### a. Kontrolbjælker.

243. Da Styrken af overarmerede Bjælker bestemmes af Betonens Styrke, kan man ved Hjælp af slige Bjælker sammenligne Styrken af forskellige Betonsorter indbyrdes og saaledes kontrolere Betonens Kvalitet. Allerede ved Aar 1900 brugte Sanders denne Fremgangsmaade under Anvendelse af varierende Jærnpocenter, der imidlertid var saa små (1,39—2,78%), at han næppe kan have været klar over den kritiske Jærnpocents Eksistens og Størrelse. Ideen blev videre udviklet af Emperger, der i 1903<sup>1)</sup> anbefalede en almindelig Indførelse af Bjælkeprøven i Stedet for Tærningepøven, da denne ikke direkte kunde bruges til Bestemmelse af Betonens Trykstyrke ved Bøjning. Ogsaa han var i Vilderede med H. t. den kritiske Jærnpocents Størrelse, som han angav til 1,5%. Senere opgav han atter Tanken som upraktisk<sup>2)</sup>.

Ideen blev ført ud i Praksis ved Dansk Ingeniørforenings Jærnbeton-Normer 1909, som, paa Grundlag af ikke offentliggjorte Forsøg, foreskrev Brugen af ganske spinkle Kontrolbjælker (6 cm høje, 9 cm brede), armerede med 1,7% Jærn.

Ved Forsøg, offentliggjorte i Ingeniøren 1909, S. 409, paaviste jeg, at denne Armeringsprocent kun forsløg til Prøvning af Beton, hvis Tærningestyrke laa under ca. 100 at, og at Bjælkernes Brudbelastning derfor var et Maal for Jærnets Flydegrænse og ikke for Betonens Styrke<sup>3)</sup>.

244. Ved senere Forsøg<sup>4)</sup> med Beton, hvis Tærningestyrke var 236 at, fandt jeg, at den kritiske Jærnpocent laa ved ca. 4, og at Bjælker, der belastedes med en Enkeltkraft paa Midten gav en 16% større Værdi af  $\sigma_b$  end Bjælker med to Enkeltkræfter i Trediedelspunkterne<sup>5)</sup>.

I Fig. 180 viser  $\sigma'_b$ -Kurven den formelle Værdi af  $\sigma_b$  ( $n = 15$ ) for de med en Enkeltkraft paa Midten belastede Bjælker,  $\sigma'_j$ -Kurven den samme Værdi

<sup>1)</sup> B. u. E. 1903, S. 26. <sup>2)</sup> B. u. E. 1907, S. 210, 1908, S. 365.

<sup>3)</sup> Da Forsøgene senere kom frem i B. u. E. (1910, S. 149), blev Interessen for Kontrolbjælkerne vakt i Tyskland og Østrig. Jeg fik kort efter Besøg af Emperger, der paa Christiansborg Byggeplads fik Lejlighed til at se den udstrakte Brug, der der var gjort af Bjælkerne (se B. u. E. 1910, S. 315), hvilket forøgede hans Interesse for Sagen saa meget, at han efter sin Hjemkomst udsendte (i November 1910) »eine Beschreibung der neuen Methode zur Herstellung von Kontrollbalken« og tilbød Leveringen af Forde, Prøvebukke m. m. til en nærmere angivet Pris. De Bjælker, han paa denne Maade reklamerede for, var 7 cm brede, 10 cm høje og armerede med enten 1 eller 2 Rj. 12 mm; de har senere vist sig lidet heldige (se Professor Ostfeldts Forsøg i Ing. 1911, S. 318 og mine i Ing. 1914, S. 273 og 288). Denne Fremgangsmaade i Forbindelse med Empergers Utilbøjelighed til at anerkende Betydningen af det i Danmark gjorte Arbejde i Sagen førte ham ind i en skarp Strid med Professor Saliger i Wien (se Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines 1910, S. 736), en Strid som endte med Nedsættelsen af en faglig Ret, hvis Kendelse findes i nævnte Tidsskrift 1911, S. 207.

<sup>4)</sup> Ing. 1911, S. 209.

<sup>5)</sup> Dette skyldes vel bl. a., at den paa Midten virkende Enkeltkraft holder sammen paa den Beton, der er mest udsat for at knuses. Formentlig vokser Forskellen med Længden af den Strækning, paa hvilken Momentet er konstant, samt med Nedbøjningens Størrelse (Ing. 1912, S. 508). Det er ikke udelukket, at en Del af de 16% skyldes Forsøgsvarighedens Indflydelse; da Belastningen foretoges med Lodder, og da den var større for de dobbeltbelastede Bjælker end for de enkeltbelastede, har Belastningens Anbringelse sandsynligvis taget længere Tid i første Tilfælde end i sidste.

for de med to Enkeltkræfter belastede Bjælker, mens den midterste Kurve angiver Middelværdien af  $\sigma_b$  for samtlige Bjælker uden Hensyn til Belastningsmaaden.

Man ser, at  $\sigma_b$  vokser stærkt med  $\varphi$ , indtil denne har naaet ca. 4 pCt., holder sig konstant mellem  $\varphi = \text{ca. } 4\ \text{pCt.}$  og  $\varphi = \text{ca. } 18\ \text{pCt.}$  og derpaa atter stiger. Den sidste Stigning skyldes, at den neutrale Akse i de to stærkest armerede Bjælkerækker ligger nede i Jærnet, saa at der opstaar store Trykspændinger i dettes øverste Del.

Ses der bort fra denne sekundære Virkning af Jærnet, viser Forsøget, at Brudværdien af  $\sigma_b$  er ens for alle overarmerede Bjælker uden Hensyn til Jærnpocents Størrelse.  $\sigma_b$  er her bestemt af de almindelige Formler, men regnes med parabolisk Trykdiagram, bliver Resultatet det samme<sup>1)</sup>.

En nøjagtig Fiksering af Kontrolbjælkernes Jærnpocent er følgelig ikke nødvendig, den maa blot ikke være for lille; ved at vælge en stor Værdi sikrer man sig mod, at en tilfældig lav Flydegrænse hos Jærnet faar Indflydelse paa Bjælkernes Bæreevne, og man gør det muligt at prøve stærkere Betonsorter end den ved disse Forsøg brugte.

245. Den punkterede Linie i Fig. 180 angiver Middelværdien af  $\frac{1}{10}\sigma_j$  for samtlige Bjælkerækker. Kurverne for  $\sigma'_j$  og  $\sigma''_j$  er ikke tegnede, da de forholder sig til Kurven for  $\sigma_j$ , ganske som de tilsvarende Betonkurver forholder sig til hinanden; dette er en nødvendig Følge af de benyttede Formler, idet Forholdet  $\gamma = \sigma_j : \sigma_b$  kun afhænger af  $n$  og  $\varphi$ .

246. Bjælkeforsøgene slaar i Nøjagtighed noget tilbage for Tærningeforsøgene, idet Enkeltværdiernes Afvigelse fra Middeltallet er noget større, men ikke meget<sup>2)</sup>.

247. Senere Forsøg af Bach og Graf<sup>2)</sup> har vist, at Bjælkernes Styrke efter 28 Døgn bliver større ved vaad Hærdning, navnlig naar Betonen er stærk. For Tærningerne gælder det samme, men i mindre Grad, da de ikke tørrer saa hurtigt som de spinklere Bjælker, derfor bliver  $\sigma_b : S^c$  større ved tør end ved vaad Hærdning, navnlig naar Betonen er stærk. Forholdet er ens for stærk og svag Beton, hvoraf følger, at Bjælkerne lige saa godt kan bruges til Kontrol af Søjlebeton som til Kontrol af Bjælkebeton.

248. De nye danske Kontrolbjælker er 2 m lange, 9 cm brede, 6,5 cm høje og armerede med 2 Rj. 12 mm med Kroge i Enderne; under Jærnene

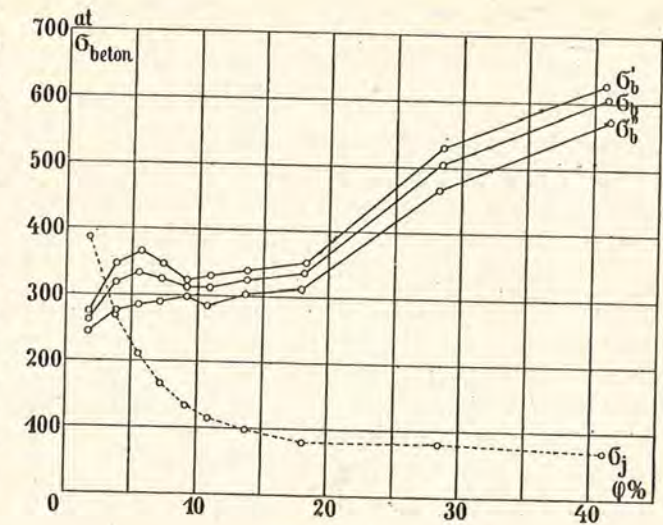


Fig. 180.

<sup>1)</sup> Af Formel (148,1) findes nemlig for  $\varphi = 4$  og 18%  $\sigma_b : \sigma_b' = 1,29$  og 1,27.

<sup>2)</sup> Ing. 1912, S. 509.

skal der være 0,9<sup>cm</sup> Mørtel, saa Nyttehøjden bliver 5<sup>cm</sup> og Jærnprocenten  $\varphi = \frac{2,26}{5 \cdot 9} \cdot 100 = 5,02\%$ . Hertil svarer  $x = 0,687 \cdot 5 = 3,43$  og  $\gamma = \frac{\sigma_j}{\sigma_b} = \frac{50 \cdot 0,687}{5,02} =$

6,84. Til  $\sigma_b = 300$ <sup>at</sup> svarer altsaa  $\sigma_j = 2050$ <sup>at</sup>. Bjælkerne fremstilles paa samme Maade som Betonen i Bygværket og opbevares indtil Prøvningen i et uopvarmet Skur eller paa et lignende mod Sol, Vind og Regn beskyttet Sted. Bjælkerne prøves i en Alder af 28 Døgn, dog med Tjllæg af det Antal Døgn, i hvilke Temperaturen paa Opbevaringsstedet har været nede under + 4° C. Ved Prøvningen skal Spændvidden være 180 cm, og Lasten bestaa af to lige store Enkeltkræfter i Trediedelspunkterne.

Den bedste Forsøgsordning er den paa Fig. 182 viste, hvor Bjælken er ophængt i Jærnbøjler under en Træ- eller Jærnbom, og Lasten er ophængt i en sekundær Bjælke, der paa samme Maade bæres af Betonbjælken. Derved udelukkes alt Horizontaltryk. Belastningsmaterialet er gerne Grus, der skovles i Kassen af en enkelt Mand. Efter Brud vejes Kassen med Indhold.

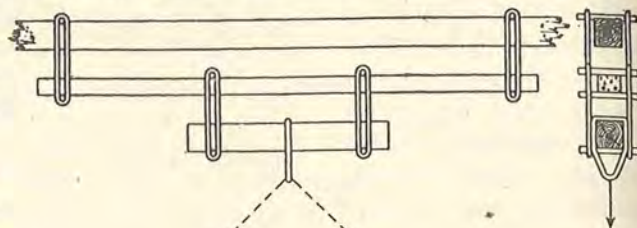


Fig. 182.

For Forsøget maales Midter-Tværsnittets Højde og dets Bredder  $b$  foroven, og efter at Bruddet er indtraadt, maales Tykkelsen af Betonlaget under Jærnet, hvorved altsaa Afstanden  $h$  fra Jærn-Midten til Bjælkens Overkant er bekendt. Af Brudmomentet beregnes Trykspændingen  $\sigma_b$  i Betonen, og denne Størrelse skal da mindst have den ved Konstruktionens Dimensionering forudsatte Værdi (§ 94). For flere samtidigt støbte Bjælker skal Middeltallet af de fundne  $\sigma_b$  være bestemmende, og man bør altid støbe mindst to Bjælker samtidigt. Det samlede Antal Bjælker kan passende fastsættes efter Byggesummen, saaledes at man støber mindst 2 Bjælker for hver 10 000 Kr. eller paabegyndte 10 000 Kr., dog mindst 4 Bjælker.

Til Lettelse ved Beregningen af  $\sigma_b$  meddeles hosstaaende Tabel over Værdierne af  $\alpha$  i Udtrykket:  $\sigma_b = \alpha \cdot P + 10$ <sup>at</sup>, hvor  $P$  er Halvdelen af den paaførte Last,  $\alpha$ : een af Enkeltkræfterne, mens de 10<sup>at</sup> er Egenvægts-spændingen, der nøjagtigt nok kan regnes konstant. Er Bjælkerne nøjagtigt udførte, bliver  $\sigma_b$  altsaa meget nær lig Halvdelen af den paaførte Last. Bjælkerens Nedbøjning umiddelbart før Brud ligger ofte mellem 16 og 20 mm.

**b. Tilladelige Spændinger.**

249. Af det foregaaende fremgaar, at en Jærnbetonplades Brudmoment i Hovedsagen bestemmes af

- Betonens Bøjningsstyrke ved meget smaa Jærnprocenter
- Jærnets Flydegrænse » normale »
- Betonens Trykstyrke » store »

Dette er grafisk fremstillet i Fig. 183, som er en Gjentagelse af det til  $S^c = 200$  og  $\sigma_j = 3300$ <sup>at</sup> svarende Kurvetræk paa Fig. 178, blot med Tilføjelse af det næsten vandrette Kurvestykke forneden. Jo større Bøjningsstyrken er, des længere er dette Stykke af Kurven; jo højere Flydegrænsen ligger, des stejlere er det paafølgende Stykke; jo større Trykstyrken er, des højere ligger det sidste Kurvestykke.

Hvis vi af Brudmomenterne i Fig. 183 beregner **Brudspændingerne**  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  ved Hjælp af de almindelige Formler med  $n = 15$ , finder vi Værdier, der er grafisk fremstillede ved Kurverne paa Fig. 184, hvor dog Ordinaterne til  $\sigma_j$ -Kurven skal multipliceres med 10. For de ganske smaa Jærnprocenter, hvor Betonens Bøjningsstyrke bestemmer Bæreevnen, er Kurverne ikke tegnede.

250. De tilladelige Spændinger maa nu fastsættes saaledes, at der bliver fornøden Sikkerhed mod Brud, saavel naar Bruddet skyldes Betonen, som naar det skyldes Jærnet.

Betonens Trykstyrke ved Bøjning kan bestemmes ved Forsøg med stærkt armerede Prøvebjælker, idet Brudspændingen beregnes af de almindelige Formler, og den tilladelige Spænding kan da sættes til  $\frac{1}{5}$  af denne Værdi. Knusning af Betonen er dermed udelukket, og Bruddet kan da kun ske som Følge af Jærnets Flyden. Da Jærnet er et mindre variabelt Materiale end Betonen, kan vi for Jærnspladens Vedkommende

nøjes med en Sikkerhedskoefficient af 3—3,5, og da Bruddet sker ved en Jærnspladens Spænding af ca. 3500<sup>at</sup>, kan den tilladelige Spænding sættes til  $s_j = 1000$ —1200<sup>at</sup>.)

Hvorledes en Plades Bæreevne varierer med de tilladte Spændinger er vist paa Fig. 185.

<sup>1)</sup> Da Betonens Svind under Hærdningen hæmmes af Jærnet, vil dette faa Tryk- og Betonen Trækspændinger. Er der saaledes i Pladens Overside paa Forhaand en Trækspænding  $\sigma_b^t$ , mens den af Belastningen fremkaldte Trykspænding er  $\sigma_b^c$ , saa vil Bruddet først indtræde, naar  $\sigma_b^c - \sigma_b^t$  har naaet Betonens Brudstyrke (Bjælkestyrke) og da  $\sigma_b^t$  aftager med Jærnprocenten, vil den Værdi af  $\sigma_b^c$ , der fremkalder Brud, ligeledes aftage med Jærnprocenten. Man kunde derfor befrygte, at de stærkt armerede Kontrolbjælker leverede Værdier, der var for høje til at bruges i svagt armerede Plader, men af Fig. 180 fremgaar, at den formelle Værdi af  $\sigma_b^c$  ikke paavirkes af; om Jærnprocenten varierer fra 4 til 18 %, hvilket dels kan skyldes, at  $\sigma_b^t$  er forholdsvis lille (aldrig større end Betonens Trækstyrke), og dels, at Formlernes Mangler muligvis neutraliserer Virkningen af  $\sigma_b^t$ .

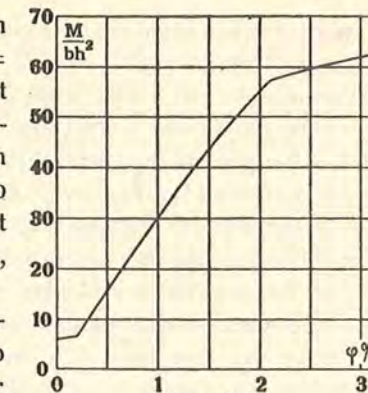


Fig. 183.

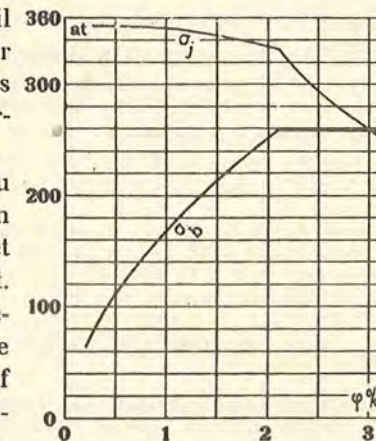


Fig. 184.

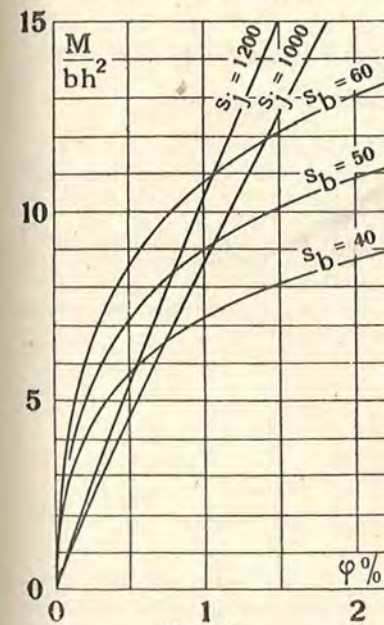


Fig. 185.

Ved smaa Jærnprocenter bestemmes Bæreevnen af  $s_j$ -Kurven og vokser omtrent proportionalt med  $\varphi$ , indtil dennē har naaet den til de tilladte Spændinger svarende Værdi. For større Værdier af  $\varphi$  er  $s_b$ -Kurven bestemmende for Bæreevnen, og denne vokser nu kun langsomt med  $\varphi$ .

251. Brugen af en større Sikkerhedskoefficient for Betonen end for Jærnet fører til Konstruktioner, hvis Jærnprocent er langt lavere end den kritiske, ved hvilken Jærnets Flyden og Betonens Knusning indtræder samtidig. Dette er i sin Orden, thi det medfører Konstruktioner med seigt Brud, mens overarmede Konstruktioner brydes pludseligt uden Varsel. Men der er dog Grund til at fremhæve, at den kritiske Jærnprocent for en fejlfrit fremstillet Beton er 3-4 Gange saa stor som den Jærnprocent, de tilladelige Spændinger fører til, paa ingen Maade giver en irrational Konstruktion, men tværtimod en Konstruktion med fordoblet Bæreevne.

252. Der kunde være Tale om at lade  $s_j$  aftage med voksende  $\varphi$  og tiltage med voksende Betonstyrke i Overensstemmelse med Fig. 184 og 178, men Spørgsmaalet har ringe praktisk Betydning. Lad os nemlig sætte, at vi for en Beton, hvis Bjælkestyrke er 200 at, altsaa  $s_b = 40$ , anser  $s_j = 1000$  for passende ( $\varphi = 0,75 \%$ ), og at vi for en Beton, hvis Bjælkestyrke er 300 at, altsaa  $s_b = 60$ , ogsaa sætter  $s_j = 1000$  ( $\varphi = 1,42$ ), saa er den begaaede Fejl kun ringe, thi  $s_j$  skulde sættes op paa Grund af den bedre Beton, men samtidig sættes ned paa Grund af det større  $\varphi$ .

Det er derfor umotiveret, naar de **schweiziske Normer** (1909) indfører variable, tilladelige Spændinger baade for Beton og Jærn og ved Fastsættelsen af disse alene tager Hensyn til  $k$ 's Variation med  $\varphi$  (§ 228), mens  $k$ 's Afhængighed af Betonkvaliteten lades ganske ude af Betragtning. Normerne fastsætter nemlig ( $n = 20$ ):

$$s_b = 40 + 0,05 (1200 \div \sigma_j), \text{ altsaa: } \begin{cases} \varphi = 0,667 & 1,25 & 2,25 & 4,09 \%, \\ s_b = 40 & 50 & 60 & 70 \text{ at,} \\ s_j = 1200 & 1000 & 800 & 600 \text{ at.} \end{cases}$$

Da disse Betonspændinger maa bruges i Forbindelse med en plastisk tilberedt Beton, hvis Tærningstyrke efter 28 Døgn er 150 at, er de meget store; den kritiske Jærnprocent for en saadan Beton ligger utvivlsomt langt under 4, og en Plade med 4,09% Jærn burde derfor have en Sikkerhedsgrad af 5, altsaa Brudspændingerne  $5 \cdot 70 = 350$  at og  $5 \cdot 600 = 3000$  at, men saa høj kommer man absolut ikke op med en Beton, hvis Tærningstyrke kun er 150 at; en Plade, de var dimensioneret paa Grundlag af Spændingerne 70 og 1200 (svarende til  $\varphi = 1,57$  for  $n = 20$ ) vilde være paalideligere; ganske vist er Sikkerhedsgraden vel knap 3, men til Gengæld er den næsten uafhængig af Betonens Kvalitet<sup>1)</sup>.

### 3. Momentbestemmelse for almindelige Plader og Bjælker.

#### a. Momentbestemmelse efter Elasticitetsteorien.

##### α. Bjælker (Plader) over en enkelt Aabning.

253. For Bjælker (Plader) over en enkelt Aabning gives nedenfor de ved forskellige Understøtnings- og Belastningstilfælde forekommende Momenter og Reaktionen.  $R_1$  og  $R_2$  er Reaktionen ved venstre og højre Leje. Ved Formlernes Benyttelse regnes Reaktionenes Angrebspunkter at ligge midt i de virkelige Lejeflader eller midt i de nødvendige Lejeflader eller i Afstanden  $l$ : 40 fra Lejets Forside; for Plader kan man under normale Forhold regne med Lysvidden som Spændvidde.  $M_x$  er Momentet i Afstanden  $x$  fra venstre Leje.

Er en Bjælkes Belastning meget sammensat, bestemmes det Punkt, i hvilket det største Moment optræder, lettest som det Punkt, i hvilket Transversalkraften er Nul.

##### 254. Simpelt understøttede Bjælker.

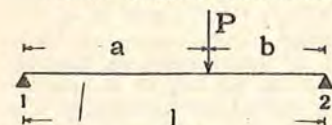


Fig. 186.

$$R_1 = P \cdot \frac{b}{l}, \quad R_2 = P \cdot \frac{a}{l},$$

$$M_x = \frac{Pbx}{l} \text{ for } x < a, \quad M_x = \frac{Pa(l-x)}{l} \text{ for } x > a.$$

Største Moment optræder under  $P$  og er  $M_{maks} = \frac{Pab}{l}$  (155)

Er  $a > b$ , bliver Momentet midt i Bjælken  $\frac{1}{2} P \cdot b$ .

<sup>1)</sup> Det maa tilmed erindres, at det Moment, der giver Spændingerne 70 og 600 for  $n = 20$ , giver 75 og 600 for  $n = 15$  (Fig. 166 i § 220). For T-Bjælker er de tilladelige Spændinger konstant lig 1200 og 40. Princippet ovenfor er ogsaa benyttet i de schweiziske Statsbaners Regler af 1915.

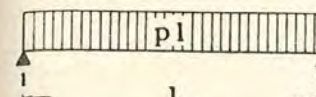


Fig. 187.

$$R_1 = R_2 = \frac{Pl}{2}, \quad M_x = \frac{Pl}{2} \cdot \frac{x(l-x)}{l}, \quad (156)$$

$$M_{maks} = \frac{1}{8} Pl^2 \quad \text{for} \quad x = \frac{l}{2}.$$

Af (156) sammenholdt med (155) ses, at Momentet i et vilkårligt Punkt er lige saa stort, som det vilde have været, hvis den halve Last havde virket som Enkelkraft i Punktet.

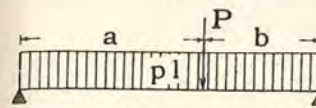


Fig. 188.

En Bjælke, der er belastet som Fig. 188 viser, vil altsaa i Enkelkraftens Angrebspunkt være paavirket af Momentet:  $(P + \frac{1}{2}Pl) \cdot \frac{ab}{l}$ , mens Momentet midt i Bjælken bliver  $\frac{1}{8}Pl^2 + \frac{1}{2}Pb$ , der, naar  $Pb$  er lille, nøjagtigt nok kan betragtes som Maksimalmomentet.



Fig. 189.

$$R_1 = \frac{1}{3} P, \quad R_2 = \frac{2}{3} P, \quad M_x = \frac{P}{3} x \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right),$$

$$M_{maks} = 0,128 Pl \quad \text{for} \quad x = 0,577 l.$$

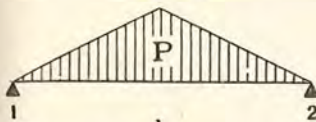


Fig. 190.

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}, \quad M_x = Px \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{l^2}\right),$$

$$M_{maks} = \frac{1}{6} Pl \quad \text{for} \quad x = \frac{1}{2} l.$$

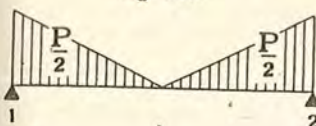


Fig. 191.

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}, \quad M_x = Px \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{l^2}\right),$$

$$M_{maks} = \frac{1}{12} Pl \quad \text{for} \quad x = \frac{1}{2} l.$$

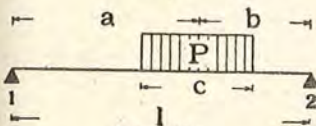


Fig. 192.

$$R_1 = P \cdot \frac{b}{l}, \quad R_2 = P \cdot \frac{a}{l},$$

$$M_{maks} = P \cdot \frac{ab}{l^2} \cdot \left(l - \frac{c}{2}\right) \quad \text{for} \quad x = a - c \cdot \frac{2a-l}{2l}.$$

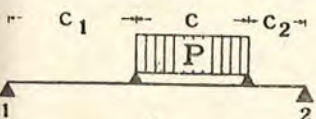


Fig. 193.

Tænker man sig Lasten baaret af en sekundær Bjælke (Fig. 193), bliver Reaktionen og Momenterne udenfor  $c$  de samme som tidligere, mens Momenterne paa Strækningen  $c$  faas ved Addition af Momenterne i den primære og den sekundære Bjælke. Momentet midt i  $c$  bliver altsaa  $M = \frac{1}{2}(R_1 \cdot c_1 + R_2 \cdot c_2) + \frac{1}{8} P \cdot c$ , der ofte nøjagtigt nok kan betragtes som Maksimalmomentet.

##### 255. Indspændte Bjælker.

For saa vidt Lejetryk og positive Momenter ikke er opgivne, findes de som beskrevet i § 257.

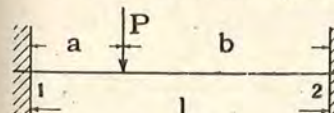


Fig. 194.

$$M_1 = -\frac{P \cdot a \cdot b^2}{l^2}, \quad M_2 = -\frac{P \cdot a^2 \cdot b}{l^2}.$$

For  $a = b$ :  $M_1 = M_2 = -\frac{1}{8} P \cdot l.$

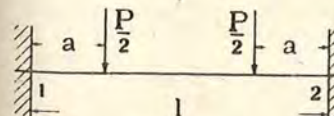


Fig. 195.

$$M_1 = M_2 = -\frac{1}{2} P \cdot \frac{a \cdot (l-a)}{l}.$$

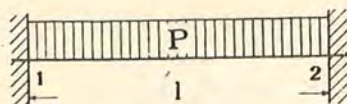


Fig. 196.

Momentnulpunktet ligger 0,2113l fra Enden. Ved delvis Belastning ligger det mellem 0 og l:3; en vægtløs Bjælke med delvis Belastning vil altsaa kunne blive paavirket af positive Momenter i hele sin Længde, mens de negative Momenter aldrig naar længere end til l:3.

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}, \quad M_x = -\frac{P \cdot l}{2} \cdot \left( \frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right),$$

$$M_{maks} = M_1 = M_2 = -\frac{1}{12} P \cdot l, \quad \text{Midtermomentet } M = \frac{1}{24} P \cdot l.$$

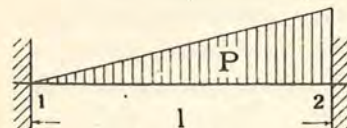


Fig. 197.

$$R_1 = \frac{3}{10} P, \quad R_2 = \frac{7}{10} P, \quad M_x = -\frac{P \cdot l}{30} \cdot \left( 2 - 9 \frac{x}{l} + 10 \frac{x^3}{l^3} \right),$$

$$M_1 = -\frac{1}{15} P \cdot l, \quad M_2 = -\frac{1}{10} P \cdot l = M_{maks}.$$

Største positive Moment:  $\frac{1}{23,2} P \cdot l$  i  $x = 0,548 l$ .

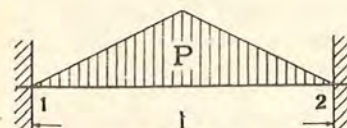


Fig. 198.

$$R_1 = R_2 = \frac{1}{2} P, \quad M_x = -P \cdot l \cdot \left( \frac{5}{48} - \frac{x}{2l} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^3}{l^3} \right),$$

$$M_{maks} = M_1 = M_2 = -\frac{5}{48} P \cdot l, \quad \text{Positivt } M_{maks} = \frac{1}{16} P \cdot l \text{ i } x = \frac{l}{2}.$$

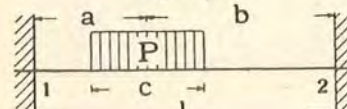


Fig. 199.

$$M_1 = -\frac{P}{l^2} \left[ a \cdot b^2 + \frac{c^2}{4} \cdot \left( \frac{l}{3} - b \right) \right],$$

$$M_2 = -\frac{P}{l^2} \left[ a^2 \cdot b + \frac{c^2}{4} \cdot \left( \frac{l}{3} - a \right) \right].$$

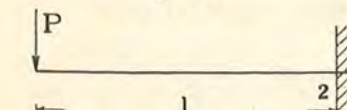


Fig. 200.

$$R_2 = P, \quad M_x = -P \cdot x, \quad M_{maks} = M_2 = -P \cdot l.$$

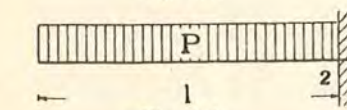


Fig. 201.

$$R_2 = P, \quad M_x = -\frac{P}{2} \cdot \frac{x^2}{l}, \quad M_{maks} = M_2 = -\frac{1}{2} P \cdot l.$$



Fig. 202.

$$R_2 = P, \quad M_x = -\frac{P}{3} \cdot \frac{x^3}{l^2}, \quad M_{maks} = M_2 = -\frac{1}{3} P \cdot l.$$

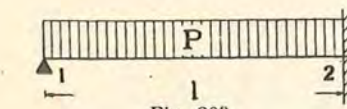


Fig. 203.

$$R_1 = \frac{3}{8} P, \quad R_2 = \frac{5}{8} P, \quad M_x = \frac{P \cdot x}{2} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right),$$

$$M_{maks} = M_1 = -\frac{1}{8} P \cdot l, \quad \text{Positivt } M_{maks} = \frac{9}{128} P \cdot l \text{ i } x = \frac{3}{8} l.$$

Momentnulpunktet ligger l:4 fra 2. Ved delvis Belastning ligger det mellem 0 og l:3; en vægtløs Bjælke med delvis Belastning vil altsaa kunne blive paavirket af positive Momenter i hele sin Længde, mens de negative Momenter aldrig naar længere end til l:3.

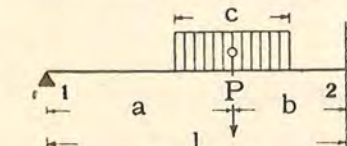


Fig. 204.

$$M_2 = -\frac{P}{2} \cdot \frac{a}{l^2} \cdot \left( l^2 - a^2 - \frac{1}{4} c^2 \right),$$

For  $c = 0$ :  $M_2 = -\frac{P}{2} \cdot \frac{a}{l^2} \cdot (l^2 - a^2).$

β. Bjælker (Plader) med Mellemunderstøtninger.

Almindelig Teori.

256. Har Bjælken (Pladen) Mellemunderstøtninger (Fig. 154—55), vil der opstaa negative Momenter over disse. Hviler den paa friktionsløse Ruller, som kun kan give lodrette Reaktionen og ikke hindrer en Vinkeldrejning, og hvis Højdebeliggenhed er uforanderlig, kan Momenterne beregnes efter den almindelige Teori for kontinuerlige Bjælker, hvis Hovedresultater gengives i det følgende. Drejer det sig om Plader hvilende paa Bjælker, vil disses eventuelle Nedbøjning i

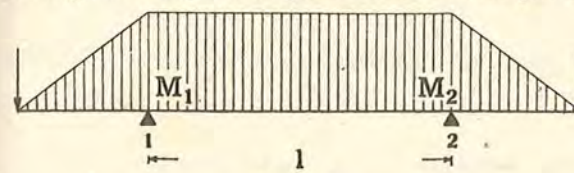


Fig. 205.

al Almindelighed bevirke, at Pladens positive Momenter forøges og de negative formindskes. Ved Formlernes Benyttelse regnes Reaktionen Angrebspunkter at ligge midt i de virkelige Lejeflader, for Endelejernes Vedkommende eventuelt midt i den nødvendige Lejeflade.

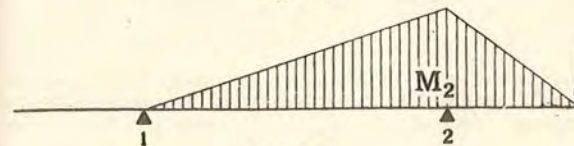


Fig. 206.

Fig. 205 forestiller Momentkurven for en vægtløs Bjælke med overragende Ender, belastede med en Enkeltkraft. Momenterne i en saadan Plade er negative,  $\alpha$  giver Træk i Oversiden, og fordeler sig som Figuren viser, idet  $M_1 = M_2$ . Mangler Kraften til venstre, bliver Momentkurven som vist i Fig. 206. Uden Hensyn til om de negative Momenter skyldes overragende Ender eller andre Aarsager, vil en simpelt understøttet, vægtløs Bjælke, hvis Ender er paavirkede af de negative Momenter  $M_1$  og  $M_2$ , have den i Fig. 207 viste Momentkurve. Som Følge af Momenterne vil der opstaa Lejetryk af Størrelse:

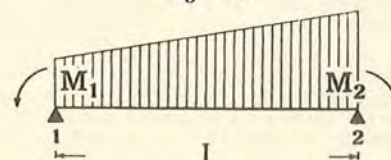


Fig. 207.

$$R_1 = \frac{M_2 - M_1}{l} \quad \text{og} \quad R_2 = \frac{M_1 - M_2}{l}. \quad (157) \quad (158)$$

257. Er Bjælken desuden direkte belastet, kan Momenterne og Reaktionen fra denne Last bestemmes uden Hensyn til de negative Momenter, og ved Kombination af de to Belastningstilstande findes de resulterende Paavirkninger. Er Bjælken f. Eks. belastet med  $q$  kg pr. lb cm, vil Momenterne variere efter en Parabel med Maksimumsordinat  $\frac{1}{8} q l^2$  (Fig. 208); naar vi fra disse Momenter trækker Momenterne i Fig. 207, faar vi de resterende Momenter, som i Fig. 209 maales fra den skraa Linie til Parabelen og altsaa er positive i Bjælkens midterste Del og negative ved Lejerne. For Tydeligheds Skyld er i Fig. 210 de resulterende Momenter afsat ud fra en vandret Linie. De resulterende Reaktionen bliver:

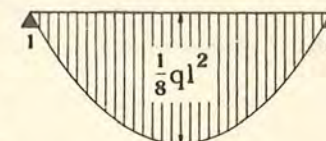


Fig. 208.

$$R_1 = \frac{1}{2} q \cdot l - \frac{M_1 - M_2}{l} \quad (159)$$

$$R_2 = \frac{1}{2} q \cdot l + \frac{M_1 - M_2}{l} \quad (160)$$

Et Punkt i Afstanden  $x$  fra 1 faar Momentet:

$$M_x = \frac{1}{2} q \cdot l \cdot (l - x) + \frac{M_1}{l} \cdot (l - x) + \frac{M_2}{l} \cdot x. \quad (161)$$

Største positive Moment optræder i Afstanden:

$$\frac{R_1}{q} = \frac{1}{2} l - \frac{M_1 - M_2}{q \cdot l} \text{ fra 1 og har Værdien:}$$

$$M_{1-2} = \frac{R_1^2}{2q} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) + \frac{1}{2} \frac{(M_1 - M_2)^2}{q \cdot l^2}. \quad (162)$$

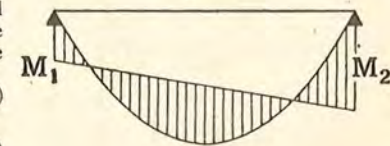


Fig. 209.

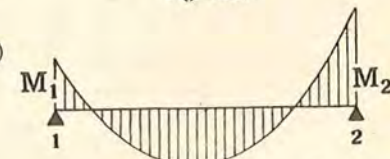


Fig. 210.

258. En Bjælke (Plade), der indgaar som Led i en kontinuerlig Bjælkerække, kan altsaa beregnes uden Hensyn til, hvor i Rækken den befinder sig og uden Hensyn til de øvrige Bjælkens Belastning, naar blot man kender Lejemomenterne. Disse bestemmes ved Clapeyrons Ligninger<sup>1)</sup>, af hvilke der kan opskrives een for hver Mellemunderstøtning. Under Forudsætning af konstant Tværsnit bliver Ligningerne for 1. 2. og 3. Mellemunderstøtning henholdsvis (Fig. 211):

$$\begin{aligned} & -M_0 \cdot l_1 - 2M_1 \cdot (l_1 + l_2) - M_2 \cdot l_2 = \alpha_1 \quad (163) \\ & -M_1 \cdot l_2 - 2M_2 \cdot (l_2 + l_3) - M_3 \cdot l_3 = \alpha_2 \\ & -M_2 \cdot l_3 - 2M_3 \cdot (l_3 + l_4) - M_4 \cdot l_4 = \alpha_3 \text{ o. s. v.,} \end{aligned}$$

Fig. 211.

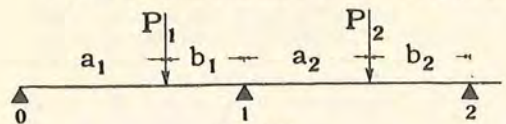
<sup>1)</sup> Se A. Ostenfeld: Teknisk Elasticitetslære 1916, S. 213.

hvor  $\alpha$  er en kendt Funktion af Belastningen. Har Bjælken kun to Fag, og er den simpelt understøttet ved Enderne, er  $M_0 = M_3 = 0$ , og (163) kan altsaa bruges til at finde  $M_1$ .

Er Belastningen jævnt fordelt i hvert Fag for sig og lig  $p_1, p_2, p_3$  o. s. v., bliver

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} p_1 \cdot l_1^3 + \frac{1}{4} p_2 \cdot l_2^3, \quad \alpha_2 = \frac{1}{4} p_2 \cdot l_2^3 + \frac{1}{4} p_3 \cdot l_3^3 \quad \text{o. s. v.} \quad (164)$$

Er der en Enkeltkraft i hvert Fag (Fig. 212), faas:



$$\alpha_1 = P_1 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot \frac{l_1 + a_1}{l_1} + P_2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot \frac{l_2 + a_2}{l_2} \quad (165)$$

og tilsvarende for  $\alpha_2$  o. s. v.

Fig. 212.

Er der flere Enkeltkræfter i hvert Fag og desuden en jævnt fordelt Last, faas:

$$\alpha_1 = \frac{1}{4} p_1 \cdot l_1^3 + \frac{1}{4} p_2 \cdot l_2^3 + \sum P_1 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot \frac{l_1 + a_1}{l_1} + \sum P_2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot \frac{l_2 + a_2}{l_2}, \quad (166)$$

og tilsvarende for  $\alpha_2$  o. s. v.

Ved Hjælp af disse Ligninger, kan man altid finde Lejemomenterne og derefter de øvrige Størrelser, som har Betydning. For konstant Fagvidde og nogle hyppigt forekommende Belastningstilfælde findes Resultaterne i det følgende, hvor  $M_{0-1}$ ,  $M_{1-2}$  o. s. v. betegner de største positive Momenter i Fagene.

**259. Transversalkræfterne** beregnes let, naar først man kender Reaktionen. I Bjælken Fig. 216 er f. Eks. Transversalkraften umiddelbart tilvenstre for 1:  $q \cdot l - R_0$  og umiddelbart tilhøjre for 1:  $q \cdot l - R_0 - R_1$ .

**260.** Er der bevægelige Enkeltkræfter paa Bjælken, bestemmes Momenter og Transversalkræfter nemmest ved **Influenslinier**. Ved disses Optegning yder *Griots* Tabeller<sup>1)</sup> en udmærket Støtte. Fig. 213 viser Influenslinien for Momentet over Mellemunderstøtningen for en Bjælke over 2 Fag. F. Eks. vil en Enkeltkraft,  $P$ , midt i Faget give  $M_1 = -0,0938 \cdot P \cdot l$ . Fig. 216,1 viser samme Influenslinie for en Bjælke over 3 Fag.

**Bjælker over 2-4 Fag med konstant Tværsnit og Faglængde og Lasten jævnt fordelt indenfor hvert enkelt Fag.**

**261. Bjælker over 2 Fag.** Formler for pletvis Last findes i § 273:

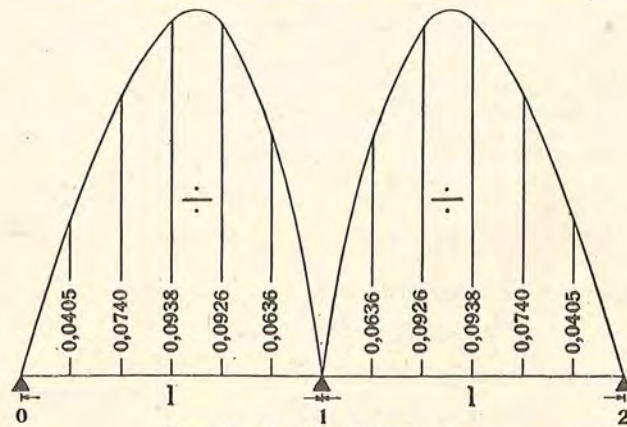
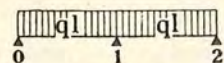


Fig. 213. Influenslinie for  $M_1$ .



$$R_0 = R_2 = \frac{3}{8} q \cdot l, \quad R_1 = 1,25 \cdot q \cdot l \text{ (Maks.)}, \quad M_1 = -\frac{1}{8} q \cdot l^2 \text{ (Maks.)}$$

Fig. 215.

Momentnulpunkterne ligger i Afstanden  $l - \frac{2R_0}{q} = \frac{1}{4} l$  fra 1. Største positive Moment optræder

\* i Afstanden  $\frac{R_0}{q} = \frac{3}{8} l$  fra den frie Ende og er  $M_{0-1} = M_{1-2} = \frac{R_0^2}{2q} = \frac{9}{128} q \cdot l^2$ . I Afstanden  $x \left( < \frac{3}{4} l \right)$  fra 0 er  $M_x = \frac{1}{8} q \cdot x \cdot (3l - 4x)$ .

<sup>1)</sup> Interpolierbare Tabellen zum Auftragen der Einfluslinien o. s. v., Zürich 1916.

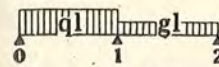


Fig. 216.

Momentnulpunkterne ligger  $\frac{l}{8} \cdot \left(1 + \frac{g}{q}\right)$  tilvenstre for 1 og  $\frac{l}{8} \cdot \left(1 + \frac{q}{g}\right)$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder i Afstanden  $\frac{R_0}{q} = \frac{l}{16} \cdot \left(7 - \frac{g}{q}\right)$  og er  $M_{0-1} = \frac{R_0^2}{2q} = \frac{q}{512} \cdot \left(7 - \frac{g}{q}\right)^2 \cdot l^2$  (Maks.).

$$R_0 = \frac{l}{16} \cdot (7q - g) \text{ (Maks.)}, \quad R_1 = \frac{5}{8} l \cdot (q + g),$$

$$R_2 = \frac{l}{16} \cdot (7g - q) \text{ (Min.)}, \quad M_1 = -\frac{1}{16} (q + g) \cdot l^2.$$

**262. Bjælker over 3 Fag.** Formler for pletvis Last findes i § 273.

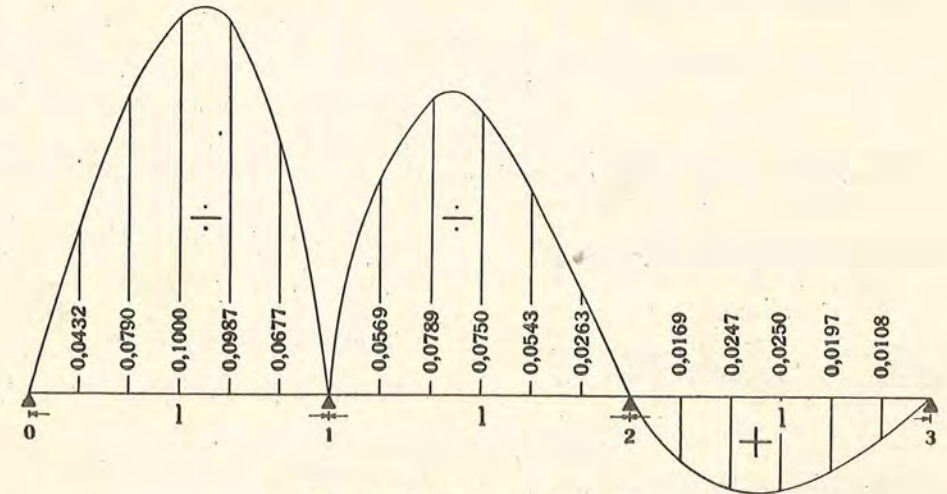
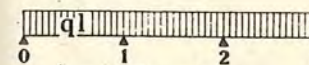


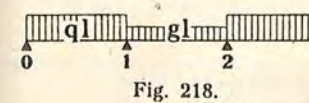
Fig. 216,1. Influenslinie for  $M_1$ .



$$R_0 = R_3 = 0,4 q \cdot l, \quad R_1 = R_2 = 1,1 q \cdot l, \quad M_1 = M_2 = -\frac{1}{10} q \cdot l^2.$$

Fig. 217.

Momentnulpunkterne ligger  $0,2 l$  tilvenstre for 1 og  $0,276 l$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder i Afstanden  $\frac{R_0}{q} = 0,4 l$  fra den frie Ende og er  $M_{0-1} = M_{2-3} = \frac{R_0^2}{2q} = \frac{1}{12,5} q \cdot l^2$ . I Midterfagets Midte er  $M = \frac{1}{10} q \cdot l^2$ .

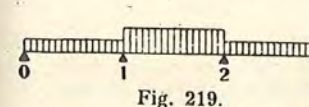


$$R_0 = R_3 = \frac{l}{20} \cdot (9q - g) \text{ (Maks.)}, \quad R_1 = R_2 = \frac{11}{20} l \cdot (q + g),$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{l^2}{20} \cdot (q + g).$$

Fig. 218.

Momentnulpunkterne ligger  $\frac{l}{10} \cdot \left(1 + \frac{g}{q}\right)$  tilvenstre for 1 og  $l \cdot \left(\frac{1}{2} - \sqrt{0,15 - 0,1 \frac{q}{g}}\right)$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder i Afstanden  $\frac{R_0}{q}$  fra den frie Ende og er  $M_{0-1} = M_{2-3} = \frac{R_0^2}{2q} = \frac{q}{800} \cdot \left(9 - \frac{g}{q}\right)^2 \cdot l^2$  (Maks.). Momentet midt i Fag 1-2 er  $M_{1-2} = \frac{l^2}{20} \cdot (1,5g - q)$ .

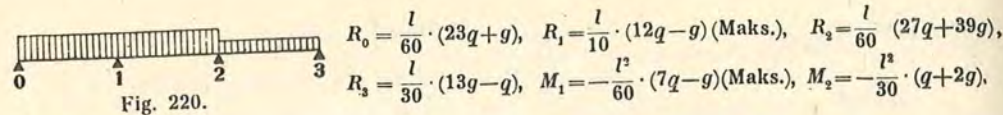


$$R_0 = R_3 = \frac{l}{20} \cdot (9g - q) \text{ (Min.)}, \quad R_2 = R_3 = \frac{11}{20} l \cdot (q + g),$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{l^2}{20} \cdot (q + g).$$

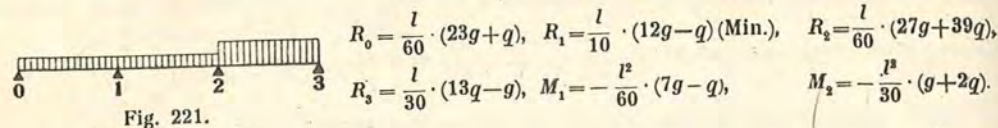
Fig. 219.

Momentnulpunkterne ligger  $\frac{l}{10} \cdot \left(1 + \frac{q}{g}\right)$  tilvenstre for 1 og  $l \cdot \left(\frac{1}{2} - \sqrt{0,15 - 0,1 \frac{q}{g}}\right)$  tilhøjre for 1. Største positive Moment optræder midt i Fag 1-2 og er  $M_{1-2} = \frac{l^2}{20} \cdot (1,5q - g)$  (Maks.).



$$R_0 = \frac{l}{60} \cdot (23q + g), \quad R_1 = \frac{l}{10} \cdot (12q - g) \text{ (Maks.)}, \quad R_2 = \frac{l}{60} \cdot (27q + 39g),$$

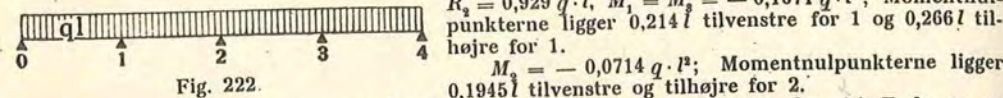
$$R_3 = \frac{l}{30} \cdot (13q - g), \quad M_1 = -\frac{l^2}{60} \cdot (7q - g) \text{ (Maks.)}, \quad M_2 = -\frac{l^2}{30} \cdot (q + 2g).$$



$$R_0 = \frac{l}{60} \cdot (23g + q), \quad R_1 = \frac{l}{10} \cdot (12g - q) \text{ (Min.)}, \quad R_2 = \frac{l}{60} \cdot (27g + 39q),$$

$$R_3 = \frac{l}{30} \cdot (13q - g), \quad M_1 = -\frac{l^2}{60} \cdot (7g - q), \quad M_2 = -\frac{l^2}{30} \cdot (g + 2q).$$

263. Bjælker over 4 Fag.

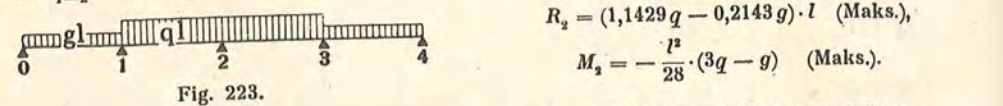


$$R_0 = R_4 = 0,393 q \cdot l, \quad R_1 = R_3 = 1,143 q \cdot l,$$

$$R_2 = 0,929 q \cdot l, \quad M_1 = M_3 = -0,1071 q \cdot l^2; \text{ Momentnulpunkterne ligger } 0,214 l \text{ tilvenstre for 1 og } 0,266 l \text{ tilhøjre for 1.}$$

$$M_2 = -0,0714 q \cdot l^2; \text{ Momentnulpunkterne ligger } 0,1945 l \text{ tilvenstre og tilhøjre for 2.}$$

Største positive Moment optræder i Afstanden  $R_0 : q = 0,393 l$  fra den fri Ende og er  $M_{0-1} = 0,0772 q \cdot l^2$ . Største positive Moment i Fag 1-2 optræder i Afstanden  $0,5357 l$  fra 2 og er  $M_{1-2} = 0,0364 q \cdot l^2$ .



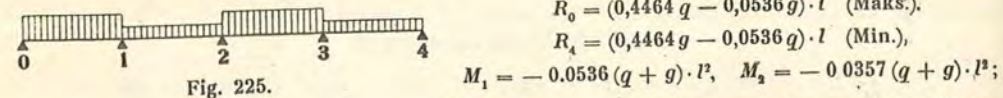
$$R_2 = (1,1429 q - 0,2143 g) \cdot l \text{ (Maks.)},$$

$$M_2 = -\frac{l^2}{28} \cdot (3q - g) \text{ (Maks.)}.$$



$$R_3 = (1,1429 g - 0,2143 q) \cdot l \text{ (Min.)},$$

$$M_1 = -\frac{l^2}{28} \cdot (3g - q) \text{ (Min.)}.$$



$$R_0 = (0,4464 q - 0,0536 g) \cdot l \text{ (Maks.)},$$

$$R_4 = (0,4464 g - 0,0536 q) \cdot l \text{ (Min.)},$$

$$M_1 = -0,0536 (q + g) \cdot l^2, \quad M_2 = -0,0357 (q + g) \cdot l^2;$$

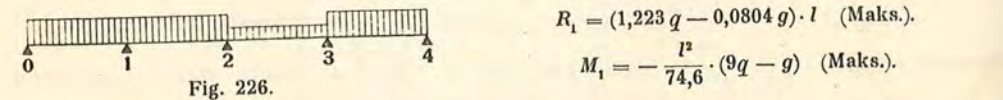
Momentnulpunktet ligger  $l \cdot (\frac{1}{2} + \alpha - \beta)$  tilhøjre for 1 og  $l \cdot (\frac{1}{2} - \alpha - \beta)$  tilvenstre for 2, idet:

$$\alpha = 0,0179 \left(1 + \frac{q}{g}\right) \quad \text{og} \quad \beta = \sqrt{\left[\frac{1}{2} + 0,0179 \left(1 + \frac{q}{g}\right)\right]^2 - 0,1072 \left(1 + \frac{q}{g}\right)}.$$

Største positive Moment optræder i Afstanden  $\frac{R_0}{q}$  fra 0 og er

$$M_{0-1} = \frac{R_0^2}{2q} = \frac{q}{699} \cdot \left(8,344 - \frac{g}{q}\right)^2 \cdot l^2 \text{ (Maks.)}.$$

$M_3 = M_1$ ; Momentnulpunktet ligger i Afstanden  $l - \frac{2R_4}{g} = \frac{l}{9,35} \cdot \left(1 + \frac{q}{g}\right)$  tilhøjre for 3.



$$R_1 = (1,223 q - 0,0804 g) \cdot l \text{ (Maks.)},$$

$$M_1 = -\frac{l^2}{74,6} \cdot (9q - g) \text{ (Maks.)}.$$



$$R_3 = (1,223 g - 0,0804 q) \cdot l \text{ (Min.)},$$

$$M_1 = -\frac{l^2}{74,6} \cdot (9g - q) \text{ (Min.)}.$$

264. Oversigt over Momenter og Lejetryk. I hosstaaende Tabel er Maksimumsværdierne af Lejetryk og Momenter for 2 Fag, 3 Fag og 4 Fag sammenstillede under en saadan Form, at deres Størrelse er let at sammenligne. Ogsaa Værdierne for uendelig mange Fag, der først vil blive udledt i § 265, er medtagne.

Hvis vi uden Hensyn til Fagenes Antal udsøger de største Værdier, viser det sig, at største positive Moment i et Yderfag og i et Mellemfag indtræder i Tilfælde af henholdsvis 3 Fag og uendelig mange Fag og er:

Maksimumsværdier	2 Fag	3 Fag	4 Fag
$R_0 : \frac{1}{2} q \cdot l$	$1 - \frac{1}{8} \left(1 + \frac{g}{q}\right)$	$1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{g}{q}\right)$	$1 - \frac{1}{9,35} \left(1 + \frac{g}{q}\right)$
$M_{0-1} : \frac{1}{8} q \cdot l^2$	$\left(1 - \frac{1}{8} \left(1 + \frac{g}{q}\right)\right)^2$	$\left(1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{g}{q}\right)\right)^2$	$\left(1 - \frac{1}{9,35} \left(1 + \frac{g}{q}\right)\right)^2$
Nulpunktsafst. fra 1	$\frac{l}{8} \cdot \left(1 + \frac{g}{q}\right)$	$\frac{l}{10} \cdot \left(1 + \frac{g}{q}\right)$	$\frac{l}{9,35} \cdot \left(1 + \frac{g}{q}\right)$
$R_1 : q \cdot l$	1,25	$1,2 - \frac{1}{10} \frac{g}{q}$	$1,223 - \frac{1}{12,44} \frac{g}{q}$
$M_1 : q \cdot l^2$	-0,125	$-\left(0,1167 - \frac{1}{60} \frac{g}{q}\right)$	$-\left(0,1207 - \frac{1}{74,6} \frac{g}{q}\right)$
Nulpunktsafst. fra 1	Uendelig mange Fag	$l \cdot \left(\frac{1}{2} - \sqrt{0,15 - 0,1 \frac{g}{q}}\right)$	$l \cdot \left(\frac{1}{2} + \alpha - \beta\right)$
$M_{1-2} : \frac{1}{8} q \cdot l^2$	$1 - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{g}{q}\right)$	$1 - 0,4 \left(1 + \frac{g}{q}\right)$	$1 - 0,3572 \left(1 + \frac{g}{q}\right) + 0,00128 \left(1 + \frac{g}{q}\right)^2$
Nulpunktsafst. fra 2	$\frac{l}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{g}{q}\right)}\right)$		$l \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha - \beta\right)$
$R_3 : q \cdot l$	$1,183 - 0,183 \frac{g}{q}$		$1,1429 - 0,2143 \frac{g}{q}$
$M_2 : q \cdot l^2$	$-\left(0,1138 - \frac{1}{33} \frac{g}{q}\right)$		$-\left(0,10715 - \frac{1}{28} \frac{g}{q}\right)$

$$M_{0-1} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{g}{q}\right)\right)^2, \quad M_{n-(n+1)} = \frac{1}{8} q \cdot l^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \left(1 + \frac{g}{q}\right)\right)^2 \quad (167); (168)$$

Man er derfor paa den sikre Side ved at beregne Yderfagene efter (167) og alle de øvrige Fag efter (168).

Det største negative Moment over en Melleunderstøtning optræder, naar der er 2 Fag og er:

$$M_1 = -\frac{1}{8} q \cdot l^2. \quad (169)$$

Er der flere end 2 Fag, optræder det største Moment, naar der er 4 Fag og er:

$$M_1 = -\left(0,1207 - \frac{1}{74,6} \frac{g}{q}\right) \cdot q \cdot l^2, \quad (170)$$

og dette Moment er større end alle de følgende Lejemomenter.

Er der kun 2 Fag, maa Lejemomentet altsaa beregnes efter (169), er der flere Fag, er vi paa den sikre Side ved at beregne alle Lejemomenter efter (170).

For Endereaktionernes Vedkommende er man altid paa den sikre Side ved at regne som for 3 Fag:

$$R_0 = \frac{1}{2} q \cdot l \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \left(1 + \frac{g}{q}\right)\right). \quad (171)$$

Paa første Melleunderstøtning bliver Trykket i Tilfælde af 2 Fag:

$$R_1 = 1,25 q \cdot l, \quad (172)$$

Tilfælde af flere Fag er man paa den sikre Side ved at regne som for 4 Fag:

$$R_1 = \left(1,223 - \frac{1}{12,44} \frac{g}{q}\right) \cdot q \cdot l. \quad (173)$$

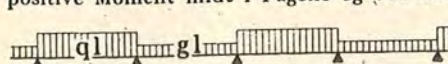
For de øvrige Melleunderstøtninger kan regnes som for uendelig mange Fag:

$$R_n = \left(1,183 - 0,183 \frac{g}{q}\right) \cdot q \cdot l. \quad (174)$$

Er  $q$  meget større end  $g$ , kan Reaktionen blive negative. Deres Minimumsværdier findes af Tabellen ved blot at ombytte  $q$  og  $g$  i Formlerne. Saafremt  $q \geq 5,33g$ , er alle Reaktionen positive; er  $q > 5,33g$ , kan  $R_2$  blive negativ i Tilfælde af 4 Fag; er  $q > 6,47g$ , kan samtlige Mellemlastreaktioner blive negative i Tilfælde af uendelig mange Fag; er  $q > 7g$ , kan  $R_0$  blive negativ i Tilfælde af 2 Fag; er  $q > 8,33g$ , kan  $R_0$  blive negativ i Tilfælde af 4 Fag; er  $q > 9g$ , kan  $R_0$  blive negativ i Tilfælde af 3 Fag; er  $q > 12g$ , kan  $R_1$  blive negativ i Tilfælde af 3 Fag; er  $q > 15,2g$ , kan  $R_1$  blive negativ i Tilfælde af 4 Fag.

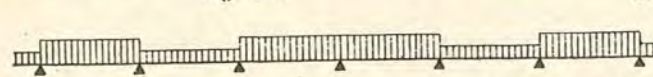
**Bjælker over uendelig mange Fag med konstant Tværsnit og Faglængde.**

**265.** Er Lasten jævnt fordelt indenfor hvert enkelt Fag, optræder det største og mindste positive Moment midt i Fagene og ved den paa Fig. 228 viste Last. De bliver:


  $M_{maks} = (\frac{1}{12}q - \frac{1}{24}g) \cdot l^2$ ,  $M_{min} = (\frac{1}{12}g - \frac{1}{24}q) \cdot l^2$ .  
Det samtidige Lejemoment bliver:

$M = -\frac{1}{24}(q + g) \cdot l^2$ .

Det største Lejemoment og Lejetryk optræder ved den paa Fig. 229 viste Last og bliver:

  $M_{maks} = (-\frac{1}{8,8}q + \frac{1}{33}g) l^2$ ,  $R_{maks} = (1,183q - 0,183g) \cdot l$ .

Det mindste Lejemoment og Lejetryk optræder ved den paa Fig. 230 viste Last og bliver:

  $M_{min} = (-\frac{1}{8,8}g + \frac{1}{33}q) l^2$ ,  $R_{min} = (1,183g - 0,183q) \cdot l$ .

**266.** Er der Trekantsbelastning eller Enkeltkræfter paa Bjælkerne, som nedenfor angivet, vil største og mindste Moment i Fagmidterne optræde, naar Fagene skiftevis er stærkt og svagt belastede analogt med Fig. 228:

  $M_{maks} = \frac{l}{96} \cdot (11Q - 5G)$ ,  $M_{min} = \frac{l}{96} \cdot (11G - 5Q)$ .

Fig. 231.

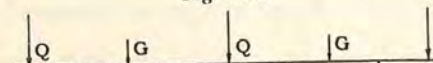
  $M_{maks} = \frac{l}{16} \cdot (3Q - G)$ ,  $M_{min} = \frac{l}{16} \cdot (3G - Q)$ .

Fig. 232.

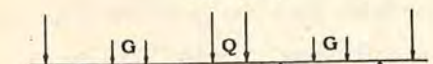
  $M_{maks} = \frac{l}{18} \cdot (2Q - G)$ ,  $M_{min} = \frac{l}{18} \cdot (2G - Q)$ .

Fig. 233.

Lejemomenterne bliver størst ved en Belastning analog med Fig. 229<sup>1)</sup>, men de bliver næsten lige saa store, naar to belastede Fag veksler med et ubelastet. I dette Tilfælde faas:

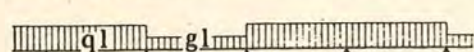
  $M = -\frac{l^2}{36} \cdot (4q - g)$ .

Fig. 234.

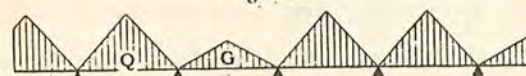
  $M = -\frac{l}{144} \cdot (20Q - 5G)$ .

Fig. 235.

  $M = -\frac{l}{24} \cdot (4Q - G)$ .

Fig. 236.

  $M = -\frac{l}{27} \cdot (4Q - G)$ .

Fig. 237.

<sup>1)</sup> Se Ing. 1913, S. 353, hvor Ing. Emil Mogensen har udregnet Momenttabeller for indtil 9 Fag med saavel jævnt fordelt Last som en Enkeltkraft midt i Faget. I sidstnævnte Tilfælde bliver største Lejemoment, naar Fagenes Antal er uendelig stort:  $M_{maks} = -\frac{l}{24} \cdot (4,1Q - 1,1G)$ .

**Maksimummomentkurver for Bjælker over 2-4 Fag med konstant Tværsnit og Faglængde og Lasten i den for hvert enkelt Punkt farligste Stilling<sup>1)</sup>.**

**267.** I en kontinuerlig Bjælke over 2 Fag, simpelt understøttet ved Enderne og belastet med en jævnt fordelt hvilende Last  $g$  kg/m, varierer Momenterne, som Kurven  $q = g$  paa Fig. 238 viser for et af Fagenes Vedkommende. Spændvidden  $l$  er delt i 10 lige store Dele, og man ser, at Momenterne er positive paa Strækningen fra den frie Ende til et Punkt, der ligger i Afstanden  $0,75l$  fra denne, derefter bliver de negative. Er Bjælken vægtløs, og belaster man en større eller mindre Strækning af den med  $p$  kg pr. Længdeenhed, idet man for hvert enkelt Punkt af Bjælken opsøger den Stilling af Lasten, som giver det største positive Moment i Punktet, saa finder man, at hele Bjælken kan faa positive Momenter, hvis Maksimalværdier angives af den nederste Kurve med Paaskriften  $q = p$ . Mens de til Kurven  $q = g$  svarende Momenter er samtidige, idet Lasten er hvilende, kan de til Kurverne  $q = p$  svarende Momenter ikke eller kun til Dels optræde paa samme Tid, idet de svarer til forskellige Stillinger og Udstrækninger af Lasten.

Kurverne  $q = g$  og  $q = p$  har man længe haft Adgang til at optegne, da Ordinaterne til dem er beregnet af Winkler<sup>2)</sup> og findes gengivne i mange Lærebøger. Ved Hjælp af disse Kurver kan det største positive og negative Moment i hvert enkelt Punkt af en given Bjælke bestemmes. I Afstanden  $0,4l$  fra den frie Ende findes saaledes største positive Moment at være  $0,095pl^2 + 0,07gl^2$  og det største negative Moment at være:  $0,07gl^2 - 0,025pl^2$ ; om dette bliver positivt eller negativt afhænger af Forholdet mellem  $p$  og  $g$ . Kendes dette Forhold, kan de endelige Momentkurver, der viser største positive og største negative Moment, optegnes. Disse Kombinationer skal gentages for hver ny Bjælke, maaske to Gange, hvis man har skønnet Egenvægten meget galt, og man savner ganske Overblik over, hvilken Indflydelse Forholdet mellem den hvilende og bevægelige Last har paa Momenterne.

**268.** Det viser sig nu, at man meget let en Gang for alle kan foretage disse Kombinationer og vinde et værdifuldt Overblik over Forholdene. Er f. Eks. den hvilende og den bevægelige Last lige store, altsaa  $p = g$  og  $q = p + g = 2g$ , vil den hertil svarende Kurve ligge midt imellem Kurverne  $q = g$  og  $q = p$ , og paa samme Maade vil en vilkaarlig anden Kurve dele Afstandene mellem  $g$ -Kurven og  $p$ -Kurven i et konstant Forhold. Vi har altsaa blot at dele disse Afstande i samme Antal lige store Dele og forbinde de sammenhørende Delingspunkter for at faa en

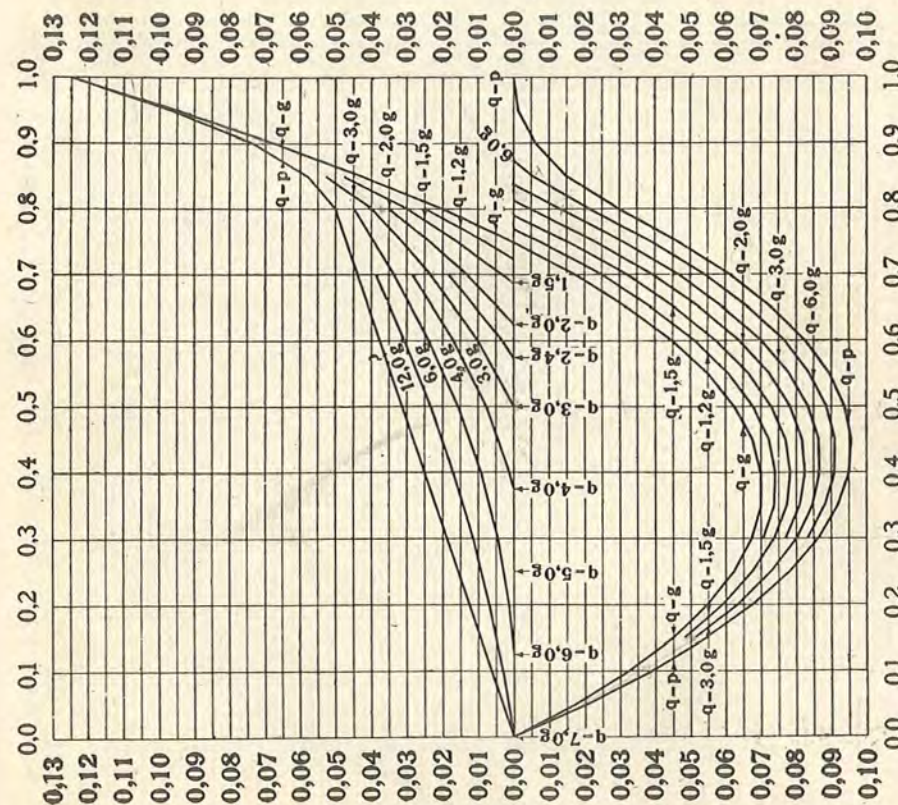


Fig. 238.

<sup>1)</sup> Tidligere offentliggjort i T. F. T. (Afd. f. J.) 1916, S. 19.

<sup>2)</sup> Vorträge über Brückenbau, Theorie der Brücken, 1. Heft, Wien 1886.

Række Kurver svarende til forskellige Værdier af Forholdet  $p/g$ . I Fig. 238 er Afstandene mellem de to positive Momentkurver delt i 6 lige store Dele, hvorved faas 5 ny Momentkurver, svarende til:

$$q = 1,2g, 1,5g, 2,0g, 3,0g, 6,0g \quad \text{eller} \quad p = 0,2g, 0,5g, 1,0g, 2,0g, 5,0g.$$

De negative Momentkurver ligger længere fra hinanden, saa der er Afstandene delt i 12 lige store Dele. Der kræves kun et Blik paa Kurverne for at finde det største positive og negative Moment i en Bjælke, for hvilken Forholdet  $q/g$  er kendt, og hele den paagældende Kurve kan hurtigt tegnes ud, hvis man vil bruge den til Fastlæggelse af Armeringen i en Jærnbetonbjælke. Der kræves ogsaa kun et Blik paa Kurverne for at finde, hvor langt den øvre Armering i Bjælken skal strække sig. Det viser sig, at for  $q = 7g$  vil de negative Momenter netop naa ud til Bjælkens frie Ende, og deler man Afstanden fra dette Punkt til Skæringspunktet mellem Grundlinien og Kurven  $q = g$  i 7 lige store Dele, faar man Endepunkterne af de negative Momentkurver svarende til  $q = 6g, 5g, 4g, 3g$  og  $2g$ ; disse Endepunkter er markerede ved en Pil med Paaskrift.

I Analogi med Fig. 238 giver Fig. 239 og 240 Momentkurverne for Bjælker over 3 og 4 Aabninger.

For alle tre Figurer gælder, at Momentet faas ved at multiplicere Kurvernes Ordinate med  $q^2$ .

269. Hvis man ved Hjælp af disse Kurver vil dimensionere en Bjælke, hvis Højde skal være konstant, bliver de negative Momenter bestemmende for denne, og Egenvægten maa da

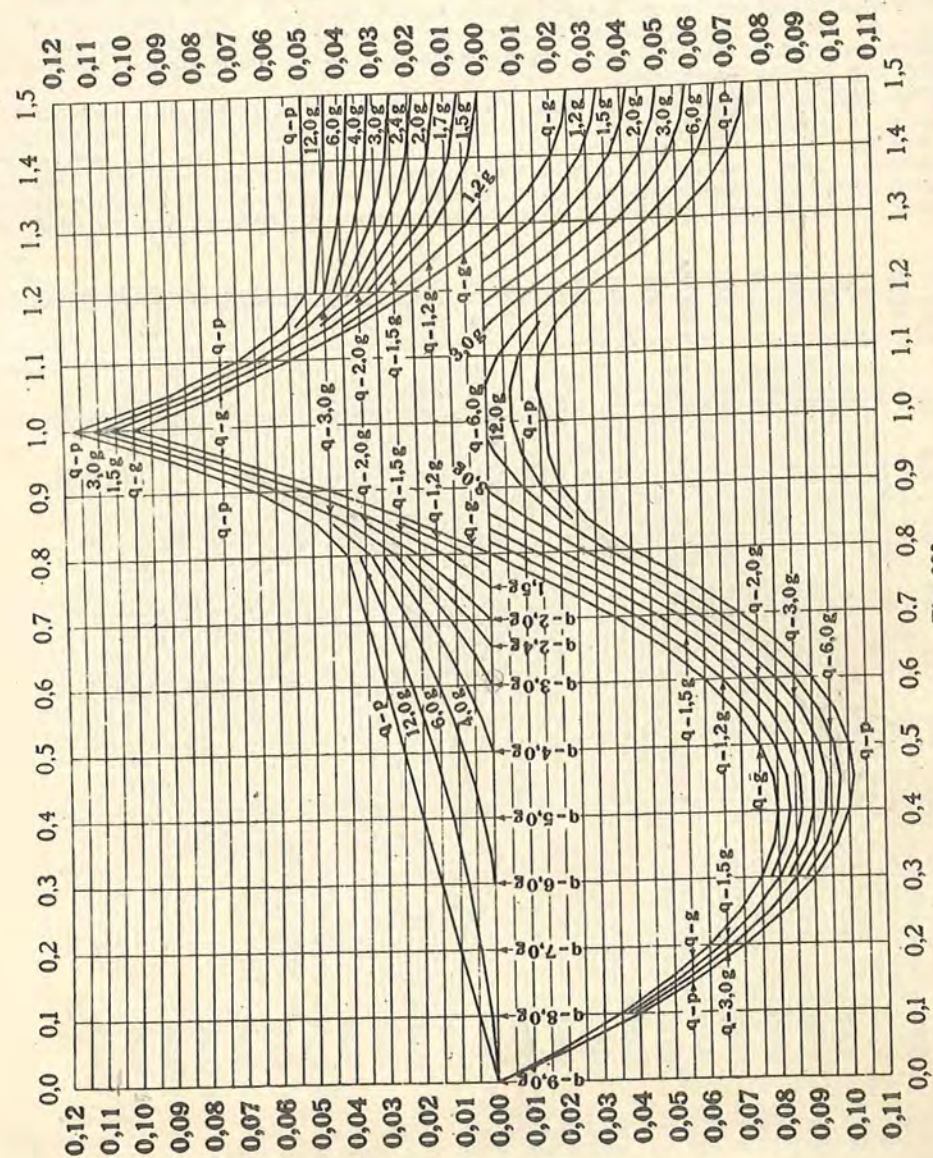


Fig. 239.

hellere skønnes for stor end for lille. Hvis vi derimod vil lade de positive Momenter bestemme Højden, og vil anbringe Konsoller ved Mellemunderstøtningerne til Optagelse af de negative Momenter, da maa Egenvægten hellere skønnes for lille end for stor. Dette sidste gælder dog kun, naar man efter at have fundet den virkelige Egenvægt vil gøre Beregningen om uden at optegne

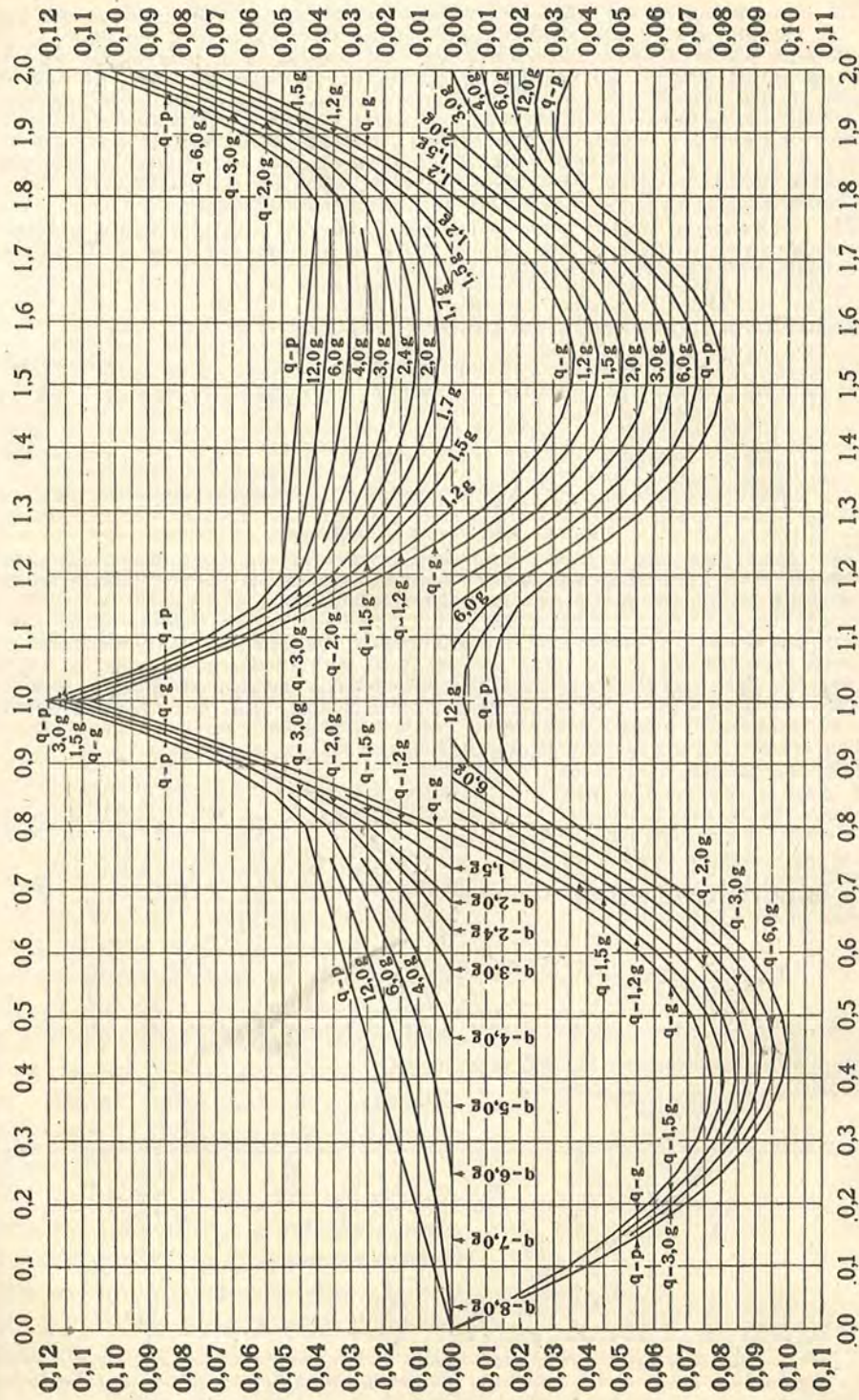


Fig. 240.





Angaaende Modstandsmomentets Variation henvises til § 274, mens vi her vil undersøge, om de ydre Betingelser for en Indspænding kan virkeliggøres i Praksis.

Er Bjælken statisk bestemt, lader en Indspænding sig let realisere. En Bjælke, der er indspændt i den ene Ende og slet ikke understøttet i den anden (Fig. 246), faar ganske de samme Paavirkninger, hvad enten den indspændte Ende drejer sig eller ej. Tager man nogle Sten ud af en Mur og stikker en Bjælke ind i Hullet, vil Bjælken dreje sig (Fig. 247), indtil

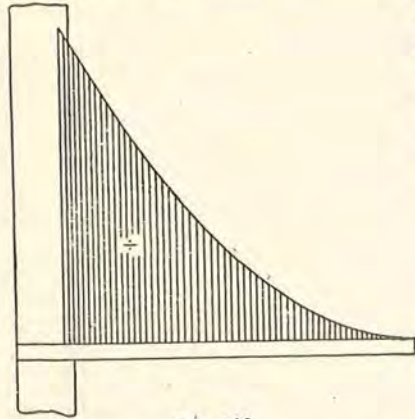


Fig. 246.

den kommer i Ligevægt  $\sigma$ : indtil Muren udøver et tilstrækkeligt stort Indspændingsmoment paa den, og man kan dimensionere Bjælken uden at bekymre sig om Drejningens Størrelse. Havde Bjælkens frie Ende derimod været simpelt understøttet (Fig. 248), vilde Bjælken slet ikke kunne udføre den til Frembringelse af Indspændingsmomentet nødvendige Drejning, og den maatte beregnes som simpelt understøttet i begge Ender. Tænker man sig nu Muraabningens Højde formindsket lidt efter lidt, vil Bjælken fra at være simpelt understøttet blive delvis indspændt og ende med at være saa fuldkommen indspændt, som Forholdene tillader.

276. Strængt taget kan man nemlig ikke frembringe **fuldkommen Indspænding** ved Hjælp af en Mur, thi de elastiske Deformationer af Muren og Bjælken, som fremkalder Indspændingsmomentet, medfører samtidig en lille Drejning af Bjælkeenden. En fuldkommen Indspænding er meget vanskelig at opnaa. Den er f. Eks. tilstede i en ensformig belastet, kontinuerlig Bjælke med uendelig mange, ligestore Fag; Støtterne er da ens belastede og sammentrykkes derfor ligemeget, og Tangenten over dem maa paa Grund af Symmetrien holde sig vandret.

Hvor ringe en Vinkeldrejning, der skal til for at gøre Indspændingen illusorisk, kan ses paa følgende Maade. Enderne af en simpelt understøttet Bjælke vil under de sædvanlige Forudsætninger (Hookes Lov, plane Tværsnit) dreje sig Vinklen  $\nu = ql^3 : 24 EI^1$ . For en Jærnbetonplade af 1<sup>m</sup> Bredde, 2<sup>m</sup> Spændvidde, 11<sup>cm</sup> Tykkelse og belastet med 1000 kg/m<sup>2</sup> bliver Inertimomentet, naar der ses bort fra Jærndlæggene:  $I = \frac{1}{12} 100 \cdot 11^3 = 11\,100 \text{ cm}^4$ , altsaa:  $\nu = 1000 \cdot 200^3 : (24 \cdot 140\,000 \cdot 11\,100) = 1 : 466$ , svarende til:  $\frac{1}{466} \cdot \frac{180}{\pi} = 0,123^\circ$ . Hvis Pladen

<sup>1)</sup> A. Ostefeld: Teknisk Elasticitetslære 1916, S. 193.



Fig. 247.

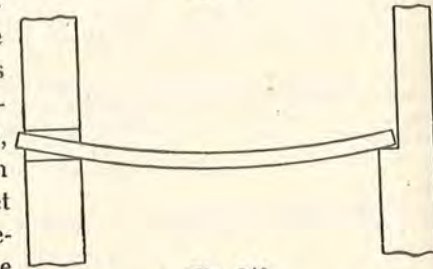


Fig. 248.

kan dreje sig denne lille Vinkel, maa den altsaa beregnes som simpelt understøttet.

Disse Betragtninger viser, hvor varsom man skal være med at regne en statisk ubestemt Plade eller Bjælke indspændt, og der er Grund til at advare imod det, da der netop paa Jærnbetonens Omraade ofte gøres en ganske utiladelig Brug af dette Begreb. Man regner en Bros Tværbjælker indspændt i Hoveddragerne, skønt disse selvfølgelig godt kan dreje sig lidt, og man regner en Drager, der baade hviler paa Jærnbetonsøjler og paa Mur, indspændt uden at betænke, at Muren som Regel sætter sig mere end Søjlen og overhovedet ikke er i Stand til at præstere det koncentrerede Moment, der her er Tale om.

277. Gaar vi over til at betragte en **kontinuerlig Række Plader**, der er sammenstøbt med Bjælkerne, saa er ogsaa Forholdene der afvigende fra de Forudsætninger, under hvilke Formlerne for kontinuerlige Bjælker er udledede, idet den fri Drejning af Pladerne over Lejerne er hindret i mer eller mindre høj Grad af Bjælkerne. I Nærheden af en indmuret Bjælkeende vil Pladerne være i høj Grad indspændte, fordi Bjælkeenden ikke kan dreje sig; i Nærheden af Bjælkemidten nærmer Forholdene sig mere til de for kontinuerlige Bjælker forudsatte, navnlig naar Bjælken er lang og spinkel, altsaa let drejelig<sup>1)</sup>.

Endelig virker der utvivlsomt i alle Jærnbetonplader et meget betydeligt **Horizontaltryk**, som vi slet ikke regner med.

278. **Sammenfatter vi ovenstaaende Betragtninger**, bliver Resultatet, at de simple Forudsætninger, der ligger til Grund for Formlerne, kun sjældent er opfyldte i Praksis. Som Regel staar man overfor en Mellemtung mellem fuldkommen Indspænding og simpel Understøtning, og man betegner Tilstanden som en delvis Indspænding og definerer **Indspændingsgraden** som Forholdet mellem det virkelige Indspændingsmoment og det teoretiske Indspændingsmoment, som vilde optræde, hvis Pladen var fuldkommen indspændt: er det virkelige Moment halvt saa stort som det teoretiske, er Indspændingsgraden  $\frac{1}{2}$ .

Er Lejemomenterne  $M_1$  og  $M_2$  med Middelværdien  $M' = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)$ , og kaldes det positive Moment midt i Faget (der gerne nøjagtig nok kan betragtes som Maksimalmomentet) for  $M$ , har man (se Fig. 249):

$$M + M' = \frac{1}{8} q \cdot l^2, \quad (175)$$

saafremt Pladen er jævnt belastet, og der intel Horizontaltryk er. Vi faar altsaa følgende sammenhørende Værdier:

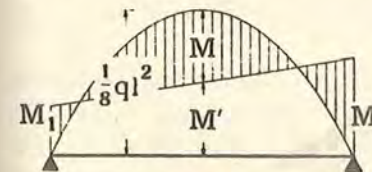


Fig. 249.

$\frac{M}{q \cdot l^2} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{24}$
$\frac{M'}{q \cdot l^2} = 0$	$\frac{1}{72}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{12}$

279. Undertiden kan man direkte **beregne Indspændingsgraden**. For en tohængslet Ramme som Fig. 250 bliver Hjørnemomentet:

<sup>1)</sup> Af Betydning for Bedømmelsen af den Sikkerhedsgrad, man opnaar ved at dimensionere efter Teorien for kontinuerlige Bjælker, er følgende. Hvis Armeringen nøjagtig er afpasset efter Momentkurven, saaledes at den øvre Armering over Mellemlunderstøtningerne kun strækker sig fra Momentnulpunkt til Momentnulpunkt, vil en Forøgelse af den bevægelige Last udover den forudsatte, f. Eks. ved en Prøvebelastning af et enkelt Fag, fremkalde Revner i Oversiden af de ubelastede Naboplader, og Kontinuiteten er dermed ophævet. Som jeg har gjort opmærksom paa i Ing. 1912, S. 486, vilde den sikreste Fremgangsmaade derfor være at tre- eller firedoble den bevægelige Last og de tilladelige Spændinger og løvrigt dimensionere Bjælken paa sædvanlig Maade, hvilket i de allerfleste Tilfælde vil føre til en gennemgaaende øvre Armering og væsentlig dyrere Konstruktioner end de, der nu bruges.

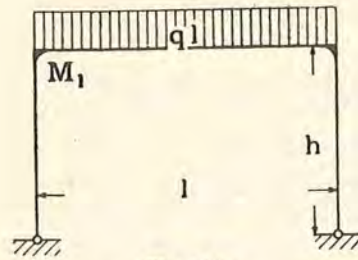


Fig. 250.

ingen Modstand gør mod Bjælkeendens Drejning ( $\circ: I_s = 0$  eller  $h = \infty$ ), findes  $M_1 = 0$ , saa at Bjælken forholder sig som simpelt understøttet.

Hyppigst maa man imidlertid **skønne Indspændingsgraden** og derefter beregne det største positive Moment i Faget i Overensstemmelse med Fig. 249, og af Hensyn til, at Lejemomenterne kun er skønnede, plejer man da at indføre en ekstra Sikkerhedskoefficient af 1,5–2 ved Beregning af det positive Moment, idet man i Stedet for de skønnede Momenter indfører  $\frac{2}{3}$  eller Halvdelen af deres Værdi, medens Lejetværsnittene dimensioneres efter de fulde, skønnede Momenter.

280. I de **danske Normer** (1913) hedder det saaledes: Plader med Mellemunderstøtninger kan enten beregnes som kontinuerlige, med den tilfældige Belastning i den farligste Stilling, eller som delvis indspændte (over hver Aabning for sig); naar i sidste Tilfælde de to Understøtningsmomenter regnes lig  $M_1$  og  $M_2$ , maa Momentet midt i Aabningen sættes lig det Moment, der vilde optræde i en simpel Bjælke, med Fradrag af højst  $\frac{1}{4} M_1 + \frac{1}{4} M_2$ . For  $M_1$  og  $M_2$  maa skønsvis indføres en efter Indspændingsgraden afpasset Værdi, beliggende mellem den, der svarer til fuld Indspænding, og Nul<sup>1)</sup>.

For Bjælker tillader Normerne det samme, forudsat Faglængderne ikke er meget forskellige<sup>2)</sup>.

Hvis Bjælkerne er støbte i eet med Søjler, og man ved Bjælkernes Beregning har taget Hensyn til et fra Søjlerne Stivhed hidrørende Indspændingsmoment, maa det paavises, at Søjlerne kan modstaa dette samme Moment. Naar Plader og Bjælker regnes delvis indspændte, er det tilladeligt at regne Spændvidden lig Afstanden mellem de nødvendige Lejefladers Midter; ofte regnes dog med de virkelige Lejeflader.

281. Naar der regnes med delvis Indspænding, bestemmes **Lejetrykkene** gerne under Forudsætning af simpel Understøtning<sup>3)</sup>, og i det hele taget fører man ikke Teorien ud i dens Konsekvenser, beregner ikke Momentnulpunktets Beliggenhed i et ubelastet Nabofag, men fører det øvre Jærn saa langt ud,

<sup>1)</sup> De **schweiziske Normer** (1909) og de **østrigske** (1911) siger, at de Indspændingsmomenter, som man skønner er til Stede ved en Plades eller Bjælkes Ender, kun maa føres i Regning med  $\frac{2}{3}$  af deres Værdi ved Beregningen af Midtærtværsnittet.

Efter de **tyske Bestemmelser** (1915) skal for Plader største positive Moment i et Yderfag sættes til  $q \cdot l^2 : 11$ , i et Mellemfag til  $q \cdot l^2 : 14$ , mens Lejemomenterne skal bestemmes som om Pladen var fuldkommen indspændt, altsaa  $\div q \cdot l^2 : 8$  over 1. Mellemunderstøtning og  $\div q \cdot l^2 : 12$  over de øvrige.

<sup>2)</sup> Normerne undtager ogsaa Bjælker med kun to Fag, men der er næppe tilstrækkelig Grund til at give saadanne Bjælker en Serstilling.

<sup>3)</sup> I **Hamburg** er dette f. Eks. tilladt baade for Plader og Bjælker, naar blot Fagenes Antal er større end 2, og Spændvidderne ikke er meget forskellige. Endvidere er det tilladt for Plader af omtrent samme Spændvidde, naar den bevægelige Last ikke overskrider 1,5 Gange den hvilende, enten at regne Momenterne ud efter Reglerne for kontinuerlige Bjælker, men med Totalbelastning i alle Fag eller at beregne Pladerne som fuldkommen indspændte, i hvilket Tilfælde det af de negative Momenter fremkaldte  $\sigma_b$  ikke maa overskride  $\frac{2}{3}$  af den ellers tilladelige Spænding.

$$M_1 = -\frac{q \cdot l^2}{12} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{I_1}{I_s}}$$

naar Bjælken er jævnt belastet, og naar  $I$  og  $I_s$  betegner Bjælkens og Søjle's Inertimoment. Er Søjlen saa stiv, at den slet ikke deformerer sig ( $\circ: I_s = \infty$  eller  $h = 0$ ), findes  $M_1 = -\frac{1}{12} q \cdot l^2$ , saa at Bjælken forholder sig som fuldkommen indspændt; er Søjlen saa bøjelig, at den slet

som man i hvert enkelt Tilfælde skønner er passende, eller som man een Gang for alle har vedtaget (Fig. 155).

282. Indførelsen af den **ekstra Sikkerhedskoefficient** (§ 279) er muligvis slet ikke nødvendig. Formaalet ved Dimensionering er jo at tilvejebringe en konstant **Sikkerhedsgrad overfor Brud**, og det er sandsynligt, at denne Sikkerhedsgrad er ret uafhængig af, hvorledes vi fordeler Momenterne over Midtærtværsnit og Lejetværsnit. Lad os se paa en Plade, der er fuldkommen indspændt i begge Ender, og som er dimensioneret efter Momenterne  $\frac{1}{24} q l^2$  og  $-\frac{1}{12} q l^2$  henholdsvis i Midten og ved Lejerne. Jærnets Flydegrænse vil da naas samtidig begge Steder, og Bruddet vil samtidig indtræffe begge Steder. Hvis vi i Stedet for havde dimensioneret Pladen efter  $\frac{1}{10} q l^2$  og  $-\frac{1}{40} q l^2$ , saa er Sikkerhedsgraden efter Elasticitetsteorien reduceret til 12:40 af den første Plades, men Brudlasten er sandsynligvis ikke forringet, thi Flydningen ved Lejerne vil straks standse af sig selv, da Jærnet midt i Pladen ved den paagældende Last er langt fra Flydegrænsen. Pladen kan altsaa belastes yderligere, indtil dette Jærn flyder, og i denne Periode er Jærns pændingen ved Lejerne konstant og lig Flydegrænsen. Pladen forholder sig altsaa som en simpelt understøttet Bjælke, der i Enderne er paavirket af et Moment, hvis Størrelse netop svarer til Jærnindlægget, og i Brudøjeblikket faar man derfor baade Lejetværsnittets og Midtærtværsnittets Jærn fuldt udnyttede.

283. Der er saaledes efter al Sandsynlighed rigelig Sikkerhed mod Brud, naar man dimensionerer efter Normerne. Derimod er **Sikkerheden mod Revner** i Oversiden reduceret i Forhold til den Sikkerhed, man vilde opnaa ved at følge Reglerne for kontinuerlige Bjælker. Metodens mangeaarige Anvendelse med et godt Resultat tyder dog paa, at Sikkerheden er tilstrækkelig, hvilket heller ikke er uforstaaeligt. Dels vil den allerugunstigste Lastfordeling sjældent forekomme, dels er den negative Momentkurve meget spids, saaledes at Momentets Størrelse aftager betydeligt fra Bjælkemidten til Bjælkens Sideflade, hvor den normale Pladetykkelse begynder. Endvidere forringes Lejemomentet ved, at Pladens Inertimoment ved Lejet er mindre end midt i Faget paa Grund af den forskellige Armering<sup>1)</sup>.

### β. Praktiske Fordele ved at regne med delvis Indspænding.

284. Prøver man at gennemføre en Beregning af Pladerne efter Reglerne for kontinuerlige Bjælker, fører det til upraktiske Resultater. Man vil meget ofte finde, at Pladerne skal have en gennemgaaende Armering i Oversiden, og det er ikke nemt at hindre, at disse øvre Jærn bliver traadt ned under Støbningen. Dertil kommer, at de Jærn, der paakræves i Oversiden, ofte er saa faa (f. Eks. 1 eller 2 pr. m), at man maa forøge Antallet betydeligt for at faa en simpel og ensartet Inddeling uden alt for stor Afstand mellem Jærnene.

<sup>1)</sup> Er Inertimomentet paa de midterste  $\frac{3}{4}$  af Længden  $I_1$  og paa de yderste Femtedele  $I_2$ , bliver Lejemomentet for en indspændt Plade:

$$M = -\frac{1}{12} q \cdot l^2 \cdot \frac{0,5 + 0,104 (I_1 : I_2 - 1)}{0,5 + 0,2 (I_1 : I_2 - 1)}, \quad \text{der for } I_1 = 2I_2 \text{ giver } M = -\frac{1}{13,9} q \cdot l^2.$$

Som Forsvar for, at man ved den gængse Beregningsmaade forøger  $M$  og formindsker  $M'$  i Forhold til de teoretiske Værdier, kan man se anført, at i et Tilfælde som f. Eks. Fig. 223 vil Bjælken 2 bøje sig mere ned end 1 og 3, hvorved  $M_{1-2}$  og  $M_{2-3}$  bliver større,  $M_3$  mindre, men dette gælder kun i specielle Tilfælde og kun for den Del af Pladen, der ligger over Bjælkernes midterste Del, ikke for den Del af Pladen, der ligger nær Bjælkernes Ende. For den midterste Del af Pladen kan Momentforøgelsen f. Eks. andrage 10–15% (Faber and Bowie: *Reinforced Concrete Design* S. 195).

Overhøvedet er det vanskeligt at faa Jærnene jævnt fordelt baade over Lejerne og i Midtertværnsnittet.

**285.** I den almindelige Husbygningspraksis maa man have en simpel og almenyldig Regel for Pladernes Armering, og her plejer man i Mellemfag, selv ved store bevægelige Belastninger, at bøje hvertandet af de nedre Jærn op i Pladens Overside i en Afstand fra Lejet, der er lig  $\frac{1}{5}$  af Lysvidden (Fig. 155 i § 198). Naar Pladetykkelsen holdes konstant, kan der altsaa i Lejetværsnittet optages et negativt Moment, der er halvt saa stort som det positive Moment, Pladen kan optage midt i Faget. I Henhold til Tabellen i § 278 skulde man da kunne regne  $M = \frac{1}{12} q \cdot l^2$  midt i Faget og  $M = -\frac{1}{24} q \cdot l^2$  over Lejerne, men man plejer at forøge Momenterne til  $\frac{1}{10} q \cdot l^2$  og  $-\frac{1}{20} q \cdot l^2$ , hvilket svarer til, at man ved Bestemmelsen af det positive Moment kun har regnet med Halvdelen af det Indspændingsmoment, som Pladens Lejetværsnit faktisk kan optage.

Bærer Pladen fra Mur til Mur uden at fortsætte sig gennem disse, bør den beregnes som simpelt understøttet, og det samme bør man som Regel gøre, naar Pladen blot er sammenstøbt med Bjælkerne uden at fortsætte sig ud over disse. For den yderste Plade i en kontinuerlig Pladerække kan Midtermomentet sættes til  $\frac{1}{9} q \cdot l^2$ .

Et gennemregnet **Eksempel** findes i § 210 og § 319.

**286.** Dersom en kontinuerlig Række Plader ender med en **overrørende Pladeende**, vil dennes Indflydelse paa de øvrige Plader være ret besværlig at bestemme, hvis man regner efter Kontinuitetsprincippet, og man nøjes som Regel med at beregne Momenterne i Nabopladen og bestemmer deraf den Længde  $x$  (Fig. 251), paa hvilken en øvre Armering er nødvendig. Er der kun 1 Fag, er Opgaven statisk bestemt og derfor let at løse, men denne Løsning er ikke paa den sikre Side, naar der er flere Fag, da det negative Moment over Leje 1, vil forøge  $x$ . Man kommer nemmest over denne Vanskelighed ved at tænke sig Pladen overskaaret i  $x$ 's Endepunkt og bestemme  $x$  saaledes, at den hvilende Last her holder den belastede overrørende Ende i Ligevægt:

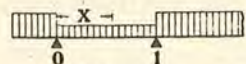


Fig. 251.

$$q \cdot x \cdot \frac{1}{2} x = M_0 \quad \text{eller:} \quad x = \sqrt{2 M_0 : q} \quad (176)$$

**Eksempel.** Pladerne i Fig. 251 har en bevægelig Last af  $500 \text{ kg/m}^2$ , mens Slidlaget vejer  $20 \text{ kg/m}^2$ . Spændvidden er  $3 \text{ m}$ , og den overrørende Ende er  $1 \text{ m}$  lang.  $10 \text{ cm}$  fra Kanten staar et Rækværk, der vejer  $50 \text{ kg/m}$ . En foreløbig Gennemregning viser, at en Pladetykkelse af  $11 \text{ cm}$  er tilstrækkelig. Egenvægten bliver da  $264 \text{ kg/m}^2$  altsaa faas for Faget  $0-1$ :  $M_{100} = \frac{1}{10} \cdot 784 \cdot 3^2 = 709 \text{ kgm}$ . Med Spændinger 50 og 1200 findes *nødv.*  $W_b = 70900 : 50 = 1416$ , *nødv.*  $W_j = 70900 : 1200 = 59$ . Af Tabellen i § 216 ses, at en  $11 \text{ cm}$  tyk Plade med 9 Rj.  $10 \text{ mm}$  pr. m er brugbar. For den overrørende Ende findes:  $M_{100} = 50 \cdot 0,9 + 784 \cdot 1 \cdot 0,5 = 437 \text{ kgm}$ , *nødv.*  $W_b = 43700 : 50 = 875$ , *nødv.*  $W_j = 43700 : 1200 = 36,4$ . Af Tabellen ses, at en  $11 \text{ cm}$  tyk Plade med



Fig. 251,1.

6 Rj.  $10 \text{ mm}$  pr. m er brugbar. Af (176) findes  $x = \sqrt{2 \cdot 437 : 284} = 1,75 \text{ m}$ , og saa langt føres Jærnene ud (Fig. 251,1). Hvis Jærnene i den indre Plade bøjes op i Overensstemmelse med Fig. 155 (§ 198), kommer de op i Oversiden  $54 \text{ cm}$  fra

Bjælkens Midte, hvor Momentet bestemt af (176) er  $M_{100} = 284 \cdot 1,21^2 \cdot \frac{1}{2} = 208$ ; her kræves altsaa  $W_j = 20800 : 1200 = 17,3$ , svarende til 2 à 3 Rj.  $10 \text{ mm}$  pr. m. Vi nøjes derfor med at bøje hvert 3. Jærn op, og fører det ud i den overragende Ende, og i hvert af Mellemrummene mellem disse Jærn indlægges 1 Rj.  $10 \text{ mm}$ . Vi kunde naturligvis ogsaa have indlagt 6 ny Jærn, men den valgte Ordning er mere økonomisk, og de ophøjede Jærn yder en god Støtte for det øvre Jærnnæt under Støbningen. I den overrørende Ende var det ogsaa tilstrækkeligt at føre Halvdelen af Jærnene helt ud, men da Jærnene er saa faa og Enden saa kort, finder vi ikke Anledning til at ofre Tid paa denne Undersøgelse.

Dimensionering af en Bjælkeende er vist i § 426.

#### d. Momentbestemmelse under Forudsætning af givne Momentnulpunkter.

**287.** Som nævnt i § 284 er der forskellige praktiske Ulemper ved at dimensionere efter Reglerne for kontinuerlige Bjælker. Man kan undgaa en af disse, nemlig den gennemgaaende øvre Armering og dog gennemføre en forholdsvis rationel Beregning af Pladerne ved at betragte dem som **Cantileverkonstruktioner**, men Fremgangsmaaden fører til dyrere Konstruktioner end den almindelige. Man begynder da med at dimensionere Lejetværsnittet efter det Moment, som Teorien for kontinuerlige Bjælker giver, altsaa for en Belastning som i Fig. 215, 220 eller en af de analoge, og man bestemmer for denne Belastning Momentnulpunktets Afstand fra Lejet ( $1:4 - 1:5$ ), og fastslaar den øvre Armering og de Punkter, hvori Jærnene kan bøjes ned mod Undersiden. Derefter bestemmes de positive Momenter (Fig. 252). Da vi ikke regner med Betonens Trækstyrke, maa et ubelastet Fag, der støder op til et belastet, have et Momentnulpunkt

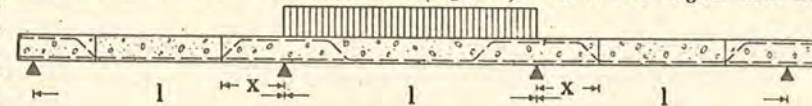


Fig. 252.

dér, hvor den øvre Armering holder op, altsaa i Afstanden  $x$  fra Lejet. Her virker den ophængte Plades halve Egenvægt  $G = \frac{1}{2} g \cdot (l - 2x)$ , og Momentet over Lejet bliver derfor  $M = -(Gx + \frac{1}{2} q x^2)$ . Momentet midt i det belastede Fag bliver da  $\frac{1}{8} q l^2 - M$  eller  $\frac{1}{8} q l^2 - \frac{1}{2} M$ , eftersom det er et Mellemfag eller et Endefag; for Endefaget er det ikke det absolut største Moment, vi finder, men for Praksis er Tilnærmelsen tilstrækkelig god. I

$q/g$	$M : ql^2$ naar $l = 4x$		$M : ql^2$ naar $l = 5x$	
	Mellemfag	Endefag	Mellemfag	Endefag
1	0,0313 = 1 : 32,1	0,0781 = 1 : 12,8	0,045 = 1 : 22,2	0,085 = 1 : 11,75
2	0,0781 = 1 : 12,8	0,1015 = 1 : 9,84	0,085 = 1 : 11,75	0,105 = 1 : 9,52
3	0,0937 = 1 : 10,7	0,1093 = 1 : 9,15	0,098 = 1 : 10,15	0,112 = 1 : 8,95
4	0,1016 = 1 : 9,85	0,1133 = 1 : 8,83	0,105 = 1 : 9,52	0,115 = 1 : 8,7

hosstaaende Tabel er det paagældende Moment beregnet for forskellige Værdier af  $x:l$  og  $q:g^2$ .

**288.** Da Lejemomenterne er større end Midtermomenterne, vil disse altid kunne optages med den valgte Pladetykkelse, man har kun at bestemme det nødvendige Jærndlæg, som er mindre end det over Lejet, og derpaa at finde en **simpel Armøringsmaade**. Ved at støde Jærnene over Lejet kan man f. Eks. faa samme Antal Jærn dér, som midt i Faget (Fig. 155 tilhøjre, Side 101). Ved at bøje  $\frac{2}{3}$  af de nedre Jærn op kan man over Lejet faa  $\frac{1}{3}$  Gange saa mange Jærn som midt i Pladen. Man kan ogsaa over Lejet indlægge korte Ekstrajærn, f. Eks. 1 eller 2 i hvert Mellemrum eller 1 i hvert andet Mellemrum.

### 4. Dobbelt armerede Plader.

#### a. Almindelige Bemærkninger.

**289.** Ved at armere den trykkede Side af en Plade kan man formindske Betonens Spændinger, hvilket man undertiden benytter sig af, naar Konstruktionshøjden er saa kneben, at man ikke paa anden Maade kan overholde den tilladelige Betonspænding. Det trykkede Jærn faar en Spænding, der er  $n$

<sup>1)</sup> Denne Værdi kan ikke bruges, thi for  $q = g$  vil der i Afstanden  $x$  fra Lejet virke et positivt Moment, og Momentet midt i Faget bliver  $\frac{1}{24} q l^2$ .

<sup>2)</sup> Tabellen er taget fra *Faber and Bowie: Reinforced Concrete Design* S. 191.